

§ 3. Простые конфигурации

Рассмотрим некоторые простые примеры искажения магнитного поля диполя под действием идеально проводящей среды. При этом форму границы "среда – поле" будем задавать "руками".

Наиболее простой случай – проводящая плоскость и диполь (рис. 46). Распределение токов (для движущейся плоскости, имеющей конечную проводимость) было найдено Максвеллом (1873). "Астрономический" характер эта проблема приобрела в связи с магнитными бурями. Чепмен и Ферраро (1931) рассчитали структуру магнитного поля (рис. 46). Полную структуру магнитного поля можно получить методом зеркальных отображений: результирующее поле равно суперпозиции полей диполей истинного и "отраженного". Поскольку слева от плоскости токи отсутствуют, то поле потенциально:

$$\mathbf{B} = -\nabla V_m, \quad (29.IV)$$

где V_m – скалярный потенциал. На плоскости имеются две особые точки – N_1 и N_2 , называемые нейтральными, в которых напряженность магнитного поля равна нулю. Справа от плоскости поле полностью отсутствует. На границе силовые линии параллельны плоскости.

Когда направление дипольного момента параллельно плоскости, на линии пересечения магнитного экватора и плоскости поле удваивается:

$$B = 2 B_d, \quad (30.IV)$$

где B_d – напряженность невозмущенного диполя (см. § 1 гл. III). Отсюда следует, что при "обжати" магнитного диполя идеально проводящей плоскостью давление магнитного поля на указанной линии возрастет в 4 раза.

Заменим теперь идеально проводящую плоскость плоскопараллельным потоком плазмы невзаимодействующих частиц, движущихся со скоростью v_∞ . Давление, оказываемое таким потоком на плоскость, описывается так называемой функцией Ньютона (см. Акасофу и Чепмен, 1974):

$$P = 2 m_i n_i v_\infty^2 \cos^2 \chi = 2 \rho v^2 \cos^2 \chi, \quad (31.IV)$$

где m_i и n_i – масса и концентрация частиц, χ – угол между направлением

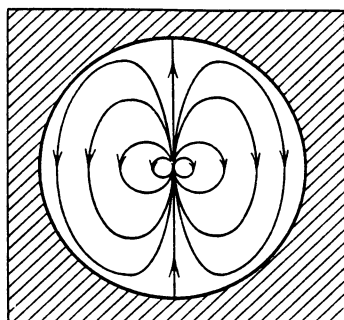
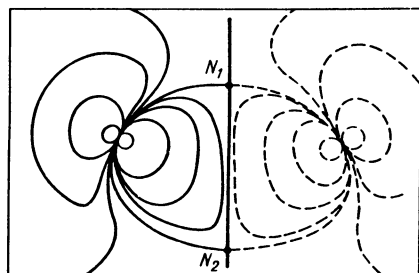


Рис. 46. Диполь вблизи идеально проводящей плоскости

Рис. 47. Диполь внутри идеально проводящей сферы

потока и нормалью к магнитному полю. Множитель 2 появляется из-за того, что заряженная частица, влетая в поле, закручивается силой Лоренца и зеркально отражается.

Ясно, что граница магнитосферы в этом случае не будет плоской. Действительно, для плоской границы давление постоянно и нигде не обращается в нуль. В то же время на плоскости давление магнитного поля переменное, а в нейтральных точках даже равно нулю. Чтобы удовлетворить уравнению равновесия

$$P = \frac{B^2}{8\pi}, \quad (32.IV)$$

плоскость должна деформироваться. Качественно можно предсказать характер такой деформации. Представим себе, что идеально проводящая плоскость "вдруг" потеряет свою жесткость. Очевидно, она начнет загибаться на краях и вблизи нейтральных точек.

Следующий важный случай – диполь внутри идеально проводящей сферы (рис. 47). Поле в любой точке пространства есть сумма дипольного поля и поля токов, текущих по сфере:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_J + \mathbf{B}_d. \quad (33.IV)$$

Вне сферы $\mathbf{B} = 0$, и следовательно, токи, текущие по сфере, должны создавать вне сферы также дипольное поле, равное по значению исходному, но направленное противоположно:

$$\mathbf{B}_J = -\mathbf{B}_d \quad (\text{вне сферы}). \quad (34.IV)$$

Хорошо известно, что круговые токи, текущие по сфере и изменяющиеся от экватора по закону

$$J = J_0 \cos \theta, \quad (35.IV)$$

создают вне сферы дипольное магнитное поле. В этом легко убедиться, подсчитав мультипольные моменты от таких токов. Они все, за исключением дипольного, обращаются в нуль. Дипольный момент равен (Джексон, 1965)

$$\mathbf{e}_\mu \mu = \frac{1}{2} \int [\mathbf{R} \times \mathbf{J}] dS, \quad (36.IV)$$

$$\mu = \frac{1}{2} J_0 R_0^3 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta d\varphi = \frac{\pi^2 J_0 R_0^3}{4},$$

где R_0 – радиус сферы, \mathbf{e}_μ – единичный вектор вдоль магнитной оси. Условия задачи будут выполняться, если положить

$$\mathbf{e}_\mu \mu J = \mathbf{e}_\mu \mu. \quad (37.IV)$$

Поскольку на границе поверхностный ток связан с полем соотношением

$$\mathbf{J} = \frac{1}{4\pi} [\mathbf{n}_s \times \mathbf{B}], \quad (38.IV)$$

находим, что напряженность результирующего магнитного поля на границе равна

$$\mathbf{B} = -\frac{3\mu}{R_0^3} \cos\theta \cdot \mathbf{e}_\theta. \quad (39.IV)$$

На полюсах сферы расположены две нейтральные точки, N_1 и N_2 ($B(\theta = \pm\pi/2) = 0$). Сравнивая (39.IV) с напряженностью дипольного поля, замечаем, что на магнитном экваторе напряженность магнитного поля возрастает в три раза по сравнению с невозмущенным значением.

Любопытное обстоятельство было подмечено В.Г.Корниловым. Сфера является точным решением задачи в том случае, когда частицы плазмы набегают с постоянными скоростями аксиально-симметрично по отношению к оси диполя. Действительно, давление невзаимодействующих друг с другом частиц определяется формулой Ньютона (31.IV), в которой $\chi = \theta$:

$$P = 2\rho v_\infty^2 \cos^2\theta.$$

Из условия равновесия (32.IV) находим

$$|B| = \sqrt{16\pi\rho_\infty v_\infty^2} \cos\theta. \quad (40.IV)$$

Сравнивая (39.IV) и (40.IV), получаем радиус магнитосферы:

$$R_m = \left(\frac{9\mu^2}{16\pi\rho_\infty v_\infty^2}\right)^{1/6} \quad (41.IV)$$

Если, согласно § 3 гл. III, ввести альвеновский радиус и условие

$$\frac{\mu^2}{8\pi R_A^6} = \rho_\infty v_\infty^2,$$

получим

$$R_m = \left(\frac{9}{2}\right)^{1/6} R_A \approx 1,28 R_A. \quad (42.IV)$$

Как видим, радиус магнитосферы отличается от грубой оценки альвеновского радиуса всего на 22%.

§ 4. Магнитосфера в случае сферически-симметричной аккреции

В последующих двух параграфах будет рассмотрена аккреция на замагниченную звезду, обладающую дипольным полем. Теперь форма границы магнитосферы не задается, но должна быть получена в ходе решения задачи. Качественно можно предугадать решение, используя задачу о диполе внутри сферы. Как мы видели в предыдущем параграфе, на сфере есть две нейтральные точки, в которых давление магнитного поля равно нулю. Следовательно, если на сферу будет действовать внешнее давление, оно