§ 7. Вопросы устойчивости движения тяжелого гироскопа

41. Если бы мы захотели описать при помощи системы дифференциальных уравнений, как изменяются в зависимости от времени при движении тяжелого гироскопа все параметры, определяющие это движение, то нам необходимо было бы только сопоставить все, что было сказано в §§ 5 и 6 о постановке динамической задачи о тяжелом гироскопе или, в более общем случае, о тяжелом твердом теле с закрепленной точкой, с общими соображениями § 1. Для этого к уравнениям Эйлера тяжелого гироскопа (п. 27), которые здесь в силу известных формул (22), уже неоднократно приводившихся, можно написать в виде

$$A\dot{p} - (A - C)rq = -Pz_0 \cos\varphi \sin\theta,$$
$$A\dot{q} + (A - C)rp = Pz_0 \sin\varphi \sin\theta,$$
$$\dot{r} = 0,$$

нам придется присоединить чисто кинематические уравнения (п. 1)

$$p = \dot{\theta}\cos\varphi + \dot{\psi}\sin\varphi\sin\theta,$$
$$q = -\dot{\theta}\sin\varphi + \dot{\psi}\cos\varphi\sin\theta,$$
$$r = \dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi}.$$

В результате мы получим систему (приводимую к нормальному виду) шести дифференциальных уравнений первого порядка с шестью неизвестными функциями времени p, q, r, θ, φ, ψ.

Поэтому, если бы мы захотели применить к движению тяжелого гироскопа (или, в более общем случае, какого-нибудь твердого тела с закрепленной точкой, находящегося под действием какой угодно системы сил) критерии безусловной устойчивости § 4 гл. VI, то следовало бы во всех случаях для каждого из шести аргументов p, q, r, θ, φ, ψ учитывать отклонения, которые возникают в возмущенном движении, вначале сколь угодно близком к изучаемому невозмущенному движению.

Что же касается этого последнего, то оно вполне характеризуется изменением с течением времени одной части параметров, а именно, параметров p, q, r, $s = \cos\theta$, дающих в любой момент проекции угловой скорости ω и угол наклона оси к вертикали. Таким образом, можно сказать, что мы имеем здесь задачу не о безусловной устойчивости, а *об устойчивости, приведенной* к параметрам p, q, r, $s = \cos\theta$ (гл. VI, п. 18).

В этом именно смысле мы и будем рассматривать сначала устойчивость перманентных вращений гироскопа вокруг гироскопической оси (расположенной вертикально), а затем устойчивость других перманентных вращений и регулярных прецессий.

42. Гироскопическая стабилизация. В т. I (гл. XIII, п. 23) мы видели, пользуясь статическим критерием устойчивости, что из двух возможных положений тяжелого твердого тела, закрепленного в одной точке O, положение, при котором полупрямая OG, проведенная из точки O к центру тяжести G, направлена вертикально вниз (в случае гироскопа $\lambda = 0$, $s = 1$), является *устойчивым*, а положение, при котором ось OG направлена вертикально вверх (в нашем случае $\lambda = 0$, $s = -1$), будет *неустойчивым*.

Переходя к явлениям движения, мы видим прежде всего, что устойчивость перманентных вращений (с произвольной угловой скоростью) вокруг гироскопической оси, направленной вниз ($s = 1$, λ — произвольно) настолько очевидна, что мы не будем ее доказывать; рассмотрим поэтому, основываясь на динамическом критерии § 4 гл. VI, устойчивость по отношению к параметрам p, q, r, s перманентных вращений тяжелого гироскопа (также с произвольной угловой скоростью) около его гироскопической оси, *направленной вертикально вверх* ($s = -1$, λ — произвольно).

Указанные только что перманентные вращения обладают одним замечательным свойством: в то время как для угловых скоростей, недостаточно больших (т. е. для значений λ, меньших некоторого критического значения λ^*), эти движения неустойчивы, они становятся устойчивыми по отношению к p, q, r, s, как только угловая скорость достигнет критического значения λ^*, и в особенности, когда она превзойдет это значение (т. е. при $\lambda \geqslant \lambda^*$). В этом и заключается явление, известное под названием *гироскопической стабилизации*. Заметим теперь же, что особенно отчетливо оно осуществляется в движении волчка. Волчок, опирающийся на пол концом оси, направленной вертикально вверх, неустойчив в состоянии покоя и остается неустойчивым, если ему сообщить небольшую угловую скорость около оси симметрии. Достаточно, однако, сообщить волчку значительную угловую скорость, для того чтобы он, несмотря на неизбежные возмущения, происходящие, например, от колебаний воздуха и пола, держался долгое время прямо; при этом всякому, кто смотрит на него издали, он будет казаться неподвижным (*спящий волчок*).

Чтобы отдать себе отчет о причинах этой гироскопической стабилизации, примем в качестве образцового решения (меростатического) $\bar{\sigma}$ какое-нибудь из вращений вокруг гироскопической оси, направленной вертикально вверх, т. е. такое решение $\bar{\sigma}$, для которого

$$s = -1, \quad p = 0, \quad q = 0,$$

а λ и, следовательно, r имеют любое постоянное значение. Но, как мы уже знаем, и во всяком другом решении σ проекция r сохраняет неизменным свое начальное значение. Поэтому при исследовании устойчивости мы можем не обращать внимание на величину r и ограничиться рассмотрением отклонений величин p, q, s.

Рассмотрим теперь любое решение σ, вначале близкое к $\bar{\sigma}$, т. е. такое, что (при близких друг к другу постоянных λ и $\bar{\lambda}$) начальное значение s_0 величины s близко к -1, а начальные значения p_0, q_0 проекций p и q очень малы. Из интеграла живых сил (п. 28)

$$p^2+q^2=\rho^2(s+h-c\lambda^2), \tag{45'}$$

справедливого для решения σ, как и для всякого другого решения, будет тогда следовать, что если при неограниченном возрастании t величина s в решении σ остается близкой к своему начальному значению s_0, то то же будет иметь место и для величины p^2+q^2, которая вначале имеет значение $p_0^2+q_0^2$, близкое к нулю, так что проекции p и q останутся сколь угодно малыми.

Если, наоборот, величина s для решения σ с возрастанием t в конце концов получит конечное отклонение от своего начального значения, то то же необходимо произойдет и с величиной p^2+q^2, что исключает также и устойчивость по отношению к p, q.

Итак, мы видим, что для рассматриваемых здесь перманентных вращений *приведенная устойчивость по отношению к величинам* s, p, q (и r) *не отличается от устойчивости, приведенной к одной величине* s.

Следовательно, мы можем ограничиться изучением того, как изменяется с временем по сравнению с решением $\bar{\sigma}$ ($s=-1$, λ — произвольное) уравнения (48) величина s какого-нибудь другого решения σ, которое вначале было близко к $\bar{\sigma}$.

Для решения $\bar{\sigma}$ постоянные интегрирования $\bar{h}$ и $\bar{k}$, как мы это видели в п. 36, определяются выражениями через соответствующие $\bar{\lambda}$ из равенств

$$\bar{h}=c\bar{\lambda}^2+1, \quad \bar{k}=-c\bar{\lambda}, \tag{71}$$

так что функция в правой части уравнения (48) приводится к следующей:

$$f(s\,|\,\bar{\lambda},\ \bar{h},\ \bar{k})=\bar{f}=(1+s)^2(1-c^2\bar{\lambda}^2-s), \tag{77}$$

а для любого решения σ, которое, по предположению, вначале близко к $\bar{\sigma}$, постоянные λ, h, k должны быть близки к $\bar{\lambda}$, $\bar{h}$, $\bar{k}$; поэтому можно положить

$$\lambda=\bar{\lambda}+\lambda_1,\ h=\bar{h}+h_1,\ \ k=\bar{k}+k_1,$$

где каждое из λ_1, h_1, k_1 стремится к нулю, когда начальные условия, определяющие σ, стремятся к совпадению с начальными условиями, определяющими $\bar{\sigma}$.

Далее, как мы уже знаем, характер изменения функции $s(t)$, соответствующей этому решению σ, зависит от величины (и кратности)

корней, которые многочлен

$$f(s\,|\,\bar{\lambda}+\lambda_1,\ \bar{h}+h_1,\ \bar{k}+k_1), \tag{78}$$

возможно, имеет в интервале от $s=-1$ до $s=1$.

Так как при $\lambda_1=h_1=k_1=0$, т. е. для $\bar{\sigma}$, многочлен (78) приводится к многочлену (77) и, следовательно, допускает двойной корень $s=-1$ и еще простой корень

$$\bar{s}^*=1-c^2\bar{\lambda}^2,$$

то очевидно, что при λ_1, h_1, k_1, не равных одновременно нулю, но достаточно малых, многочлен (78) будет прежде всего иметь два корня s_1, s_2, вообще говоря, различных, но близких к -1 (этим, конечно, мы не хотим сказать, что они обязательно лежат в интервале от -1 до $+1$), и еще третий корень s^*, близкий к $\bar{s}^*$.

Далее, как мы здесь увидим, устойчивость или неустойчивость $\bar{\sigma}$ в конце концов зависит от положения, которое занимает этот корень s^* многочлена в интервале $(-1,\ +1)$; как мы только что видели, он во всяком случае должен быть принят близким к $\bar{s}^*=1-c^2\bar{\lambda}^2$.

Предположим сначала, что $\bar{s}^*$ находится вне интервала $(-1,\ +1)$, т. е. что $1-c\bar{\lambda}^2<1$, или же

$$|\bar{\lambda}|>\frac{\sqrt{2}}{c}. \tag{79}$$

В этом случае, предполагая, как обычно, что λ_1, h_1, k_1 достаточно малы по абсолютной величине, найдем, что число s^*, близкое к $\bar{s}^*$, будет также лежать вне интервала $(-1,\ +1)$, а два других нуля будут необходимо очень близки к -1. Таким же, следовательно, будет и наибольший из них, который мы обозначим через s_2. Так как при $s>s_2$ имеем $f(s)<0$, то мы можем быть уверены, что во всяком *действительном* решении σ (будет ли s действительно изменяться вместе с t или оставаться постоянным) число s не превзойдет уже s_2 и останется, следовательно, сколь угодно близким к -1. Поэтому заключаем, что всякое перманентное вращение $\bar{\sigma}$, угловая скорость которого удовлетворяет неравенству (79), будет устойчивым.

То же самое можно сказать и о предельном случае

$$|\bar{\lambda}|=\frac{\sqrt{2}}{c}, \tag{80}$$

когда уравнение $f(s)=0$ допускает трехкратный корень $s=-1$ [случай а), п. 30], так как здесь наибольший из трех корней,

соответствующий любому σ, вначале близкому к $\bar{\sigma}$, по необходимости все еще очень близок к -1.

Если, наоборот, корень $\bar{s}^*$ лежит внутри интервала $(-1, +1)$, т. е. если

$$|\bar{\lambda}| < \frac{\sqrt{2}}{c},$$

то в тот же интервал попадет и близкий к нему корень s^*. С другой стороны, если, в частности, мы возьмем решение σ, вначале близкое к $\bar{\sigma}$, для которого постоянная $c\lambda$, будучи весьма близкой к $-k$, все же не совпадает с $-k$, то можно быть уверенным (п. 29), что один из трех корней многочлена $f(s)$ будет меньше -1, а два других будут внутренними для рассматриваемого интервала. Из них один будет только что рассмотренный корень s^*, а другой, который мы можем обозначить через s_1, так же как и внешний корень, будет необходимо близким к -1. Отсюда следует, что в этой категории решений, вначале сколь угодно близких к $\bar{\sigma}$, число s будет сколь угодно долго колебаться между s_1 и s^* и, следовательно, сместится от -1 на конечный интервал; а это показывает на неустойчивость решения $\bar{\sigma}$.

Резюмируя предыдущее исследование, мы можем сказать, что *среди равномерных вращений тяжелого гироскопа вокруг гироскопической оси, расположенной вертикально, с центром тяжести выше закрепленной точки, быстрые вращения* $(c^2\lambda^2 \geqslant 2)$ *будут устойчивыми.*

Критическая скорость, ниже которой теряется устойчивость, определяется (если ρ принять за единицу меры) из равенства (80); следовательно, ее значение в любых единицах, если примем во внимание п. 28, определится из равенства

$$|r| = \frac{2}{C}\sqrt{APz_0}.$$

43. Неустойчивость перманентных вращений около осей, не совпадающих с осью гироскопа, и регулярных прецессий тяжелого гироскопа. Мы уже отметили (п. 37), что ∞^4 регулярных прецессий, которые возможны для тяжелого гироскопа, содержат в виде частных случаев (при $[A-C]\cos\theta > 0$ и $\mu = 0$) перманентные вращения (вокруг вертикали), которые получаются, если мы расположим вертикально в надлежащую сторону каждую из ∞^2 прямых тела, проходящих через точку O и не совпадающих с гироскопической осью (и не экваториальных).

Здесь мы покажем, что как те, так и другие вращения неустойчивы. При доказательстве мы обратимся к прецессии; однако, как увидим, наши рассуждения сохранят свою силу также и в частном случае только что упомянутых равномерных вращений.

Поэтому в качестве решения $\bar{\sigma}$ для невозмущенного движения примем любую регулярную прецессию. Для $\bar{\sigma}$ величина $s = \cos\theta$ в течение всего движения сохраняет свое начальное значение $\bar{s}_0 = \cos\bar{\theta}_0$ или, как еще можно сказать, представляет собой статическое решение разрешающего уравнения (48) гироскопической задачи.

Поэтому (п. 30) для многочлена $f(s)$ в правой части этого уравнения постоянная $\bar{s}_0$ является двойным корнем, заключенным между -1 и $+1$; этот корень необходимо лежит внутри этого интервала, так как если бы он совпадал с одним из концов, то движение $\bar{\sigma}$, вопреки предположению, приводилось бы к перманентному вращению *вокруг гироскопической оси* (направленной вертикально вверх или вниз). Отсюда следует, что для всякого другого решения σ, действительного и *вначале близкого к* $\bar{\sigma}$, многочлен $f(s)$ вначале в силу действительности положительный или равный нулю и, как мы знаем (п. 30), отрицательный (возможно, и равный нулю, если $c\lambda = \pm k$) при $s = \pm 1$, допускает два корня, не обязательно различных, но действительных, близких к $\bar{s}_0$ в силу непрерывности, если начальное отклонение σ от $\bar{\sigma}$ достаточно мало. Поэтому величина s для решения σ колеблется сколь угодно долго между этими двумя корнями и, следовательно, всегда остается близкой к $\bar{s}_0$. Другими словами, по отношению к одному только параметру s всякая из ∞^4 регулярных прецессий тяжелого гироскопа будет устойчивой.

Но в отличие от того, что мы имели (предыдущий пункт) для быстрых равномерных вращений вокруг гироскопической оси, направленной вертикально вверх (и для всех равномерных вращений вокруг гироскопической оси, направленной вертикально вниз), регулярные прецессии по отношению к параметрам p и q все неустойчивы.

Действительно, для всякого решения σ, близкого к $\bar{\sigma}$, в силу интеграла живых сил

$$p^2 + q^2 = \rho^2 (s + h - c\lambda^2), \tag{45'}$$

сумма $p^2 + q^2$, так же как и s, остается сколь угодно долго близкой к своему начальному значению $p_0^2 + q_0^2$ и, следовательно, также и к начальному значению $\bar{p}_0^2 + \bar{q}_0^2$ аналогичной суммы, относящейся к регулярной прецессии $\bar{\sigma}$, если, как это предполагается, p_0 и q_0 выбраны достаточно близкими к начальным постоянным $\bar{p}_0$ и $\bar{q}_0$ решения $\bar{\sigma}$. Но, несмотря на это, в любом решении σ два отдельных параметра p, q, как бы ни было мало начальное отклонение решения σ от $\bar{\sigma}$, в конце концов достигают конечного отклонения от одновременных значений параметров $\bar{p}$, $\bar{q}$ решения $\bar{\sigma}$.

Чтобы убедиться в этом, примем за решение σ другую регулярную прецессию, первоначально близкую к $\bar{\sigma}$, и, аналогично тому, как

это делалось в п. 19, сравним на экваториальной плоскости гироскопа равномерные движения по окружности концов $\overline{P}(\overline{p}, \overline{q})$, $P(p, q)$ экваториальных составляющих $\overline{e}$ и e угловых скоростей $\overline{\omega}$ и ω в решениях $\overline{\sigma}$ и σ.

Радиусы окружностей, описываемых ими, соответственно равные $\sqrt{\overline{p}_0^2+\overline{q}_0^2}$ и $\sqrt{p_0^2+q_0^2}$, будут также близкими друг к другу; но расстояние между точками $\overline{P}$ и P не сохраняется сколь угодно малым, если даже в начальный момент оно было сколь угодно мало, лишь бы оно отличалось от нуля[1]).

В силу запаздывания одной из них относительно другой, периодически будет происходить то, что две точки (каждая на своей собственной окружности) будут находиться в диаметрально противоположных положениях. Поэтому во время движения расстояние между этими двумя точками за постоянные промежутки времени достигает значений, сколь угодно близких к диаметру $2\sqrt{\overline{p}_0^2+\overline{q}_0^2}$, который зависит от $\overline{\sigma}$ и не зависит от начального отклонения двух решений.

Таким образом, неустойчивость регулярных прецессий гироскопа по отношению к параметрам p, q и, следовательно, перманентных вращений, составляющих их частный случай, доказана для осей, не совпадающих с осью гироскопа.

44. Предыдущие замечания относительно поведения экваториальных составляющих угловой скорости в двух прецессиях $\overline{\sigma}$ и σ, по существу, можно представить в эквивалентном виде, рассматривая вместо экваториальных составляющих $\overline{e}$ и e соответствующие угловые скорости $\overline{\omega}=\overline{e}+\overline{r}k$ и $\omega=e+rk$. В то время как концы $\overline{P}$, P векторов $\overline{e}$, e (по предположению, приложенных в O) равномерно вращаются в экваториальной плоскости вокруг O, два вектора $\overline{\omega}$, ω, так как $\overline{r}$ и r остаются постоянными, также равномерно вращаются внутри тела вокруг гироскопической оси, описывая два подвижных конуса вращения $\overline{L}$, L. Эти два соосных конуса очень близки друг к другу, т. е. имеют близкие углы раствора.

Однако, как уже было замечено в предыдущем пункте о поведении экваториальных составляющих $\overline{e}$ и e, одновременные положения

[1]) Легко можно убедиться, что угловая скорость точки P есть не что иное, как $-\mu$, и, следовательно, изменяется, вообще говоря, вместе с рассматриваемой регулярной прецессией. Действительно, введем вспомогательные оси, неизменно связанные с плоскостью ζz, которая в любой прецессии, о которой идет речь, будет вращаться вокруг неподвижной оси ζ с угловой скоростью ν. Относительно этих вспомогательных осей твердое тело будет вращаться с угловой скоростью μ вокруг z. Отсюда следует, что, обратно, вспомогательные оси и, в частности, любой неподвижный относительно них вектор, какова бы ни была угловая скорость ω, будут иметь относительно твердого тела угловую скорость $-\mu$ вокруг оси z.

векторов $\bar{\omega}$ и ω или, что одно и то же, двух осей мгновенного вращения (описывающих два конуса со скоростями, хотя и близкими, но неравными) периодически достигают углового отклонения, имеющего порядок величины угла $2\bar{\theta}$ при вершине конуса $\bar{L}$, и потому конечного (и не зависящего от начального отклонения двух прецессий).

45. Замечания об устойчивости регулярных прецессий с медленным прецессионным вращением. Речь идет о тех регулярных прецессиях гироскопа, возможность которых мы доказали в п. 37 при всякой очень большой угловой скорости собственного вращения $\bar{\mu}$ и при вполне определенной очень малой угловой скорости прецессии $\bar{\nu}$ порядка $\bar{\mu}^{-1}$, каков бы ни был угол наклона $\bar{\theta}$, определяющий положение оси гироскопа относительно оси прецессии (вертикальной).

Как мы уже знаем, $\bar{\mu}$, $\bar{\nu}$, $\bar{\theta}$ должны удовлетворять характеристическому уравнению (74′), и мы имеем

$$\bar{p} = \bar{\nu}\bar{\gamma}_1, \quad \bar{q} = \bar{\nu}\bar{\gamma}_2, \quad \bar{r} = \bar{\mu} + \bar{\nu}\bar{\gamma}_3.$$

Для такой прецессии $\bar{\sigma}$, поскольку $\bar{\nu}$ будет порядка $\bar{\mu}^{-1}$, одновременные значения $\bar{p}$, $\bar{q}$ будут во всякий момент очень малыми по сравнению с $\bar{\mu}$ и, следовательно, по сравнению с $\bar{r}$. Так как составляющая угловой скорости $\bar{\omega}$ по оси гироскопа значительно больше экваториальной составляющей, то угол раствора 2θ соответствующего подвижного конуса Пуансо будет почти равен нулю.

Установив это, рассмотрим прежде всего в качестве решения σ, вначале весьма близкого к $\bar{\sigma}$, другую регулярную прецессию. В таком случае остается справедливым утверждение, что, сколь бы малым ни было выбрано начальное отклонение $\bar{\sigma}$ от σ, угловое отклонение между мгновенными осями вращения для решений $\bar{\sigma}$ и σ при бесконечном возрастании времени периодически будет достигать значений порядка конечной величины $2\bar{\theta}$; поэтому с математической точки зрения это решение $\bar{\sigma}$ имеет обычный характер неустойчивости. Но благодаря крайней малости угла $2\bar{\theta}$ можно считать, что *с физической точки зрения* два подвижных конуса Пуансо приблизительно совпадают с гироскопической осью, так что даже при $t \to \infty$ различие между двумя регулярными, вначале близкими, прецессиями не будет заметным.

Если далее, как это требуется общим критерием устойчивости, мы сравним с $\bar{\sigma}$ вместо другой регулярной прецессии произвольное решение σ, вначале близкое к $\bar{\sigma}$, то в дополнение к регулярной проецессе встретится только нутация гироскопической оси, которая вследствии устойчивости, относительно $s = \cos\theta$ (п. 43), останется бесконечни малой, если начальное различие между σ и $\bar{\sigma}$ задается достаточно малым. Поэтому это решение также не отличается заметно от

регулярной прецессии $\bar{\sigma}$, так что прецессия дает здесь типичный пример практической устойчивости, тогда как теоретически мы имеем здесь случай неустойчивости.

Это замечание дает теоретическое объяснение одному факту, который легко установить экспериментальным путем. Если, приведя волчок в очень быстрое вращательное движение вокруг оси симметрии, мы закрепим одну точку этой оси (например, поместим конец оси волчка на подходящую опору в виде чашечки) и затем предоставим волчок самому себе в каком-нибудь начальном положении, в котором ось симметрии образует с вертикалью какой-нибудь угол θ, то движение, которое получит волчок, будет иметь все признаки регулярной прецессии (с медленным прецессионным вращением), хотя начальные условия движения не удовлетворяют строго характеристическому условию (74′) регулярной прецессии. Действительно, гироскопическая скорость μ (по предположению, очень большая) и угол нутации θ заданы произвольно; а так как в начале движения волчок предоставлен самому себе, то начальные постоянные p_0, q_0 обе равны нулю или, точнее (если мы хотим учесть бесчисленные физические обстоятельства, которые, ускользая от нашего прямого контроля, неизбежно влияют на опыт), обе очень малы, но не зависят от произвольного выбора μ и θ. Такой же будет вначале и угловая скорость ν, и нет решительно никакого основания, чтобы эта угловая скорость, очень малая, если не прямо равная нулю, и зависящая от случайных причин, была такой, чтобы при произвольных значениях μ и θ удовлетворять условию (74′).

Несмотря на это, мы имеем здесь согласие между теоретическим предвидением и опытом, поскольку случайное значение ν, сколь бы мало оно ни было, близко к угловой скорости ν прецессии (с медленным прецессионным вращением); поэтому на основании изложенных выше соображений действительное движение волчка не может заметно отличаться от этой регулярной прецессии. Мы имеем здесь, таким образом, *псевдорегулярную прецессию* (см. п. 34).

§ 8. Стереонодальные и натуральные уравнения и приложения

46. Система ориентировки с подвижными осями в теле. В предыдущих параграфах мы показали с различных точек зрения, насколько выигрывает в смысле дедуктивной простоты и пригодности к выражению конкретных вопросов уравнение моментов количеств движения (относительно центра приведения O, закрепленного или совпадающего с центром тяжести), когда вместо галилеевых осей $\Omega\xi\eta\zeta$ мы обращаемся к осям $Oxyz$, неизменно связанным с телом (*уравнения Эйлера*).

Но в некоторых задачах динамики твердого тела в согласии с тем, что говорилось в общем случае в п. 3 предыдущей главы, оказывается удобным относить основные уравнения к осям, движущимся не только в пространстве, *но также и в теле*. Закон движения этих осей, смотря по обстоятельствам, выбирается наиболее подхо-