время дебаевский радиус

$$R_D \approx 2{,}2 \cdot 10^{-3} T_8^{1/2} n_{15}^{-1/2} \text{ см} \tag{12.IV}$$

гораздо меньше толщины слоя. Значит, плазму можно считать электронейтральной.

Система уравнений магнитной гидродинамики для идеально проводящей невязкой жидкости имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \boldsymbol{v} = 0, \tag{13.IV}$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \boldsymbol{g} + \frac{1}{\rho c}(\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}), \tag{14.IV}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}), \tag{15.IV}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}, \tag{16.IV}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0, \tag{17.IV}$$

$$P = A\rho^{\gamma}, \tag{18.IV}$$

где j – плотность электрического тока. Уравнение (15.IV) является комбинацией закона Ома и уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}.$$

Последний член в уравнении движения (14.IV) описывает магнитную силу. Его можно представить в следующем виде:

$$\frac{(\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B})}{c} = -\nabla\frac{B^2}{8\pi} + k\frac{B^2}{4\pi}\boldsymbol{n}_s, \tag{19.IV}$$

где $\boldsymbol{n}_s$ – нормаль к магнитной силовой линии, k – ее кривизна. Эта запись иллюстрирует анизотропный характер силы Лоренца. Первый член можно объединить с обычным давлением. А вот второй действует анизотропно – силовые линии магнитного поля стремятся выпрямиться.

§ 2. Постановка задачи

Будем искать форму магнитосферы, полагая, что токовый слой бесконечно тонкий. Граница магнитосферы разбивает пространство на две области: вне ее магнитное поле равно нулю, а внутри нет плазмы. Магнитосфера статична. Поэтому уравнения (13.IV) – (18.IV) принимают вид

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{B} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}, \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0, \tag{20.IV}$$

$$\nabla P = \frac{1}{c}(\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}),$$

$$\operatorname{div} \rho \boldsymbol{v} = 0, \qquad (20.\text{IV})$$

$$P = A \rho^{\gamma}.$$

Комбинируя первое и третье уравнения, получим

$$\frac{B^2}{8\pi} = P \Big|_{\text{г}} \qquad (21.\text{IV})$$

и

$$\frac{1}{c}\boldsymbol{j} = \frac{\boldsymbol{B}}{B^2} \times \nabla P. \qquad (22.\text{IV})$$

Введем плотность поверхностного тока:

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{j} \cdot \delta_m. \qquad (23.\text{IV})$$

Тогда из (21.IV) и (22.IV) имеем

$$J = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} P^{1/2}. \qquad (24.\text{IV})$$

Последнее выражение иллюстрирует тот факт, что скачок напряженности магнитного поля пропорционален поверхностному току. В первом приближении, задавая силу давления P (без решения соответствующей газодинамической задачи), мы сразу получаем значение поверхностного тока. Тогда задача формулируется так:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot} \boldsymbol{B} &= 0, \\ \operatorname{div} \boldsymbol{B} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \text{(внутри магнитосферы)} \qquad (25.\text{IV})$$

В начале координат магнитное поле должно стремиться к дипольному:

$$\boldsymbol{B}(R \to 0) \longrightarrow \boldsymbol{B}_d. \qquad (26.\text{IV})$$

На границе

$$\left.\begin{aligned} J &= \frac{c}{\sqrt{2\pi}} P^{1/2} \\ \frac{B^2}{8\pi} &= P \\ (\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n}_s) &= 0 \end{aligned}\right|_{\text{г}}, \qquad (27.\text{IV})$$

где $\boldsymbol{n}_s$ – нормаль к границе магнитосферы; и, наконец, вне магнитосферы поле отсутствует:

$$\boldsymbol{B} = 0 \quad \text{вне магнитосферы.} \qquad (28.\text{IV})$$