Таким образом, в этом случае сложение физических скоростей такое же, как и в системе координат, где метрика диагональна. Следовательно, мы видим, что, хотя описание может быть произведено в произвольных координатах и оно несколько отличается от случая диагональной метрики, для физических величин мы всегда будем получать совпадающие с этим случаем выражения.

Далее, из выражения (15.4) следует, что физическая скорость света, распространяющегося в положительном направлении оси x ($v^x = c_1$, $v^y = v^z = 0$), по абсолютной величине равна физической скорости света, распространяющегося в противоположном направлении ($v^x = c_2$, $v^y = v^z = 0$), и совпадает с электродинамической постоянной c.

Отметим также, что, хотя координатные скорости тел могли быть любыми по величине (но не превышали, конечно, координатные скорости света c_1 и c_2), физические скорости никогда не могут быть больше c, т. е. $V < c$.

§ 16. Примеры обобщенных инерциальных систем отсчета

Рассмотрим несколько примеров обобщенных инерциальных систем отсчета. Для построения обобщенной инерциальной системы отсчета, как мы видели, следует совершить переход от галилеевых координат (T, X, Y, Z) к новым координатам (t, x, y, z), связанным с галилеевыми координатами соотношениями (12.2). Поскольку преобразование (12.2) линейно, то в общем случае оно описывает поворот осей x и t в плоскости XT, причем после поворота ось x может быть и не ортогональной оси t. Таким образом, повороты каждой из осей x и t в плоскости XT на произвольные, не обязательно равные, углы являются генераторами общего преобразования (12.2), поэтому уместно рассмотреть эти два преобразования раздельно.

1. Поворот оси x без изменения ориентации оси t описывается преобразованием Галилея

$$X = x - ut; \quad T = t. \tag{16.1}$$

Компоненты метрического тензора можно получить из выражения (12.4), если учесть, что в рассматриваемом случае $p=a=1$, $q=0$, $b=-u$. В результате имеем

$$g_{00}=1-\frac{u^2}{c^2};\quad g_{11}=g_{22}=g_{33}=-1;\quad g_{01}=\frac{u}{c}. \tag{16.2}$$

Условие допустимости преобразования (16.1) в данном случае имеет вид

$$g_{00}=1-\frac{u^2}{c^2}>0.$$

Отсюда следует ограничение на значение параметра u, входящего в выражение (16.1):

$$u^2<c^2.$$

Используя выражения (16.2) для компонент метрического тензора, из соотношений (12.6) получим значения координатной скорости света вдоль оси x и в противоположном направлении

$$c_1=c+u;\quad c_2=-c+u.$$

Отсюда, полагая для определенности $u>0$, в силу условия $u^2<c^2$, получим

$$2c>c_1\geqslant c;\quad 0>c_2\geqslant -c.$$

Преобразования координат, оставляющие метрический тензор (16.2) форминвариантным и соответствующие переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой, в этом случае имеют вид

$$x_{\text{н}}=\frac{\left(1+\frac{uV}{c^2}\right)x_{\text{c}}+\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)Vt_{\text{c}}}{\sqrt{1-V^2/c^2}};$$

$$t_{\text{н}}=\frac{\left(1-\frac{uV}{c^2}\right)t_{\text{c}}+\frac{Vx_{\text{c}}}{c^2}}{\sqrt{1-V^2/c^2}},$$

где V — физическая относительная скорость рассматриваемых нами двух систем отсчета.

2. Поворот оси t без изменения ориентации оси x описывается преобразованием

$$X=x;\quad T=t+\frac{wx}{c^2}. \tag{16.3}$$

В этом случае для компонент метрического тензора имеем

$$g_{00}=1;\quad g_{01}=\frac{w}{c};\quad g_{11}=-\left(1-\frac{w^2}{c^2}\right);\quad g_{22}=g_{33}=-1. \tag{16.4}$$

Условие допустимости преобразования (16.3) приводит к неравенству

$$w^2<c^2.$$

Для скорости света вдоль оси x из соотношений (12.6) получим следующие выражения:

$$c_1=\frac{c^2}{c-w};\quad c_2=-\frac{c^2}{c+w}.$$

Если считать, что $w\geqslant 0$, то отсюда имеем

$$c\leqslant c_1<\infty;\quad -\frac{c}{2}>c_2\geqslant -c.$$

Преобразования координат, оставляющие метрический тензор (16.4) форминвариантным и соответствующие переходу между обобщенными инерциальными системами отсчета, в этом случае будут иметь вид

$$x_{\text{н}}=\frac{\left(1+\frac{Vw}{c^2}\right)x_{\text{с}}+Vt_{\text{с}}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},$$

$$t_{\text{н}}=\frac{\left(1-\frac{Vw}{c^2}\right)t_{\text{с}}+x_{\text{с}}\frac{V}{c^2}\left(1-\frac{w^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}.$$

Таким образом, в произвольной инерциальной системе отсчета постулат Эйнштейна о равенстве скорости света при распространении в прямом и обратном направлениях не выполняется, но тем не менее это обстоятельство никоим образом не сказывается на возможности описания физических процессов в этих системах отсчета.

§ 17. Синхронизация часов в различных точках пространства

Для приведения показаний часов, имеющих одинаковый темп хода и расположенных в различных точках пространства, в соответствие друг с другом обычно