координат, в которых компонента g_{00} положительна:

$$g_{00} > 0, \tag{26.41}$$

а трехмерная квадратичная форма $g_{\alpha\beta}\,dx^{\alpha}\,dx^{\beta}$ отрицательна:

$$g_{\alpha\beta}\,dx^{\alpha}\,dx^{\beta} < 0. \tag{26.42}$$

Тогда в любой системе координат, удовлетворяющей условиям (26.41)—(26.42), компонента x^0 будет всегда иметь характер времени, а компоненты x^{α}—характер пространственных координат.

В силу критерия Сильвестра, как я уже отмечал, требования (26.42) эквивалентны условиям

$$g_{11} < 0; \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{vmatrix} > 0; \quad \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{12} & g_{22} & g_{23} \\ g_{13} & g_{23} & g_{33} \end{vmatrix} < 0. \tag{26.43}$$

Отметим также, что на компоненты $g_{0\alpha}$ метрического тензора риманова пространства-времени условие допустимости системы координат не налагает никаких ограничений.

§ 27. Физическое поле и естественная геометрия для него

В любой физической теории, в которой полевой переменной является тензорная величина, форма дифференциальных уравнений поля не должна зависеть от выбора координат, в которых описывается данный процесс. Это может быть достигнуто двумя путями: использованием в уравнениях поля только ковариантных производных в естественной для этого процесса метрике пространства-времени, либо путем составления тензорной величины из функций поля и их частных (нековариантных) производных. В последнем случае уравнения поля будут существенно нелинейными.

Любому физическому полю соответствует некоторая геометрия, называемая естественной, именно такая, что в отсутствие взаимодействия с другими полями фронт свободной волны этого физического поля движется по геодезическим естественного пространства-времени.

Распространение фронта волны безмассового поля (уравнение характеристик) [9]

$$g^{ik}\frac{\partial\Psi}{\partial x^k}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i}=0, \tag{27.1}$$

а также движение свободных материальных частиц (уравнение Гамильтона—Якоби)

$$g^{ik}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i}\frac{\partial\Psi}{\partial x^k}=1 \tag{27.2}$$

определяются метрическим тензором естественной для этих процессов геометрии.

Вопрос о выборе естественной геометрии—это вопрос о том, посредством какого эффективного метрического тензора свертываются старшие производные в плотности лагранжиана. Вполне возможна отмечавшаяся еще Лобачевским [25] ситуация, когда различные физические явления будут описываться в терминах различных естественных геометрий.

Из уравнений (27.1) и (27.2) следует, что естественная геометрия физической теории допускает экспериментальное определение на основе данных по движению пробных частиц и полей. Изучение движения пробных частиц с массой и безмассовых полей позволяет определить метрический тензор естественного пространства-времени с точностью до постоянного множителя [5].

Таким образом, изучение движения различных форм материи позволяет экспериментально проверить характер геометрии пространства-времени мира.

От характера геометрии пространства-времени в большой степени зависит возможность получения законов сохранения для замкнутой системы взаимодействующих полей. Как мы увидим далее, именно требование законов сохранения для замкнутой системы физических полей ограничивает наш выбор естественной геометрии лишь тремя типами четырехмерных геометрий.

Геометрия пространства-времени предопределяет также и существование или отсутствие группы преобразований координат, оставляющих метрический тензор форминвариантным, а, следовательно, и наличие или отсутствие физически эквивалентных систем отсчета.

Проанализируем все эти вопросы в случае n-мерного риманова пространства V_n.