нительные члены, а следовательно, в природе должны были существовать новые электромагнитные процессы. Однако опыт этого не подтвердил. Сомнения в правильности уравнений Максвелла постепенно исчезли.

§ 2. Электродинамика Максвелла — Лоренца и единое пространство-время Минковского

Обобщая эксперименты и глубокие идеи Фарадея, Максвелл объединил магнитные, электрические и оптические явления и открыл свои знаменитые уравнения, которые для движущегося электрона в неподвижной координатной системе записаны Лоренцем в следующем виде:

$$\begin{gathered}\operatorname{rot}\mathbf{H}=\frac{4\pi}{c}\rho\mathbf{v}+\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t};\quad \operatorname{div}\mathbf{H}=0;\\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t};\quad \operatorname{div}\mathbf{E}=4\pi\rho;\\ \mathbf{f}=\rho\mathbf{E}+\frac{\rho}{c}[\mathbf{vH}],\end{gathered}\tag{2.1}$$

где $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля; $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля; ρ — объемная плотность электрона; $\mathbf{f}$ — электродинамическая сила, с которой поле действует на элемент объема электрона (сила Лоренца).

Эти уравнения называют уравнениями Максвелла — Лоренца. Они при преобразованиях Галилея не остаются неизменными. Отсюда, казалось бы, следует, что они не удовлетворяют принципу относительности. Однако это заключение неправильно. Преобразования Галилея и принцип относительности — это разные вещи. Преобразования Галилея получены из уравнений Ньютона как преобразования, оставляющие их инвариантными (форминвариантными) при переходе от неподвижной системы отсчета к системе отсчета, движущейся с постоянной скоростью, и если уравнения Ньютона не всегда выполняются в природе и будут заменены другими законами механики, то и преобразования Галилея не должны обеспечивать инвариантность новых законов механики. Принцип относительности имеет более фундаментальный характер. Согласно ему, даже если уравнения Ньютона будут заменены другими уравнениями механики, никакими механическими явлениями нельзя показать, находитесь вы в покое или в равномерном и прямолинейном движении. Невозможность существования абсолютного движения является общим законом природы. Это значит, что и электромагнитные явления никогда не могут установить абсолютное движение. Опытные факты показали, что уравнения Максвелла—Лоренца хорошо описывают электромагнитные и оптические явления.

Рассмотрим две системы отсчета: одну систему отсчета K будем считать неподвижной, другую—K'—движущейся относительно первой вдоль оси X прямолинейно и равномерно со скоростью ε. Если принцип относительности справедлив и для электромагнитных явлений, то уравнения Максвелла—Лоренца как в неподвижной системе K, так и в движущейся K' должны иметь один и тот же вид, ибо только в этом случае все электромагнитные процессы будут протекать в системах K и K' одинаково при соответствующих начальных и граничных условиях.

Таким образом, задача состоит в том, чтобы показать, что уравнения Максвелла—Лоренца инвариантны при переходе от одной системы отсчета K к другой K'. Эта задача впервые была поставлена и решена Анри Пуанкаре, который, следуя Лоренцу, показал, что если координаты и время преобразовать следующим образом (преобразования Лоренца):

$$X' = \gamma (X + \varepsilon T); \quad Y' = Y; \quad Z' = Z; \quad T' = \gamma (T + \varepsilon X)$$

(здесь скорость света принята равной единице) и при этом по тем же преобразованиям Лоренца преобразовать векторный и скалярный потенциалы ($\mathbf{A}$, φ):

$$A'_x = \gamma (A_x + \varepsilon\varphi); \quad A'_y = A_y; \quad A'_z = A_z;$$
$$\varphi' = \gamma (\varphi + \varepsilon A_x),$$

ток и плотность заряда:

$$\rho' v'_x = \gamma (\rho v_x + \varepsilon\rho); \quad \rho' v'_y = \rho v_y;$$
$$\rho' v'_z = \rho v_z; \quad \rho' = \gamma (\rho + \varepsilon \rho v_x),$$

а также силу Лоренца и работу в единицу времени:

$$f'_x = \gamma (f_x + \varepsilon \mathbf{f}\mathbf{v}); \quad f'_y = f_y; \quad f'_z = f_z;$$
$$\mathbf{f}'\mathbf{v}' = \gamma (\mathbf{f}\mathbf{v} + \varepsilon f_x),$$

то в системе K' мы будем иметь опять те же уравнения Максвелла—Лоренца, а следовательно, все электромагнитные явления протекают в системах K и K' одинаково при соответствующих начальных и граничных условиях. Именно на этом основании Пуанкаре отмечает [3]: «Две системы — одна неподвижная, другая перемещающаяся поступательно — представляют, таким образом, точное изображение одна другой».

Таким образом, принцип относительности для электромагнитных явлений следует из уравнений Максвелла — Лоренца как строгая математическая истина. Заметим, что из преобразований Лоренца сразу видно, что для начала новых координат $(X'=Y'=Z'=0)$ имеем

$$X=-\varepsilon T.$$

Из этого следует, что начало координат системы отсчета K' движется вдоль оси X системы K с постоянной скоростью ε. Преобразования Лоренца связывают координаты и время $(X',\ Y',\ Z',\ T')$ системы K' с координатами и временем $(X,\ Y,\ Z,\ T)$ системы K. Пуанкаре установил, что преобразования Лоренца вместе со всеми пространственными вращениями образуют группу. Следует подчеркнуть, что из инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца тривиально следует выполнимость принципа относительности для электромагнитных явлений. Если законы природы инвариантны относительно преобразований Лоренца, то отсюда следует выполнимость принципа относительности для всех явлений природы. Часто встречающиеся в литературе утверждения, что в теории относительности необходимо отказаться от преобразований Галилея, просто неверны. Этими преобразованиями, если необходимо, всегда можно пользоваться. Однако, и это главное, они не оставляют уравнения Максвелла — Лоренца инвариантными. Как мы уже отмечали, механика Ньютона полностью подтвердила, что трехмерное пространство евклидово, а время абсолютно во всех инерциальных системах отсчета. Возникает вопрос: может ли изучение электромагнитных явлений позволить сделать нам дальнейший шаг в изучении пространства и времени? Ответ на этот вопрос утвердительный. Да, действительно, может. Откуда мы можем узнать о структуре пространства и времени? Прежде всего из изучения движения фронта электромагнитной волны или из изучения движения пробного материального тела со скоростью, близкой к скорости света.

Воспользуемся уравнениями Максвелла в свободном пространстве

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}; \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0; \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

и найдем уравнение для фронта электромагнитной волны. Когда мы говорим о фронте электромагнитной волны, то ясно себе представляем, что впереди него все компоненты поля равны нулю, а позади — некоторые отличны от нуля. Таким образом, если фронт волны существует, то на нем некоторые из компонент поля обязательно имеют разрыв. Если мы возьмем некоторую движущуюся в пространстве поверхность и зададим на ней поле, то в силу уравнений Максвелла мы можем найти производные от поля как на этой поверхности, так и на бесконечно близкой к ней. Для того чтобы были разрывы поля на поверхности, необходимо, чтобы поверхность удовлетворяла некоторому уравнению. Такие поверхности называются характеристиками. Следовательно, разрыв поля возможен лишь на характеристиках. Определим, следуя Фоку, уравнение характеристики для уравнений Максвелла. Пусть на поверхности

$$w(x, y, z, t) = ct - f(x, y, z) = 0 \tag{2.3}$$

задано электромагнитное поле. Так, например, для компоненты E_x имеем

$$E_x(x, y, z, t) = E_x\left(x, y, z, \frac{f}{c}\right) = E_x^0(x, y, z).$$

Возьмем производную от компонент поля по какой-либо координате на поверхности (2.3)

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{1}{c}\frac{\partial E_x}{\partial t}\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial E_x^0}{\partial x}.$$

Аналогичные соотношения можно получить и для других компонент электромагнитного поля. Комбинируя их, получим

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} + \frac{1}{c}\left[\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}\right] = \operatorname{rot}\mathbf{H}^0; \tag{2.4}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{H} + \frac{1}{c}\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = \operatorname{div}\mathbf{H}^0. \tag{2.5}$$

Аналогично

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right] = \operatorname{rot}\mathbf{E}^0; \tag{2.6}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{E} + \frac{1}{c}\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = \operatorname{div}\mathbf{E}^0. \tag{2.7}$$

Умножая выражения (2.4) и (2.6) скалярно на $\operatorname{grad} f$, учитывая уравнения поля, имеем

$$c\,(\operatorname{rot}\mathbf{H}^0\operatorname{grad} f) = \left(\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right);$$

$$c\,(\operatorname{rot}\mathbf{E}^0\operatorname{grad} f) = -\left(\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}\right).$$

Учитывая в выражениях (2.5) и (2.7) уравнения поля, получим

$$c\operatorname{div}\mathbf{H}^0 = \operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t};$$

$$c\operatorname{div}\mathbf{E}^0 = \operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}.$$

Сравнивая эти выражения с предыдущими, найдем

$$\operatorname{div}\mathbf{E}^0 - (\operatorname{grad} f\operatorname{rot}\mathbf{H}^0) = 0;$$
$$\operatorname{div}\mathbf{H}^0 + (\operatorname{grad} f\operatorname{rot}\mathbf{E}^0) = 0.$$

Таковы условия, которым должны удовлетворять заданные функции $\mathbf{E}^0$ и $\mathbf{H}^0$. Используя уравнения Максвелла, выражения (2.4) и (2.6) запишем в виде

$$\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \left[\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}\right] = c\operatorname{rot}\mathbf{H}^0;$$

$$-\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} + \left[\operatorname{grad} f\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\right] = c\operatorname{rot}\mathbf{E}^0.$$

Умножим эти уравнения векторно на $\operatorname{grad} f$ и, используя полученные ранее соотношения, а также уравнения поля, найдем с помощью известной формулы

$$[\mathbf{a}[\mathbf{bc}]] = \mathbf{b}(\mathbf{ac}) - \mathbf{c}(\mathbf{ab})$$

следующие уравнения:

$$[1-(\operatorname{grad} f)^2]\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{H}^0}{\partial t} - \left(\operatorname{grad} f \frac{\partial \mathbf{H}^0}{\partial t}\right)\operatorname{grad} f + \left[\operatorname{grad} f \frac{\partial \mathbf{E}^0}{\partial t}\right];$$

$$[1-(\operatorname{grad} f)^2]\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}^0}{\partial t} - \left(\operatorname{grad} f \frac{\partial \mathbf{E}^0}{\partial t}\right)\operatorname{grad} f - \left[\operatorname{grad} f \frac{\partial \mathbf{H}^0}{\partial t}\right].$$

Здесь справа стоят известные функции. Если коэффициент $1-(\operatorname{grad} f)^2$ отличен от нуля, эти уравнения можно решить относительно производных по времени от функций поля, а следовательно, по написанным ранее формулам получим и для всех остальных первых производных от поля конечные значения. Таким образом, поле на поверхности (2.3) будет непрерывным. Чтобы на этой поверхности поле испытывало разрыв, необходимо обращение в нуль коэффициента при производных по времени. Это дает нам условие

$$(\operatorname{grad} f)^2 = 1.$$

Если записать уравнение поверхности для функции $w(x, y, z, t)$, то предыдущее уравнение для фронта электромагнитной волны примет вид

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 = 0. \qquad (2.8)$$

Если перейти к произвольным допустимым координатам, то это уравнение запишется в форме

$$g^{ik}\frac{\partial w}{\partial x^k}\frac{\partial w}{\partial x^i} = 0; \quad x^0 = ct; \quad i, k = 0, 1, 2, 3. \qquad (2.9)$$

Функция $g_{ik}(x)$, стоящая в уравнении для фронта волны, является метрическим тензором и определяет структуру пространства-времени. Поскольку g_{ik} мы получили из (2.8) с помощью произвольного допустимого преобразования координат, это означает, что всегда существует галилеева система координат, в которой метрический тензор g_{ik} во всем пространстве-времени имеет вид

$$g_{00} = 1; \; g_{11} = -1; \; g_{22} = -1; \; g_{33} = -1; \; g_{ik} = 0, \text{ если } i \neq k. \qquad (2.10)$$

С помощью метрического тензора квадрат расстояния между двумя бесконечно близкими точками пространства-времени записывается следующим образом:

$$ds^2 = g_{ik}\,dx^i\,dx^k; \quad i,\ k = 0,\ 1,\ 2,\ 3. \tag{2.11}$$

В системе координат, где компоненты метрического тензора определяются (2.10), имеем

$$ds^2 = c^2\,dT^2 - dX^2 - dY^2 - dZ^2.$$

Поскольку метрический тензор имеет значения (2.10), тензор кривизны данного пространства-времени R_{iklm} равен нулю*). Такое пространство-время называют псевдоевклидовым. Мы видим, таким образом, что уравнения Максвелла — Лоренца, описывающие электромагнитные явления, открыли нам, что пространство и время едино и геометрия его псевдоевклидова. Когда изучались электромагнитные явления и даже тогда, когда были открыты уравнения Максвелла—Лоренца, никто не предполагал, что они изменят сложившееся представление о пространстве и времени. Изучение электромагнитных явлений привело к открытию фундаментальной важности—пространство и время едино и геометрия его псевдоевклидова. Этим открытием мы в высшей степени обязаны Пуанкаре и Минковскому. Пуанкаре первый открыл, что величина (впоследствии называемая интервалом)

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

инвариантна относительно группы Лоренца.

Минковский [6] в 1908 г. выступил с докладом «Пространство и время» перед естествоиспытателями и врачами, которые тогда тоже интересовались этими проблемами. И вот что он сказал: «Милостивые господа! Воззрения на пространство и время, которые я намерен перед вами развить, возникли на экспериментально-физической основе. В этом их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе должны обратиться в фикции, и лишь некоторый вид соединения обоих должен сохранить самостоятельность». Дальше он говорит: «Сначала я намерен показать, как можно, исходя из ныне принятой механики, пожалуй, при помощи чисто математического рассуждения прийти к новым идеям относи-

*) См. определение (26.24)

тельно пространства и времени». И далее: «Уравнения ньютоновской механики обнаруживают двойную инвариантность. Их форма сохраняется, во-первых, тогда, когда положенную в основу пространственную координатную систему подвергают любому *изменению положения* (т. е. трехмерному преобразованию или повороту, или переносу — А. Л.), и во-вторых, тогда, когда состояние движения этой системы подвергается изменению, именно когда этой системе сообщается какое-нибудь *равномерное поступательное движение* (т. е. преобразование Галилея — А. Л.); нулевая точка времени также не играет никакой роли» (мы видели, что уравнения Ньютона инвариантны относительно смещения по времени — А. Л.).

Дальше он говорит: «Чувствуя себя подготовленными для перехода к аксиомам механики, мы привыкли считать аксиомы геометрии уже установленными раньше; поэтому эти две инвариантности, вероятно, редко формулируются вместе, так сказать, не переводя дыхания». И далее: «Каждая из них означает определенную замкнутую группу преобразований дифференциальных уравнений механики. Существование первой группы рассматривают как основной признак пространства. Ко второй группе охотнее всего относятся с презрением, с тем чтобы затем легкомысленно пройти мимо того обстоятельства, что, исходя из физических явлений, никогда нельзя решить, не находится ли все-таки пространство, предполагаемое покоящимся, в равномерном поступательном движении. Указанные две группы ведут, таким образом, обособленное существование. Их совершенно разнородный характер, вероятно, и препятствовал объединению. Но как раз объединенная полная группа, как целое, дает пищу для размышлений».

И вот далее: «Попытку перешагнуть через понятия пространства соответствующим образом в самом деле можно было бы расценить как некоторую дерзость математической мысли. Но после такого все-таки неизбежного шага для истинного понимания группы G_c (он имеет в виду группу уже в четырехмерном пространстве — А. Л.) термин «постулат относительности» для требования инвариантности по отношению к группе G_c кажется мне слишком бледным. Так как смысл постулата сводится к тому, что в явлениях нам дается только четырехмерный в пространстве и времени мир, но что проекции этого мира на пространство и время могут быть взяты с некоторым произволом, мне хотелось бы этому утверждению скорее дать название «постулат абсолютного мира».

Таким образом, хотя исторически уже с 1904 года, после опубликования работы [1], и были известны преобразования Лоренца, ни Лоренц, ни Эйнштейн не осознали того, что речь идет о едином пространстве-времени, определяемом единой геометрией и, по существу, Минковский, следуя Пуанкаре, глубоко осознал это. Вот этот качественный шаг в объединении пространства и времени в одно целое и введение соответствующей геометрии, по существу, и есть главное содержание специальной теории относительности. Часто люди, как правило, неглубоко разобравшиеся в этой теории, думают, что это ее математическая интерпретация. Нет, это и есть содержание специальной теории относительности.

Все физические процессы протекают в четырехмерном мире, т. е. в пространстве и времени, но геометрия этого пространства — псевдоевклидова. Геометрия мира, как известно, задается выражением для расстояния между двумя точками. В евклидовом мире это просто теорема Пифагора, в силу которой расстояние между двумя точками с декартовыми координатами (X_1, Y_1, Z_1) и (X_2, Y_2, Z_2) определяется выражением

$$l_{12}^2 = (X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2.$$

В четырехмерном мире время и координаты любого события (T, X, Y, Z) также задают нам мировую точку. Поэтому в четырехмерном мире (в пространстве-времени) мы можем ввести понятие расстояния между двумя мировыми точками, называемое интервалом, но здесь оно в декартовых координатах имеет уже несколько иной вид:

$$s_{12}^2 = c^2 (T_1 - T_2)^2 - (X_1 - X_2)^2 - (Y_1 - Y_2)^2 - (Z_1 - Z_2)^2 = \\ = c^2 (T_1 - T_2)^2 - l_{12}^2. \quad (2.12)$$

Так как в выражение (2.12) пространственная и временная части входят с разными знаками, то Клейн и Гильберт предложили такое пространство называть псевдоевклидовым.

Выражение (2.12) для интервала не следует из каких-либо более общих принципов. Оно само выражает фундаментальный принцип современной физики — пространство и время едино, и геометрия его определяется интервалом (2.12). Бесконечно малый интервал между двумя событиями

$$ds^2 = c^2\,dT^2 - dX^2 - dY^2 - dZ^2 \tag{2.13}$$

является инвариантом в этом четырехмерном мире.

Минковский понял, что суть теории относительности, именно специальной теории относительности, в том, что все физические процессы протекают в пространстве-времени, геометрия которого псевдоевклидова. Такого понимания сути специальной теории относительности у Эйнштейна в то время еще не было. Об этом, в частности, свидетельствует его мнение о работах математиков по теории относительности [7]: «С тех пор, как на теорию относительности навалились математики, я сам перестал ее понимать!». Однако к моменту создания общей теории относительности Эйнштейн уже осознал все величие открытия Минковского и очень высоко отозвался о его работах [8, с. 559], «...без которых общая теория относительности..., быть может, оставалась бы в зачаточном состоянии».

Название «теория относительности» (или позднее — специальная теория относительности) не является удачным. Исторически оно возникло давно, в начале нашего века, поэтому нет смысла от него отказываться и сейчас, но необходимо понимать, в чем главное содержание теории. Теория относительности это не какая-то туманная философия об относительности. Это — теория пространства-времени. Изучение различных форм материи, ее законов движения является в то же время и изучением пространства-времени. Хотя сама структура пространства-времени и открылась нам в результате изучения материи, иногда мы говорим о пространстве-времени как об арене, на которой развиваются те или иные явления. При этом мы не совершим ошибку, если будем помнить, что эта арена не существует сама по себе без материи.

Иногда говорят, что пространство-время (мир Минковского) задано априорно, поскольку его структура не изменяется под действием материи. Конечно, те представления о пространстве-времени, которые возникли в естествознании, являются определенной ступенью наших знаний о природе, но даже и в этом случае пространство-время неотделимо от материи и не существует априорно.

Теперь можно еще раз поставить вопрос о принципе относительности. Суть его такова: для всех физических явлений, а не только для механических, протекающих в какой-то инерциальной системе координат, никакими физическими опытами невозможно определить, находится эта система в состоянии покоя или прямолинейного равномерного движения. Этот принцип есть частное проявление того, что все физические процессы протекают в пространстве-времени с метрикой (2.12).

Константа c, входящая в интервал (2.12), берется из эксперимента (фактически она та же, что и в уравнениях Максвелла). По существу, c является предельной скоростью распространения всякого взаимодействия. На этом вопросе мы остановимся позднее.

Поскольку геометрия пространства-времени определяется выражением (2.13), а ds^2 является инвариантом, величина которого не зависит от выбора системы координат, то мы сразу же приходим к утверждению об относительности расстояния и относительности времени.

Действительно, так как инвариантом является именно четырехмерный интервал, связанный и с координатами, и со временем, величина отрезка в трехмерном пространстве в общем случае уже не будет инвариантом, а следовательно, в разных системах отсчета она будет различной и, таким образом, понятие длины трехмерного отрезка не будет иметь абсолютного характера. Отсюда следует также и фундаментальный вывод об относительности временных промежутков в различных системах отсчета, впервые установленный Эйнштейном [4].

Следует отметить, что довольно часто понятие инвариантности употребляют в значениях, соответствующих понятиям ковариантности или форминвариантности. Поэтому напомним определения этих понятий и укажем на их различие.

Уравнение называется ковариантным при некотором преобразовании координат, если новые неизвестные функции, входящие в него, выраженные в новых переменных, будут удовлетворять уравнениям того же вида, что и старые функции в старых переменных. Таким образом, требование ковариантности уравнений не является отражением какого-либо принципа, а является математическим требованием.

Как показано Фоком [9], для того чтобы какое-либо уравнение было ковариантным, достаточно, чтобы при произвольных допустимых преобразованиях координат оно преобразовывалось по тензорному закону. Поясним это примером. Уравнения релятивистской механики

$$\frac{DU^i(x)}{Ds} = F^i(x) \tag{2.14}$$

ковариантны, так как в силу тензорного характера при произвольном допустимом преобразовании координат

$$x'^i = x'^i(x^m) \tag{2.15}$$

новые функции, выраженные в новых переменных $U'^i(x')$, будут удовлетворять уравнению того же вида, что и исходное уравнение (2.14)

$$\frac{D'U'^i(x')}{D's} = F'^i(x'),$$

т. е. при переходе от координат x к координатам x' все величины в уравнении (2.14) заменяются на соответствующие штрихованные величины.

При этом следует особо подчеркнуть, что функциональная зависимость метрического тензора пространства-времени g'_{ni} от новых координат при преобразованиях (2.15), вообще говоря, может меняться. Это означает, что если в первоначальной системе отсчета метрический тензор g_{ni} был одной функцией от координат x, то в штрихованной системе координат он может быть совершенно другой функцией от координат x'. Поскольку в ковариантные уравнения всегда входит метрический тензор пространства-времени или его производные, то и функциональная зависимость (функциональная форма) ковариантных уравнений от новых координат при преобразовании (2.15) в общем случае изменяется.

В этом легко убедиться, если учесть, что при преобразованиях координат (2.15) метрический тензор пространства-времени преобразуется по закону

$$g'_{ni}(x') = \frac{\partial x^l}{\partial x'^n}\frac{\partial x^m}{\partial x'^i} g_{lm}(x(x')).$$

Таким образом, что вполне естественно, функциональная зависимость ковариантных уравнений от новых координат при преобразованиях (2.15) не сохраняется, а поэтому в различных системах координат описание явлений различно, т. е. в общем случае явления в разных системах координат будут протекать различным образом.

Требование форминвариантности метрики при некоторых преобразованиях координат (т. е. неизменности функциональной зависимости метрического тензора при этом преобразовании) является более жестким, чем требование ковариантности уравнений. Это требование ограничивает класс координатных систем лишь такими, преобразования между которыми оставляют функциональную форму метрического тензора пространства-времени неизменной: функциональная зависимость тензора g_{ni} от координат x в одной системе отсчета является той же самой, что и зависимость тензора g'_{ni} от координат x' в любой другой системе отсчета из этого класса.

Однако данное требование гарантирует, что для всей группы преобразований, оставляющих метрику форминвариантной, функциональная зависимость уравнений поля от новых координат будет неизменной. Поэтому во всех системах отсчета, преобразования между которыми оставляют метрику форминвариантной, все физические явления будут протекать одинаковым образом, так что мы не сможем установить, в какой именно из этих систем отсчета находимся.

Таким образом, ковариантность и форминвариантность являются разными понятиями. Преобразования, обеспечивающие ковариантность уравнений поля, в общем случае включают преобразования между различными допустимыми, но неравноправными для описания физических явлений системами отсчета. В противоположность этому, преобразования, обеспечивающие форминвариантность метрического тензора пространства-времени (а следовательно, и форминвариантность ковариантных уравнений), включают преобразования только между эквивалентными, с физической точки зрения, системами отсчета: в этих системах все физические явления протекают одинаковым образом при соответственных начальных и граничных условиях. А так как существование или отсутствие группы таких преобразований целиком предопределяется характером геометрии пространства-времени, то отсюда следует, что специальный принцип относительности, по существу, представляет собой лишь тривиальное проявление псевдоевклидовой геометрии физического пространства-времени, не более. Поэтому и объяснение или получение этого принципа на основе каких-то особых постулатов не отражает существа проблемы. Однако обычно при формулировке специальной теории относительности такие постулаты рассматриваются в качестве краеугольного камня теории. В частности, вводят постулат «постоянства скорости света», утверждая, что свет распространяется в пустоте с определенной скоростью c, не зависящей от состояния движения излучающего тела.

Далее, опираясь на это положение, определяют процедуру синхронизации часов, находящихся в различных точках пространства A и B, путем обмена световыми сигналами. Наглядно эту процедуру можно представить себе следующим образом: из точки A в некоторый момент времени t_A по «A-часам» посылается в точку B световой сигнал. Он приходит в точку B в момент времени t_B по «B-часам», отражается в ней и возвращается в точку A в момент времени t'_A по «A-часам». По определению, часы, находящиеся в точках A и B, будут синхронизованы, если имеет место равенство

$$t_B - t_A = t'_A - t_B. \tag{2.16}$$

Это равенство легко получить, используя постулат «постоянства скорости света». Действительно, если расстояние между точками A и B обозначить через R, то в момент прихода светового сигнала в точку B показание часов, находящихся в ней и синхронизованных с часами A, должно быть равно

$$t_B = t_A + \frac{R}{c}.$$

Совершенно аналогично в момент возвращения светового сигнала в точку A ее часы должны показывать время

$$t'_A = t_B + \frac{R}{c}.$$

Вычитая из второго равенства первое, получим условие синхронизации (2.16). Из этого условия имеем

$$t_B = \frac{1}{2}(t_A + t'_A) = t_A + \varepsilon(t'_A - t_A),$$

где $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

Введенная таким образом синхронизация часов позволяет говорить об «одновременности» событий, происходящих в разных точках пространства.

Дальнейшие соображения обычно опираются на принцип относительности: требуют, чтобы закон распространения сферической световой волны не зависел от того, в какой из двух координатных систем, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, происходит описание процесса распространения. Тогда, полагая, что сферическая волна испускается в момент времени $t = t' = 0$ из общего в этот момент для обеих систем отсчета начала координат, скорость света в одной системе отсчета определяют выражением

$$c^2 = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{t^2}, \tag{2.17}$$

а в другой —

$$c^2 = \frac{x'^2 + y'^2 + z'^2}{t'^2}, \tag{2.18}$$

причем координаты (x, y, z, t) и (x', y', z', t') связываются между собой преобразованием Лоренца. В частном случае распространения света из начала координат вдоль оси x формулы (2.17) и (2.18) дают

$$c = \frac{x}{t}, \quad c = \frac{x'}{t'}.$$

Однако такой подход к построению теории относительности неоднозначен и несколько формален, поскольку здесь с самого начала не анализируется, что такое расстояние между точками пространства, да и понятие времени связано с определенной синхронизацией часов. Впервые на некоторые из этих вопросов обратил внимание Рейхенбах [10]. Он выдвинул общее условие синхронизации в форме

$$t_B = t_A + \varepsilon(t'_A - t_A), \quad 0 < \varepsilon < 1.$$

Условие синхронизации Эйнштейна имеет место при $\varepsilon = 1/2$. Подход Рейхенбаха можно было бы сейчас изложить следующим образом.

Во-первых, ниоткуда не следует, что скорость света в одном направлении должна быть равна скорости света в противоположном направлении. Пусть, например, в положительном направлении оси x скорость света равна c_1, а в противоположном направлении — c_2. Тогда в момент прихода светового сигнала в точку B показание часов, находящихся в ней, должно быть равно

$$t_B = t_A + \frac{X_{AB}}{c_1}, \tag{2.19}$$

где X_{AB} — расстояние между точками A и B. Совершенно аналогично возвращение сигнала в точку A по «A-часам» должно произойти в момент времени

$$t'_A = t_B - \frac{X_{AB}}{c_2}; \quad (c_2 < 0). \tag{2.20}$$

Вычитая из выражения (2.20) выражение (2.19), получим

$$t'_A - t_B = t_B - t_A - X_{AB}\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right).$$

Складывая их, имеем

$$X_{AB} = (t'_A - t_A)\frac{c_1 c_2}{c_2 - c_1}.$$

Подставляя это соотношение в предыдущее, получим окончательно

$$t_B = t_A + \varepsilon (t'_A - t_A),$$

где $\varepsilon = \frac{c_2}{c_2 - c_1}$. Поскольку скорости света c_1 и c_2 могут принимать любые постоянные значения (и в частности, сколь угодно большие) в общем случае мы приходим к синхронизации Рейхенбаха:

$$t_B = t_A + \varepsilon (t'_A - t_A); \quad 0 < \varepsilon < 1.$$

Таким образом, произвол в синхронизации часов, отмеченный Рейхенбахом, показывает, что путь построения теории относительности, избранный Эйнштейном, является не однозначным. Это обстоятельство внесло путаницу в понимание сущности теории относительности, особенно в выделение в ней главного и второстепенного. После Рейхенбаха вопросы синхронизации часов обсуждались Мандельштамом [11] и в последнее время Тяпкиным [12].

Однако мнение, что центральным пунктом специальной теории относительности является понятие одновременности, глубоко ошибочно. Понятие одновременности основано на процедуре синхронизации часов. Синхронизация же часов, как показал Рейхенбах, может быть достаточно произвольной. Она является простым следствием того или иного выбора координатной системы. Более того, существуют такие координатные системы (например, ускоренные), в которых синхронизация часов не может быть осуществлена, хотя описание физических процессов в такой системе возможно и в рамках специальной теории относительности.

Из предыдущего следует, что постулат о постоянстве скорости света (как он определен Эйнштейном) в общем случае произвольной синхронизации часов не выполняется, поэтому возникает ряд вопросов.

Как определить физическое время в случае синхронизации часов по Рейхенбаху? Как определить физическое расстояние между двумя точками пространства в этом случае? Какова же предельно допустимая скорость распространения сигналов?

Для того чтобы ответить на все эти вопросы, необходимо понять сущность теории относительности. Без такого понимания невозможно получить правильные ответы на эти и другие вопросы. Именно из-за отсутствия понимания главного в специальной теории относительности в ряде монографий и учебников бытует до сих пор неправильное утверждение о неприменимости специальной теории относительности к описанию явлений в неинерциальных системах отсчета и необходимости применения в этом случае общей теории относительности, о конвенциальном характере ряда понятий физики. Разъяснению всех этих вопросов и посвящены настоящие лекции.

§ 3. Преобразования Лоренца

Механика Ньютона, как мы теперь знаем, вновь установила, что геометрия нашего трехмерного мира евклидова, а время абсолютно. Сюрприз препод-