Структура (35.14) для любого симметричного тензорного поля примечательна тем, что она является локальной, линейной, содержит производные только второго порядка и удовлетворяет закону сохранения, т. е. дивергенция от Ψ^{mn} тождественно равна нулю:

$$\partial_m \Psi^{mn} = 0. \qquad (35.15)$$

В дальнейшем нам понадобится структура (35.14), написанная в терминах ковариантных по метрике Минковского производных для плотности метрического тензора $\tilde{g}^{lm}$:

$$J^{mn} = D_k D_p \left[\gamma^{np}\tilde{g}^{km} + \gamma^{pm}\tilde{g}^{kn} - \gamma^{kp}\tilde{g}^{mn} - \gamma^{mn}\tilde{g}^{kp}\right]. \qquad (35.16)$$

Из (35.16) очевидно, что выполняется тождество

$$D_m J^{mn} \equiv 0, \qquad (35.17)$$

которое мы назовем основным, поскольку оно имеет фундаментальное значение при построении релятивистской теории гравитации.

§ 36. Уравнения релятивистской теории гравитации

В основу релятивистской теории гравитации (РТГ) [30], которая завершила развитие идей, изложенных в работе [44], мы положили следующие физические требования:

I. В теории должны строго выполняться законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения для вещества и гравитационного поля вместе взятых. Под веществом мы понимаем все формы материи (включая и электромагнитное поле) за исключением гравитационной. Законы сохранения отражают общие динамические свойства материи и позволяют ввести единые характеристики для различных ее форм. Общие динамические свойства материи, определяемые законами сохранения, находят воплощение в структуре геометрии пространства-времени. Она с необходимостью оказывается псевдоевклидовой (пространство Минковского). Таким образом, геометрия задается не соглашением, как считал Пуанкаре, а однозначно определяется общими динамическими свойствами материи — законами сохранения.

Пространство Минковского обладает четырехпараметрической группой трансляции и шестипараметрической группой вращения. Такая структура пространства-времени отражает динамические свойства материи — ее законы сохранения. Данное положение кардинальным образом отличает РТГ от общей теории относительности и полностью выводит нас из дебрей римановой геометрии.

II. Гравитационное поле описывается симметрическим тензором и является реальным физическим полем, обладающим плотностью энергии-импульса. Если этому полю сопоставлять частицы, то они должны иметь нулевую массу покоя. При этом реальные и виртуальные кванты гравитационного поля имеют спиновые состояния 2 и 0.

Это положение возвращает гравитационному полю физическую реальность, поскольку его даже локально нельзя уничтожить выбором системы отсчета, следовательно, нет никакой (даже локальной) эквивалентности между гравитационным полем и силами инерции. Данное физическое требование в корне отличает РТГ от ОТО.

В положениях I и II мы ввели в гравитацию фундаментальные законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения, а также гравитационное поле типа Фарадея — Максвелла, обладающее плотностью энергии-импульса.

Эйнштейн в ОТО отождествил гравитацию с метрическим тензором риманова пространства, но этот путь привел к отказу от гравитационного поля как физического поля, а также к утрате фундаментальных законов сохранения. Именно поэтому от этого положения Эйнштейна нам необходимо полностью отказаться.

III. На основе пространства Минковского и понятия физического гравитационного поля сформулируем принцип геометризации, суть которого заключается в том, что в силу универсальности, взаимодействие гравитационного поля с веществом описывается путем «подключения» тензора гравитационного поля к метрическому тензору пространства Минковского. Это всегда можно осуществить, поскольку какую бы форму материи мы ни избрали, в ее исходные физические уравнения войдет метрический тензор пространства Минковского. Иначе и не может быть, так как физические процессы протекают во времени и пространстве. В силу такого универсального гравитационного взаимодействия автоматически возникает эффективное риманово пространство, которое в буквальном смысле имеет полевое динамическое происхождение. Согласно принципу геометризации, движение вещества под действием гравитационного поля в пространстве Минковского тождественно его движению в эффективном римановом пространстве. Обсуждая структуру геометрии, Эйнштейн писал в 1921 году: «...вопрос о том, имеет этот континуум евклидову, риманову или какую-либо другую структуру, является вопросом физическим, ответ на который должен дать опыт, а не вопросом соглашения о выборе на основе простой целесообразности». Это утверждение Эйнштейна с принципиальной точки зрения совершенно правильно.

Но суть дела оказывается гораздо глубже. Главное — понять, какие физические свойства материи определяют геометрию? Действительно, если определять физическую геометрию на основе изучения движения света и пробных тел, то можно допустить, что мы таким образом установили риманову структуру геометрии. Означает ли это, что такую геометрию мы должны положить в основу теории? Нет, не означает, ибо принятие ее автоматически лишило бы нас фундаментальных законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения, поскольку геометрия не обладает группой движения пространства-времени.

Все это произошло в ОТО. Следовательно, даже обнаружив опытным путем риманову геометрию, не надо спешить делать вывод о структуре геометрии, которую необходимо положить в основу теории, а необходимо прежде всего выяснить, действительно ли является это понятие первичным или оно имеет вторичное происхождение. При этом необходимо исходить из общих динамических свойств материи — ее законов сохранения, именно они и являются теми руководящими принципами, которые освещают пути построения физической теории.

Таким образом, не частные физические проявления движения материи, а ее наиболее общие динамические свойства определяют структуру физической геометрии, которая должна лежать в основе теории. В нашей теории (РТГ) физическая геометрия определяется не на основе изучения движения света и пробных тел, а на основе общих динамических свойств материи — ее законов сохранения, которые не только имеют фундаментальное значение, но и экспериментально проверяемы. При этом движение света и пробных тел обусловлено простым действием гравитационного поля на вещество в пространстве Минковского.

Пространство Минковского и гравитационное поле являются исходными первичными понятиями, а эффективное риманово пространство является понятием вторичным, обязанным своим происхождением гравитационному полю и его универсальному действию на вещество. В самой сути принципа геометризации заложено разделение сил инерции и гравитационного поля. Но это разделение только тогда может быть физически реализовано, когда в уравнения для гравитационного поля будет входить метрический тензор пространства Минковского. В ОТО, как легко убедиться непосредственно из уравнений Гильберта — Эйнштейна, такое разделение невозможно. В РТГ пространство Минковского находит отражение не только в законах сохранения, но и в описании физических явлений *). Поэтому пространство Минковского является физическим, а следовательно и наблюдаемым. Характеристики его всегда можно проверить путем соответствующей обработки экспериментальных данных по движению световых сигналов и пробных тел в «эффективном» римановом пространстве. «Что касается того соображения, что прямая, как луч света, более непосредственно наблюдаема, — писал в свое время В. А. Фок, — то оно не имеет никакого значения: в определениях решающим является не непосредственная наблюдаемость, а соответствие природе, хотя бы это соответствие и устанавливалось путем косвенных умозаключений». Наблюдаемость, таким образом, следует понимать не в примитивном, а в более об-

*) Однозначная и глубокая связь законов сохранения (которые экспериментально проверяемы) со структурой пространства Минковского свидетельствует о его физической наблюдаемости.

Эксперименты с распространением световых сигналов и пробных тел дают сведения лишь об эффективном римановом пространстве, возникающем благодаря действию гравитационного поля на вещество согласно принципу геометризации. ОТО не может содержать понятия пространства Минковского, а поэтому говорить о нем в ОТО просто бессмысленно.

щем и глубоком смысле как адекватность природе. Разумеется, РТГ ни в коем случае не исключает возможность описания движения в эффективном римановом пространстве.

Уравнения РТГ (в противоположность ОТО) содержат метрический тензор пространства Минковского, поэтому все функции, описывающие физические поля, записываются в единых координатах для всего пространства-времени Минковского, например галилеевых (декартовых). В соединении с полевыми уравнениями, определяющими структуру гравитационного поля, возникает совершенно новый физический смысл уравнений Гильберта—Эйнштейна, которые при этом изменяются и существенно упрощаются.

Законы сохранения вещества и гравитационного поля вместе взятых являются следствиями уравнений РТГ и отражают псевдоевклидову структуру пространства-времени. Решая систему уравнений поля, мы установим зависимость метрического тензора эффективного риманова пространства как от координат пространства Минковского, так и от гравитационной постоянной G. Собственное время, измеряемое часами (движущимися вместе с веществом), оказывается зависящим от координат пространства Минковского и гравитационной постоянной G. Таким образом, ход собственного времени зависит от характера гравитационного поля.

Наличие пространства Минковского и присутствие его метрического тензора в уравнениях поля позволяет отделить силы инерции от гравитационного поля и всегда найти его влияние на те или иные физические процессы. С другой стороны, все переменные поля могут быть записаны в единых координатах для всего пространства-времени, например, такие координаты можно взять галилеевыми (декартовыми). Всего перечисленного ОТО в принципе лишена, поскольку в римановой геометрии не существует глобальных декартовых координат. Оставаясь в ОТО, нельзя записать уравнения Гильберта — Эйнштейна в координатах пространства Минковского, поскольку в римановой геометрии, на которой основана ОТО, нет такого понятия.

В настоящем параграфе мы построим в рамках специальной теории относительности и принципа геометризации релятивистские уравнения для вещества и гравитационного поля.

Связь между эффективной метрикой полевого риманова пространства и гравитационным полем всегда можно выбрать в простейшем виде

$$\tilde{g}^{ik}=\sqrt{-g}\,g^{ik}=\sqrt{-\gamma}\,\gamma^{ik}+\sqrt{-\gamma}\,\varphi^{ik}. \qquad (36.1)$$

Полевой переменной гравитационного поля в нашей теории является тензор φ^{ik}. Мы будем считать, что гравитационное поле в общем случае имеет только спин 2 и 0. Такие физические требования, как мы видели в § 35, приводят в галилеевых координатах к следующим четырем уравнениям гравитационного поля:

$$\partial_i\varphi^{ik}=\partial_i\tilde{g}^{ik}=0. \qquad (36.2)$$

Аналогичные условия иногда использовались ранее [9, 52] в ОТО в качестве особого класса координатных гармонических условий для решения задач островного типа. На важность гармонических координатных условий для решения островных задач особенно обращал внимание Фок [9]. Так, он писал: «Сделанные выше замечания о привилегированном характере гармонической системы координат ни в коем случае не должны быть понимаемы в смысле какого-либо запрещения пользоваться другими координатными системами. Ничто не может быть более чуждым нашей точке зрения, чем такое ее толкование...» и далее: «...существование гармонических координат хотя и является фактом первостепенного теоретического и практического значения, но никоим образом не исключает возможности пользоваться другими не гармоническими координатными системами». С точки зрения нашей теории Фок при решении островных задач, сам того не сознавая, просто имел дело с обычными галилеевыми координатами в инерциальной системе отсчета, а последние, как известно из специальной теории относительности, конечно, выделены. В расчетах Фока островных систем гармонические условия являлись поэтому не координатными условиями, как он думал, а, как мы увидим из нашей теории, полевыми уравнениями в галилеевых координатах инерциальной системы отсчета. Именно поэтому они и сыграли важную роль в его конкретных расчетах, о чем, конечно, Фок, как, впрочем, и другие, и не подозревал.

Таким образом, Фок рассматривал гармонические условия только как привилегированные координатные условия и не более, причем, только для задач островного типа. Это и понятно, ведь он, как и все его великие предшественники, находился в плену римановой геометрии, а она в принципе не давала возможности к более глубокому проникновению в сущность проблемы. Чтобы сделать принципиальный шаг и выдвинуть эти условия, необходимо было отказаться от идеологии ОТО, выбраться из дебрей римановой геометрии, распространить, вопреки ОТО, специальный принцип относительности на гравитационные явления, ввести представления о гравитационном поле как физическом поле в духе Фарадея—Максвелла, обладающем энергией и импульсом. Это все и осуществлено в нашей теории, причем, выбор системы координат у нас является произвольным и задается только метрическим тензором γ^{ik} пространства Минковского, как это обычно принято в теории элементарных частиц. Уравнения же (36.2) в нашей теории являются всеобщими и универсальными, поскольку они являются уравнениями гравитационного поля. Они не имеют никакого отношения к выбору системы координат. В пространстве Минковского эти уравнения записываются в ковариантной форме

$$\sqrt{-\gamma}\, D_i\varphi^{ik} = D_i\tilde{g}^{ik} = 0. \tag{36.3}$$

На основании параграфа 35 мы видим, что эти полевые уравнения автоматически исключают из гравитационного тензорного поля спины 1 и $0'$. Таким образом, для искомых четырнадцати переменных гравитационного поля и вещества мы уже построили четыре ковариантных уравнения поля (36.3). Для построения следующих десяти уравнений мы воспользуемся простой, но далеко идущей аналогией с электромагнитным полем. Так как любое векторное поле A^n содержит спин 1 и спин 0, оно может быть разложено как прямая сумма соответствующих неприводимых представлений. Это разложение можно реализовать с помощью введенных в § 35 проекционных операторов (35.3)

$$A^n = X^n_m A^m + Y^n_m A^m, \tag{36.4}$$

причем, оператор X^n_m является сохраняющимся, т. е. удовлетворяет тождествам

$$\partial_n X^n_m = \partial^m X^n_m \equiv 0, \tag{36.5}$$

а оператор Y^n_m таким свойством не обладает.

Из электродинамики известно, что источником электромагнитного поля A^n является сохраняющийся электромагнитный ток j^n. Поэтому естественно для построения уравнения движения для поля использовать также сохраняющийся оператор X^n_m. Но этот оператор нелокален. Однако на его основе можно построить единственный, содержащий только вторые производные, локальный, линейный и сохраняющийся оператор $\square X^n_m$. Действуя этим оператором на A^m, получим выражение, которое в терминах ковариантных производных будет иметь вид

$$\gamma^{mk} D_m D_k A^n - D^n D_m A^m. \tag{36.6}$$

Постулируя равенство

$$\gamma^{mk} D_m D_k A^n - D^n D_m A^m = \frac{4\pi}{c} j^n, \tag{36.7}$$

получим известные уравнения Максвелла.

Одной из важнейших особенностей уравнения электродинамики (36.7) является то, что оно инвариантно относительно следующего калибровочного преобразования:

$$A^n \to A^n + D^n \varphi, \tag{36.8}$$

где φ — произвольная скалярная функция.

Все физические величины не изменяются при калибровочном преобразовании (36.8). Это означает, что они не зависят от наличия спина 0 в векторном поле A^n. Поэтому калибровочное преобразование может быть выбрано таким образом, чтобы спин 0 из векторного поля был всегда исключен. Последнее означает, что можно ввести условие

$$D_m A^m = 0. \tag{36.9}$$

Таким образом, в электродинамике условие (36.9) можно вводить, но можно и не вводить, поскольку спин 0 векторного поля, в силу калибровочной инвариантности, не сказывается на физических величинах.

Учитывая равенства (36.9) и (36.7), найдем систему уравнений

$$\gamma^{mk} D_m D_k A^n = \frac{4\pi}{c} j^n; \quad D_m A^m = 0,$$

которые определяют вектор-потенциал A^n, обладающий только спином 1.

Лагранжев формализм, приводящий к этим результатам, общеизвестен. Заметим, что идея построения теории взаимодействия для векторных полей (как абелевых, так и неабелевых) на базе калибровочной инвариантности оказалась чрезвычайно плодотворной и в настоящее время успешно развивается.

Проблемы, с которыми мы сталкиваемся на пути построения остальных уравнений для тензорного гравитационного поля, совершенно другого характера, так как его источник — тензор энергии-импульса — неинвариантен относительно калибровочного преобразования поля $\tilde{\varphi}^{ik}$. По аналогии с электродинамикой Максвелла, построим остальные уравнения для тензорного гравитационного поля. Единственным сохраняющимся тензором второго ранга является тензор энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского t^{mn}, поэтому естественно его взять в качестве полного источника гравитационного поля. Поскольку простейшим, тождественно сохраняющимся тензором, линейным по $\tilde{g}^{mn}$, как мы установили в § 35, является величина J^{mn}, то по аналогии с электродинамикой, постулируем следующие уравнения:

$$J^{mn} \equiv D_k D_p \left[\gamma^{kn} \tilde{g}^{pm} + \gamma^{km} \tilde{g}^{pn} - \gamma^{kp} \tilde{g}^{mn} - \gamma^{mn} \tilde{g}^{kp}\right] = \\ = \lambda \left(t_{\text{g}}^{mn} + t_{\text{м}}^{mn}\right). \tag{36.10}$$

Такой вид уравнений, вообще говоря, подразумевает автоматическое выполнение закона сохранения тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского

$$D_m \left(t_{\text{g}}^{mn} + t_{\text{м}}^{mn}\right) \equiv D_m t^{mn} = 0, \tag{36.11}$$

а также, как следствие (см. (34.28)), и выполнение ковариантного закона сохранения вещества в римановом пространстве

$$\nabla_m T^{mn} = 0. \tag{36.12}$$

Тензор энергии-импульса Гильберта T^{mn} можно задать феноменологически. В этом случае (36.12) являются уравнениями движения вещества.

Используя уравнения (36.3) в (36.10), получим

$$\gamma^{kp} D_k D_p \tilde{g}^{mn} = -\lambda (t_g^{mn} + t_{\text{м}}^{mn}); \tag{36.13а}$$

$$D_m \tilde{g}^{mn} = 0. \tag{36.13б}$$

Система уравнений (36.13) и является искомой системой для релятивистской теории гравитации.

Роль уравнений (36.13б) в РТГ существенно отличается от роли (36.9) в электродинамике. Действительно, хотя левая часть уравнений (36.10) инвариантна относительно калибровочного преобразования

$$\tilde{g}^{mn} \longrightarrow \tilde{g}^{mn} + D^m \tilde{\xi}^n + D^n \tilde{\xi}^m - \gamma^{mn} D_k \tilde{\xi}^k, \tag{36.14}$$

где $\tilde{\xi}^n = \sqrt{-\gamma}\ \xi^n$ является плотностью произвольного 4-вектора $\xi^n(x)$, из-за того, что правая часть (36.10) неинвариантна относительно замены (36.14), мы не имеем в теории произвола типа (36.14) и поэтому уравнения (36.3) не могут быть следствием уравнений (36.10).

Таким образом, в РТГ уравнения (36.3) являются дополнительными независимыми динамическими уравнениями гравитационного поля, а не координатными или калибровочными условиями.

Основной вопрос, на который при построении теории необходимо ответить, заключается в том, чтобы выяснить, существует ли плотность лагранжиана для гравитационного поля со спинами 2 и 0, которая автоматически приводила бы на базе принципа наименьшего действия к уравнениям (36.13).

Общая плотность лагранжиана гравитационного поля $\tilde{\varphi}^{ik}$, описывающая спины 2 и 0 и квадратичная по первым производным поля, имеет вид

$$\mathfrak{L}_g = a \tilde{g}_{km} \tilde{g}_{nq} \tilde{g}^{lp} D_l \tilde{g}^{kq} D_p \tilde{g}^{mn} + b \tilde{g}_{kq} D_m \tilde{g}^{pq} D_p \tilde{g}^{km} + c \tilde{g}_{km} \tilde{g}_{nq} \tilde{g}^{lp} D_l \tilde{g}^{km} D_p \tilde{g}^{nq}. \tag{36.15}$$

Характерной особенностью этого лагранжиана является то, что свертка ковариантных производных, взятых по метрике Минковского, осуществляется с помощью эффективного метрического тензора $\tilde{g}^{ik}$ риманова пространства. Можно показать, что это требование для гравитационного поля является следствием принципа геометризации и структуры гравитационного поля, обладающего только спинами 2 и 0.

Система уравнений для гравитационного поля, в силу принципа наименьшего действия, принимает вид

$$\frac{\delta \mathfrak{L}_g}{\delta \tilde{\varphi}^{ik}} + \frac{\delta \mathfrak{L}_м}{\delta \tilde{\varphi}^{ik}} \equiv \frac{\delta \mathfrak{L}_g}{\delta \tilde{g}^{ik}} + \frac{\delta \mathfrak{L}_м}{\delta \tilde{g}^{ik}} = 0. \qquad (36.16)$$

Здесь учтена связь (36.1). В (36.16) $\mathfrak{L}_м$ является плотностью лагранжиана вещества, а плотность лагранжиана $\mathfrak{L}_g$ задана формулой (36.15).

Для того чтобы система уравнений (36.16) могла быть представлена в форме (36.13), необходимо в плотности лагранжиана (36.15) постоянные a, b и c выбрать определенным и единственным образом. С этой целью на основании формул (34.17), (34.22) и (34.25) найдем для лагранжиана $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_g + \mathfrak{L}_м$ плотность тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля t^{mn} в пространстве Минковского. Вычисляя вариацию полного лагранжиана по γ_{mn}, получим

$$\begin{gathered} t^{mn} = 2\sqrt{-\gamma}\left(\gamma^{nk}\gamma^{mp} - \frac{1}{2}\gamma^{mn}\gamma^{pk}\right)\frac{\delta \mathfrak{L}}{\delta \tilde{g}^{kp}} + 2bJ^{mn} + \\ + D_p\left\{(2a+b)\left[H_k^{pn}\gamma^{km} + H_k^{pm}\gamma^{kn} - H_k^{mn}\gamma^{kp}\right] - \right. \\ \left. - 2(a+2c)\gamma^{mn}\tilde{g}^{kp}\tilde{g}_{lq}D_k\tilde{g}^{lq}\right\}, \qquad (36.17) \end{gathered}$$

где

$$H_k^{pn} = (\tilde{g}^{pl}D_l\tilde{g}^{qn} + \tilde{g}^{nl}D_l\tilde{g}^{pq})\,\tilde{g}_{qk}.$$

Из (36.17) мы видим, что уравнения

$$\begin{gathered} t^{mn} = 2bJ^{mn} + D_p\left\{(2a+b)\left[H_k^{pn}\gamma^{km} + H_k^{pm}\gamma^{kn} - H_k^{mn}\gamma^{kp}\right] - \right. \\ \left. - 2(a+2c)\gamma^{mn}\tilde{g}^{kp}\tilde{g}_{lq}D_k\tilde{g}^{lq}\right\} \qquad (36.18) \end{gathered}$$

эквивалентны уравнениям поля (36.16).

Для того чтобы из равенства

$$D_m t^{mn} = 0 \qquad (36.19)$$

не возникало какого-либо нового уравнения на поле φ^{ik}, что в противном случае привело бы к переопределенной системе уравнений, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты a, b и c удовлетворяли условиям

$$a = -\frac{1}{2}b;\qquad c = \frac{1}{4}b. \tag{36.20}$$

При этом выборе постоянных мы имеем тождество

$$D_m t^{mn} \equiv 0.$$

Таким образом, уравнения движения вещества непосредственно следуют из уравнений для гравитационного поля. С учетом (36.20) выражение (36.18) примет вид

$$D_p D_k (\gamma^{km}\tilde{g}^{pn} + \gamma^{kn}\tilde{g}^{pm} - \tilde{g}^{mn}\gamma^{kp} - \gamma^{mn}\tilde{g}^{kp}) = \frac{1}{2b}(t_{\mathrm{g}}^{mn} + t_{\mathrm{M}}^{mn}) \equiv \frac{1}{2b}t^{mn}, \tag{36.21}$$

который совпадает с написанными нами ранее, по аналогии с электродинамикой, уравнениями (36.10), если положить

$$2b = \frac{1}{\lambda}.$$

Таким образом, плотность лагранжиана $\mathfrak{L}_{\mathrm{g}}$, которая приводит нас к уравнениям поля в форме (36.21), имеет вид

$$\mathfrak{L}_{\mathrm{g}} = \frac{1}{2\lambda}\left[\tilde{g}_{kq} D_m\tilde{g}^{pq} D_p\tilde{g}^{km} - \frac{1}{2}\tilde{g}_{km}\tilde{g}_{nq}\tilde{g}^{lp} D_l\tilde{g}^{kq} D_p\tilde{g}^{mn} + \frac{1}{4}\tilde{g}_{km}\tilde{g}_{nq}\tilde{g}^{lp} D_l\tilde{g}^{km} D_p\tilde{g}^{nq}\right]. \tag{36.22}$$

Из принципа соответствия следует, что постоянная λ равна

$$\lambda = -16\pi. \tag{36.23}$$

Плотность лагранжиана (36.22) с учетом (36.23) может быть представлена в виде

$$\mathfrak{L}_{\mathrm{g}} = \frac{1}{32\pi}[\tilde{G}^l_{mn} D_l\tilde{g}^{mn} - \tilde{g}^{mn}\tilde{G}^k_{mk}\tilde{G}^l_{nl}], \tag{36.24}$$

где тензор третьего ранга $\tilde{G}^k_{lm}$ определен по формуле

$$\tilde{G}^k_{lm} = \frac{1}{2}\tilde{g}^{pk}(D_m\tilde{g}_{lp} + D_l\tilde{g}_{mp} - D_p\tilde{g}_{lm}). \tag{36.25}$$

$\mathfrak{L}_g$ также можно записать в форме

$$\mathfrak{L}_g = -\frac{1}{16\pi}\sqrt{-g}\, g^{mn}\left[G^k_{lm}G^l_{nk} - G^l_{mn}G^k_{lk}\right]. \qquad (36.26)$$

Такой лагранжиан впервые рассматривал Розен [53]. В (36.26) тензор третьего ранга G^k_{ml} равен

$$G^k_{ml} = \frac{1}{2} g^{kp}(D_m g_{pl} + D_l g_{pm} - D_p g_{lm}). \qquad (36.27)$$

С учетом уравнения (36.3) полная система уравнений для вещества и гравитационного поля будет [28—30]

$$\gamma^{pk} D_p D_k \tilde{g}^{mn} = 16\pi t^{mn}; \qquad (36.28)$$

$$D_m \tilde{g}^{mn} = 0. \qquad (36.29)$$

Очевидно, что в галилеевой системе координат уравнения (36.28)—(36.29) примут вид

$$\Box\, \tilde{g}^{mn} = 16\pi t^{mn}; \qquad (36.28')$$

$$\partial_m \tilde{g}^{mn} = 0. \qquad (36.29')$$

Если бы мы ограничились только системой уравнений (36.21), то деление метрики риманова пространства на метрику в пространстве Минковского и тензорное гравитационное поле носило бы условный характер и не имело какого-либо физического смысла. Вторая система (36.29) четырех полевых уравнений принципиально отделяет все, что относится к силам инерции, от всего, что имеет отношение к гравитационному полю. Обе системы уравнений (36.28) и (36.29) общековариантны. На поведение гравитационного поля, как обычно, накладываются соответствующие физические условия из заданной, например, галилеевой, системы координат. В ОТО невозможно сформулировать физические условия на метрику g^{mn}, оставаясь в римановом пространстве, поскольку асимптотика метрики всегда зависит от выбора трехмерной системы координат.

Найдем теперь явный вид системы уравнений (36.16). Для лагранжиана (36.22) можно показать, что

$$\frac{\partial \mathfrak{L}_g}{\partial \tilde{g}^{mn}} = \frac{1}{16\pi}\left[G^k_{ml}G^l_{kn} - G^k_{mn}G^l_{kl}\right]$$

и

$$\frac{\partial \mathfrak{L}_g}{\partial \tilde{g}^{mn}_{,k}} = \frac{1}{16\pi}\left[G^k_{mn} - \frac{1}{2}\delta^k_m G^l_{nl} - \frac{1}{2}\delta^k_n G^l_{ml}\right].$$

Поэтому

$$\frac{\delta \mathfrak{L}_g}{\delta \tilde{g}^{mn}} = -\frac{1}{16\pi} R_{mn}, \tag{36.30}$$

где R_{ml} — тензор кривизны второго ранга риманова пространства и равен

$$R_{mn} = D_k G^k_{mn} - D_m G^l_{nl} + G^k_{mn} G^l_{kl} - G^k_{ml} G^l_{nk}. \tag{36.31}$$

Так как в силу (34.6б) и (34.11)

$$2 \cdot \frac{\delta \mathfrak{L}_M}{\delta g^{mn}} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\left(T_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} T\right), \tag{36.32}$$

то из (36.16) найдем

$$\sqrt{-g}\, R_{mn} = 8\pi \left(T_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} T\right). \tag{36.33}$$

То есть мы пришли к известной системе уравнений Гильберта—Эйнштейна с той лишь принципиальной разницей, что все переменные поля в них являются функциями координат пространства Минковского, метрический тензор которого входит в уравнения (36.29). Физический смысл имеют решения, которые при соответствующих начальных и граничных условиях удовлетворяют как системе уравнений (36.28), так и системе (36.29).

Система уравнений (36.28) и (36.29) является полной, она содержит столько уравнений, сколько имеется неизвестных переменных поля. Уравнения Гильберта—Эйнштейна (36.33) не содержат метрического тензора пространства Минковского, а поэтому введение этого тензора в них носит иллюзорный характер. И только уравнения (36.29) позволяют однозначно отделить силы инерции от гравитационного поля и тем самым ввести в теорию плоское пространство Минковского. Подчеркнем, что уравнения (36.29) в корне изменяют характер решения уравнений Гильберта—Эйнштейна, приводя к новым физическим предсказаниям. Все это и осуществлено в РТГ. Плотность лагранжиана гравитационного поля (36.22) является единственной, которая ведет к самосогласованной системе уравнений поля и вещества (36.28) и (36.29). Это означает, что уравнения РТГ* являются единственными простейшими уравнениями второго порядка.

Ввиду важности этого факта мы приведем и другую форму доказательства эквивалентности уравнений (36.10) и (36.33), основанного на прямом вычислении тензорных плотностей t_{g}^{mn} и $t_{\mathrm{м}}^{mn}$ в пространстве Минковского.

На основании формул (34.17) с учетом связи (36.1) найдем, что плотность тензора энергии-импульса гравитационного поля в пространстве Минковского для плотности лагранжиана (36.22) равна:

$$t_{\mathrm{g}}^{mn}=-\frac{1}{16\pi}J^{mn}-\frac{\sqrt{-\gamma}}{8\pi}\left(\gamma^{mp}\gamma^{nk}-\frac{1}{2}\gamma^{mn}\gamma^{pk}\right)R_{pk}. \qquad (36.34)$$

Здесь у нас, как мы видим, автоматически возник тензор кривизны второго ранга риманова пространства R_{pk}. Аналогично, используя формулы (34.17) и (36.1), а также определение плотности тензора Гильберта (34.6а) для плотности тензора энергии-импульса вещества в пространстве Минковского, найдем

$$t_{\mathrm{м}}^{mn}=\sqrt{\frac{\gamma}{g}}\left(\gamma^{mp}\gamma^{nk}-\frac{1}{2}\gamma^{mn}\gamma^{pk}\right)\left(T_{pk}-\frac{1}{2}g_{pk}T\right). \qquad (36.35)$$

Подставляя (36.34) и (36.35) в уравнения поля (36.10), получим

$$\left(\gamma^{mp}\gamma^{nk}-\frac{1}{2}\gamma^{nm}\gamma^{pk}\right)\left[R_{pk}-\frac{8\pi}{\sqrt{-g}}\left(T_{pk}-\frac{1}{2}g_{pk}T\right)\right]=0,$$

откуда и приходим к системе уравнений для гравитационного поля в форме (36.33).

Таким образом, система уравнений (36.10) эквивалентна системе уравнений Гильберта—Эйнштейна (36.33). Полная же система уравнений вещества и гравитационного поля (36.28) и (36.29) эквивалентна системе уравнений

$$\sqrt{-g}\,R_{mn}=8\pi\left(T_{mn}-\frac{1}{2}g_{mn}T\right); \qquad (36.36)$$

$$D_m\tilde{g}^{mn}=0. \qquad (36.37)$$

Следует еще раз особо отметить, что уравнения (36.37) являются всеобщими и универсальными, поскольку это полевые уравнения, описывающие гравитационные поля со спинами 2 и 0. Выбор системы отсчета (или системы координат) задается метрическим тензором пространства Минковского. Уравнения же (36.37) не накладывают никаких ограничений на выбор системы координат. Итак, уравнения (36.37) исключают из плотности тензорного поля $\tilde{\varphi}^{ik}$ спины 1 и 0′, оставляя только спины 2 и 0. Искомые шесть компонент гравитационного поля, соответствующие спинам 2 и 0, и четыре компоненты вещества определяются из уравнений поля (36.28) или эквивалентных им уравнений Гильберта—Эйнштейна (36.36).

Заметим, что некоторые аспекты теории гравитации в пространстве Минковского были рассмотрены в работах [53—55]. Однако даже те из этих авторов, которые были на правильном направлении, в свое время не смогли осознать этого и пошли по другому пути построения теории гравитации, который не привел к чему-то законченному. Наши работы [28—30] завершают построение релятивистской теории гравитации, которая приводит к ряду новых важнейших предсказаний.

Остановимся теперь на некоторых физических следствиях РТГ. Хорошо известно, что для фридмановской однородной и изотропной Вселенной, согласно ОТО, могут быть три модели Вселенной. Одна из них—замкнутая Вселенная, имеющая конечный объем. Какова плотность вещества во Вселенной в настоящее время? На этот вопрос ОТО не может дать определенного ответа. Согласно РТГ, фридмановская однородная и изотропная Вселенная является бесконечной и только «плоской», так как ее трехмерная геометрия евклидова. Это приводит к тому, что плотность энергии вещества во Вселенной должна равняться критической плотности, определяемой на основании измерения постоянной Хаббла. РТГ предсказывает, что во Вселенной должна существовать «скрытая масса», плотность энергии которой почти в сорок раз превышает плотность энергии вещества, наблюдаемой сегодня. Другим важным следствием РТГ является утверждение, что суммарная плотность энергии вещества и гравитационного поля во Вселенной должна равняться нулю.

Мы видим, что предсказание РТГ для развития фридмановской однородной и изотропной Вселенной существенно отличается от выводов ОТО.

Далее из ОТО следует, что массивные объекты с массой, большей трех масс Солнца, за конечный промежуток собственного времени неограниченно сжимаются гравитационными силами, достигая бесконечной плотности. Такой процесс эволюции звезды называют гравитационным коллапсом. Объекты такого типа получили название «черные дыры». Они не имеют материальной поверхности, а поэтому тело, падающее в «черную дыру», при пересечении ее границы не встретит ничего, кроме пустого пространства. Из внутренней области «черной дыры», через ее границу, не может выйти даже свет. Уилер рассматривал гравитационный коллапс и возникающую сингулярность как «один из величайших кризисов всех времен» для фундаментальной физики. С этим согласится каждый, кто проник в сущность ОТО. Релятивистская теория гравитации в корне изменяет характер гравитационного коллапса. Она приводит к явлению гравитационного замедления времени, благодаря которому сжатие массивного тела в сопутствующей системе отсчета происходит за конечное собственное время, и при этом, и это самое главное, плотность вещества остается конечной и не превышает величины 10^{16} г/см^3, яркость тела экспоненциально уменьшается, объект «чернеет», но, в отличие от «черных дыр», всегда имеет материальную поверхность. Такие объекты, если они возникают, имеют сложное строение, при этом никакого гравитационного самозамыкания не происходит, а поэтому вещество не исчезает из нашего пространства. В РТГ собственное время для падающего пробного тела зависит как от координат пространства Минковского, так и от гравитационной постоянной G, следовательно, ход собственного времени определяется характером гравитационного поля. Именно это обстоятельство и приводит к тому, что собственное время для падающего пробного тела неограниченно замедляется по мере приближения к шварцшильдовскому радиусу. Таким образом, согласно РТГ, никаких объектов «черных дыр», в которых происходит катастрофически сильное сжатие вещества до бесконечной плотности и которые не имеют материальной поверхности, в принципе не может быть в природе. Все это можно точно установить на примере сферически симметричной нестационарной задачи для пыли, когда давление полагается равным нулю. Промежуток собственного времени $d\tau$ для падающего тела связан с промежутком времени пространства Минковского dt формулой

$$d\tau = dt\left(\frac{\rho - GM}{\rho + GM}\right),$$

где ρ — радиальная переменная в пространстве Минковского.

Из приведенной формулы непосредственно видно, что, когда ρ приближается к значению, равному GM, изменение собственного времени $d\tau$ стремится к нулю, следовательно, все физические процессы в падающем теле неограниченно замедляются. Согласно РТГ, не существует не только статических, но и нестатических сферически симметричных тел с радиусом меньше или равным GM. Это означает, что никаких дыр в пространстве-времени не может быть. Все это принципиально отличает предсказания РТГ от предсказаний ОТО. Сжатие массивных объектов, когда давление не равно нулю, будет, конечно, слабее, поскольку давление препятствует гравитационному притяжению. Эволюция реальных объектов требует более детального изучения с использованием уравнения состояния вещества и является очень интересной проблемой.

РТГ объясняет всю имеющуюся совокупность наблюдательных и экспериментальных данных для гравитационных эффектов в Солнечной системе. Детальный анализ показывает неоднозначность предсказаний ОТО для гравитационных эффектов в Солнечной системе, причем для одних эффектов произвол возникает в членах первого порядка по гравитационной постоянной G, а для других — в членах второго порядка. В чем причина неоднозначности? В ОТО для определения метрики риманова пространства в каких-либо координатах необходимо задать так называемые координатные условия, которые весьма произвольны и всегда нековариантны (т. е. относятся только к определенной выбранной системе координат). В зависимости от вида этих условий мы в одних и тех же координатах в общем случае обязательно получим разные метрические тензоры. Но разные метрические тензоры в одних и тех же координатах будут давать и разные геодезические, а это значит, что будут различны и предсказания ОТО для движения света и пробных тел.

Следует отметить, что Вейль и Лоренц показали: при известных уравнениях всех времениподобных и всех изотропных геодезических линий в какой-либо системе координат метрический тензор пространства-времени в этой системе определяется с точностью до постоянного множителя, т. е. с физической точки зрения, изучая движение света и пробных тел, можно экспериментально установить структуру геометрии пространства-времени. Согласно этой теореме, разные метрические тензоры в данной системе координат ведут к разным предсказаниям о движении света и пробных тел.

Рассмотрим один мысленный эксперимент, отчетливо демонстрирующий произвол предсказаний ОТО. Пусть в инерциальной системе отсчета два пробных тела, разнесенных на некоторое расстояние, закреплены в точках A и B, а в точке O, очень близкой к линии AB, но равноудаленной от A и B, укреплена «игла», на которую можно насадить массивное (малых размеров) тело M. Проведем на этой «установке» два опыта. Сначала, отведя тело M от «установки» на расстояние, много большее AB (в бесконечность), определим время распространения светового сигнала от A к B и обратно. Затем, вернув тело M и «насадив» его на «иглу», повторим измерения. В присутствии тела M величина времени t_0 заменится на время t, а их разность даст время гравитационного запаздывания $t-t_0=\Delta t$, возникающего из-за действия тела на движение светового сигнала. Если теперь вычислить во втором опыте время распространения t (пользуясь, например, в одних и тех же координатах, гармоническим и шварцшильдовским решениями), а потом вычесть из полученного результата t_0, то времена запаздывания для таких разных решений в одних и тех же координатах окажутся разными*). Таким образом, ОТО не дает определенного предсказания для данного опыта.

Перейдем теперь к обсуждению гравитационного излучения. Изучая гравитационные волны [8], Эйнштейн писал:

---

*) Многозначность решений уравнений Гильберта — Эйнштейна в одних и тех же координатах, мягко говоря, ускользнула от внимания академика Зельдовича, а поэтому его утверждение в работе (УФН, 1986, т. 149, № 4) об однозначности описания просто ошибочно. Статья Зельдовича содержит и другие неправильные утверждения, но о них будет сказано специально в другом месте.

«Можно было бы предположить, что посредством соответствующего выбора системы отсчета всегда можно добиться обращения в нуль всех компонент энергии гравитационного поля, что было бы в высшей степени интересно. Однако легко показать, что это, вообще говоря, не так». Эйнштейн в полном соответствии со своим принципом эквивалентности ожидал обращения в нуль всех компонент «энергии гравитационного поля», поэтому он и считал этот результат в высшей степени интересным. Однако установить это ему не удалось. Уже совсем недавно было показано, что гравитационное излучение, как оно определено в ОТО Эйнштейном, действительно может быть уничтожено выбором допустимой системы отсчета. Это как раз и есть тот результат, который Эйнштейн считал в высшей степени интересным. Из него следует, что последняя фраза в приведенном выше высказывании Эйнштейна не верна. Но если излучение можно уничтожить, оставаясь в рамках ОТО, то из этого следует, что формула Эйнштейна для квадрупольного гравитационного излучения не является следствием его теории. Здесь Эйнштейн скорее руководствовался глубокой физической интуицией, чем логикой своей теории. Она помогла ему получить правильную формулу для излучения, но не позволила раскрыть сущность ОТО. В РТГ гравитационное поле является физическим полем, и оно в принципе даже локально не может быть уничтожено выбором системы отсчета. РТГ предсказывает существование гравитационных волн, переносящих энергию и импульс, что в принципе отсутствует в ОТО. Утверждение, что ОТО предсказывает существование гравитационных волн, просто ошибочно и основано на непонимании логики теории. Формула Эйнштейна является следствием релятивистской теории гравитации, а не ОТО.

Таким образом, на основе законов сохранения и представлений о гравитационном поле, как физическом поле, обладающем плотностью энергии-импульса, в соединении с принципами геометризации и локальной калибровочной инвариантности, однозначно построена релятивистская теория гравитации, которая объясняет все известные наблюдательные и экспериментальные данные о гравитации и дает новые предсказания о развитии фридмановской Вселенной и гравитационном коллапсе.