Вернемся теперь опять к рассмотрению основ теории относительности. К сожалению, по этим вопросам в литературе имеется много путаницы и неверных утверждений. Внести ясность в эти вопросы и в то же время расширить область применения специальной теории относительности и является нашей главной задачей. Эти вопросы нами частично затрагивались ранее.

§ 11. Координатная скорость света

Найдем теперь координатную скорость света. Как известно, движение светового сигнала описывается изотропным интервалом:

$$ds^2 = 0.$$

Вводя обозначение

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dt}$$

для координатной скорости света и учитывая, что подъем и опускание тензорных индексов у этой скорости производится с помощью тензора $\varkappa_{\alpha\beta}$ (4.14):

$$v_\alpha = \varkappa_{\alpha\beta} v^\beta; \quad v^2 = \varkappa_{\alpha\beta} v^\alpha v^\beta,$$

интервал (4.11) для этого случая представим в виде

$$c^2\left[\sqrt{g_{00}} + \frac{g_{0\alpha} v^\alpha}{c\sqrt{g_{00}}}\right]^2 - v^2 = 0. \qquad (11.1)$$

Записывая вектор скорости v^α в виде

$$v^\alpha = v e^\alpha, \qquad (11.2)$$

где e^α — единичный вектор в направлении скорости v^α,

$$\varkappa_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta = 1, \qquad (11.3)$$

из соотношения (5.1) получим

$$v = c\left[\sqrt{g_{00}} + \frac{g_{0\alpha} e^\alpha}{\sqrt{g_{00}}} \frac{v}{c}\right].$$

Разрешая это уравнение относительно v, имеем

$$v = \frac{c\sqrt{g_{00}}}{1 - \frac{g_{0\alpha} e^\alpha}{\sqrt{g_{00}}}}. \qquad (11.4)$$

Таким образом, величина координатной скорости зависит как от метрических коэффициентов, так и от направления, причем выражение, стоящее в знаменателе (11.4), всегда положительно и не обращается в нуль.

Чтобы в этом убедиться, умножим $\varkappa_{\alpha\beta}$ на $e^\alpha e^\beta$. В силу определения (11.3) это — единица. С другой стороны, получим

$$1 = \varkappa_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta = -g_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta + \left[\frac{g_{0\alpha} e^\alpha}{\sqrt{g_{00}}}\right]^2. \tag{11.5}$$

Для допустимых координатных систем квадратичная форма $g_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta$, а следовательно, и квадратичная форма $g_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta$, является отрицательно определенной:

$$g_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta < 0. \tag{11.6}$$

Тогда из (11.5) и (11.6) получим

$$\left[\frac{g_{0\alpha} e^\alpha}{\sqrt{g_{00}}}\right]^2 = 1 + g_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta < 1.$$

Таким образом, знаменатель в выражении (11.4) никогда не обращается в нуль.

В том случае, когда метрические коэффициенты g_{ik} постоянны, скорость v также будет постоянной, но разной для различных направлений движения в пространстве. Именно с помощью такого определения скорости света фактически осуществлялась Эйнштейном, Паули, Рейхенбахом, Мандельштамом и др. синхронизация часов в разных точках пространства в инерциальной системе отсчета. Мы видим, что синхронизация часов, определенная таким образом, зависит от выбора системы координат пространства-времени в инерциальной системе отсчета, а поэтому она не является сколь-нибудь важным физическим актом. В галилеевых координатах эта скорость равна c и не зависит от направления движения в пространстве. Подчеркивая именно это обстоятельство, Паули, обсуждая постулат о постоянстве скорости света, писал [19]: «Об **универсальном** постоянстве скорости света в пустоте не может быть речи уже потому, что скорость света постоянна только в галилеевых системах отсчета» [1]). Но этот

---

[1]) Здесь Паули, следуя Эйнштейну, имеет в виду галилеевы координаты.

вывод основан на определении, как мы теперь видим, координатной скорости света, а не физической. Делать же заключения из нефизических понятий нельзя. Как же определить понятие физической скорости и, в частности, физической скорости света?

Для того чтобы это сделать, необходимо знать, во-первых, расстояние между точками A и B в пространстве и, во-вторых, промежуток времени, в течение которого сигнал из точки A дошел до точки B. Но, чтобы определить первое и второе, необходимо иметь представление о пространстве и времени или более точно знать геометрию пространства-времени, а это стало возможным лишь после открытия Минковским псевдоевклидовой геометрии пространства и времени. Однако формальная интерпретация и непонимание открытия Минковского затрудняли понимание сути теории относительности до сих дней. Об этом свидетельствуют многочисленные учебники, монографии, статьи и изыскания разных авторов.

Ранее в (4.12) мы дали выражение физического времени через координатные переменные пространства-времени

$$d\tau = dt\sqrt{g_{00}} + \frac{g_{0\alpha}\,dx^\alpha}{c\sqrt{g_{00}}}.$$

Аналогично ранее мы выразили в (4.13) расстояние между двумя бесконечно близкими точками пространства через пространственные переменные

$$dl^2 = \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha}\,g_{0\beta}}{g_{00}}\right) dx^\alpha\, dx^\beta.$$

Отсюда величина физической скорости равна

$$V = \frac{dl}{d\tau}.$$

Поскольку для светового сигнала интервал равен нулю, то физическая скорость света в инерциальной системе отсчета в любых допустимых системах координат пространства-времени всегда равна c и не зависит от направления движения:

$$V = \frac{dl}{d\tau} = c.$$

Отсюда следует, что постулат о постоянстве скорости света, как мы установили, справедлив в инерциальной системе отсчета всегда, независимо от выбора допустимых координат пространства-времени. Таким образом, ошибка проистекала из-за того, что имели дело не с физической скоростью света, а с координатной. В частном случае галилеевых координат координатная скорость света совпадает с физической. В любых других координатах в инерциальной системе отсчета физическая скорость всегда отличается от координатной. Последняя, вообще говоря, может быть сколь угодно большой.

Определение физической скорости света, которое следует из псевдоевклидовой структуры геометрии пространства-времени, позволяет в инерциальной системе отсчета в любых допустимых координатах пространства-времени осуществить единственным образом синхронизацию часов в разных точках пространства. Именно введение физической скорости света вместо координатной, с которой фактически всегда имели дело, полностью снимает все вопросы неоднозначности, которые ранее якобы возникали при описании физических явлений. Таким образом, постулат о постоянстве скорости света можно сформулировать в инерциальной системе отсчета в любых допустимых координатах пространства-времени как частное следствие псевдоевклидовой структуры пространства-времени на основе введенного нами понятия физической скорости. Но и в такой формулировке этот постулат имеет ограниченный смысл, поскольку в произвольной (ускоренной) системе отсчета он не выполняется, хотя описание физических явлений возможно в любой системе отсчета, поскольку теория относительности — это теория пространства-времени. Отсюда очевидно, что, основываясь на постулатах о постоянстве скорости света, в принципе, нельзя выйти за границы инерциальных систем отсчета в специальной теории относительности.

Представление же о псевдоевклидовой геометрии пространства-времени является более общим и фундаментальным. Оно позволяет с единой точки зрения сформулировать физические законы как в инерциальных, так и в неинерциальных (ускоренных) системах отсчета и этим самым дает возможность расширить область применения специальной теории относительности, что имеет не только общетеоретическое, но и прикладное значение. Рассмотрим историю данного вопроса.

В 1907 г. (статья 8 собр. соч. [8]) Эйнштейн, анализируя гравитацию, пришел к выводу: «... и в дальнейшем мы будем предполагать полную физическую равноценность гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета». Далее, развивая эту идею, которую он сформулировал как принцип эквивалентности, Эйнштейн в 1913 г. (статья 21 собр. соч. [8]) отмечал: «В обычной теории относительности допускаются только линейные ортогональные преобразования». В следующей статье этого же года (статья 22 собр. соч. [8]) он пишет: «В первоначальной теории относительности независимость физических уравнений от специального выбора системы отсчета основывается на постулировании фундаментального инварианта $ds^2 = \sum_i dx_i^2$, а теперь речь идет о том, чтобы построить теорию (имеется в виду общая теория относительности — А. Л.), в которой роль фундаментального инварианта играет линейный элемент наиболее общего вида

$$ds^2 = \sum_{i,k} g_{ik}\, dx_i\, dx_k\,.»$$

Величины g_{ik} Эйнштейн объявляет характеристиками гравитационного поля. Эти высказывания (статьи 21 и 22 собр. соч. [8]) Эйнштейна относительно специальной теории относительности сильно сужают ее содержание. Уже на этом этапе видно, что Эйнштейн не осознал глубокого физического содержания открытия Минковского.

Как мы уже знаем, Пуанкаре и Минковский открыли псевдоевклидову геометрию и установили единство пространства и времени, но отсюда, следуя им, интервал между событиями в произвольной допустимой системе координат пространства-времени можно записать в общем виде:

$$ds^2 = \sum_{i,k} g_{ik}\, dx^i\, dx^k.$$

В частном случае галилеевых координат он может быть записан так:

$$s_{12}^2 = c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2,$$

или, в дифференциальном виде,

$$ds^2 = c^2\,dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

Таким образом, в специальной теории относительности речь идет не о постулировании интервала в виде

$$ds^2 = \sum_i dx_i^2,$$

как считал Эйнштейн, а речь идет о псевдоевклидовой геометрии пространства-времени, определяемой интервалом

$$ds^2 = g_{ik}\,dx^i\,dx^k$$

с метрическим тензором g_{ik}, для которого тензор кривизны Римана R_{iklm} равен нулю. Почему Эйнштейн не понял этого? По-видимому, это объясняется тем, что специальную теорию относительности он воспринимал только через постулат о постоянстве скорости света в галилеевых координатах, а ускоренные системы отсчета — на основании принципа эквивалентности отождествлял с гравитацией. В литературе и до сих пор мы встречаемся с непониманием открытия Минковского, а следовательно, и сущности специальной теории относительности. Без творческого изучения даже великого наследия прошлого наука не может существовать. Эту истину мы все хорошо знаем, но не всегда ей следуем, поскольку это требует много времени и размышлений. Ведь легче пересказать, чем творчески переосмыслить. Особенно важно изучение основополагающих работ, ибо в них, как нигде, можно проследить зарождение и развитие великих идей.

Как я уже упоминал, в общем случае следует различать два вида величин: координатные и физические. Координатные величины зависят от произвола в выборе координатно-временной сетки, используемой для описания явлений. Они задаются определенным способом измерений. Физическими величинами мы называем такие величины, которые являются объективными характеристиками пространства, времени и материи. Поэтому для построения физических величин необходимо наряду с координатными величинами использовать и метрический тензор пространства-времени, который дает возможность избавиться от влияния произвола в выборе координат. Так, например, физические величины $d\tau$ и dl^2, определяемые формулами

(4.12) и (4.13), не зависят от выбора системы координат в данной инерциальной системе отсчета, так как они инвариантны относительно группы преобразований (9.1).

Здесь следует отметить, что выбор тех или иных координат (x, y, z, t) для описания какого-либо явления в большой степени произволен и соответствует выбору той или иной координатно-временной сетки или, как иногда говорят, арифметизации точек пространства-времени в псевдоевклидовом пространстве-времени, аналогично тому, как на обычной плоскости мы можем вести различные системы координат: косоугольные, криволинейные или, вообще, гауссовы.

Однако — и это следует подчеркнуть — процедура построения координатной сетки, т. е. сопоставления каждой точке пространства-времени набора четырех чисел (x, y, z, t), является процедурой операционной, предполагающей произвольный, но определенный физический способ арифметизации пространства-времени.

Следует отметить, что, хотя выбор координат и является произвольным, эти координаты должны быть допустимыми, т. е. позволяющими реализовать соответствующую координатную систему с помощью реальных физических процессов. Для этого необходимо, чтобы компонента g_{00} метрического тензора была положительной величиной, а квадратичная форма, построенная с использованием пространственных компонент $g_{\alpha\beta}$ метрического тензора, была отрицательно определенной:

$$g_{00} > 0, \quad g_{\alpha\beta}\, dx^{\alpha}\, dx^{\beta} < 0. \tag{11.7}$$

Для выполнения последнего из этих условий в силу критерия Сильвестра необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства

$$g_{11} < 0; \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} > 0; \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} < 0. \tag{11.8}$$

Отметим также, что в силу условий (11.7) квадратичная форма

$$\varkappa_{\alpha\beta}\, dx^{\alpha}\, dx^{\beta} = -g_{\alpha\beta}\, dx^{\alpha}\, dx^{\beta} + \frac{(g_{0\alpha}\, dx^{\alpha})^2}{g_{00}} \tag{11.9}$$

будет всегда положительно определенной, а поэтому детерминанты

$$\Delta_1 = \varkappa_{11}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \varkappa_{11} & \varkappa_{12} \\ \varkappa_{12} & \varkappa_{22} \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} \varkappa_{11} & \varkappa_{12} & \varkappa_{13} \\ \varkappa_{12} & \varkappa_{22} & \varkappa_{23} \\ \varkappa_{13} & \varkappa_{23} & \varkappa_{33} \end{vmatrix}$$

также будут всегда положительными: $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 > 0$, $\Delta_3 > 0$. Это дает нам возможность провести следующее преобразование:

$$dx'^1 = \frac{\varkappa^1_\alpha \, dx^\alpha}{\sqrt{\Delta_1}};$$

$$dx'^2 = \sqrt{\frac{\Delta_2}{\Delta_1}} dx^2 + \frac{(\varkappa_{23}\varkappa_{11} - \varkappa_{12}\varkappa_{13})}{\sqrt{\Delta_2 \Delta_1}} dx^3;$$

$$dx'^3 = \sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta_2}} dx^3,$$

где dx'^α в римановом пространстве не являются полными дифференциалами. Данное преобразование приводит квадратичную форму (11.9) к диагональному виду:

$$dl^2 = \varkappa_{\alpha\beta} \, dx^\alpha \, dx^\beta = (dx'^1)^2 + (dx'^2)^2 + (dx'^3)^2.$$

Таким образом, встав на точку зрения, что единое пространство-время обладает псевдоевклидовой геометрией, и рассмотрев с этой точки зрения системы координат, мы смогли по-новому взглянуть уже и на принцип относительности, а главное, существенно расширить область применения специальной теории относительности.

§ 12. Обобщенные инерциальные системы отсчета

Рассмотрим теперь произвольное линейное преобразование от галилеевых координат (X, Y, Z, T) к некоторым координатам (x, y, z, t):

$$\begin{aligned} T &= a_0 t + a_1 x + a_2 y + a_3 z; \\ X &= a_4 t + a_5 x + a_6 y + a_7 z; \\ Y &= a_8 t + a_9 x + a_{10} y + a_{11} z; \\ Z &= a_{12} t + a_{13} x + a_{14} y + a_{15} z. \end{aligned} \tag{12.1}$$

Не ограничивая общности, потребуем, чтобы пространственные оси новой системы (x, y, z) были ортогональны