

1. ВСТУПЛЕНИЕ

1. Невероятное отставание школьной логики от современного развития науки особенно проявляется в беспомощности перед математикой, в ее математической элементарности. Уже 300 лет прошло с тех пор, как естественные науки стали на путь изображения подвижной природы вместо фиксации разных ее окостеневших форм. Уже 200 лет проходит с тех пор, как на тот же путь стали и науки общественные. Уже 100 лет назад начала подниматься великая звезда марксизма с его теорией непрерывно-скачкообразного становления человеческого общества. Но учебники логики с поразительным единодушием продолжают — вот уже до середины XX в. — ограничиваться элементарной таблицей умножения, демонстрируя собою чудовищный разрыв со всем научным сознанием передового человечества. Дело, конечно, вовсе не в том, что в логике не должно быть никакой элементарной ступени, подобно начальной арифметике в математике. Такая элементарная логика, которая состоит из «неподвижных категорий, представляющих собою как бы низшую математику логики, ее применение в условиях домашнего обихода» (Энгельс. Диал. прир. 1941. 163), конечно, должна иметь свое твердое место; и «никто не станет заключать, что, например, формальная логика — бессмыслица» (там же, 193). Но речь все-таки идет об ограничении этой элементарной (слишком уж элементарной) логики; и речь идет о том, чтобы высшая математика все-таки не сводилась на начальную арифметику.

Как это сделать? Решать такой вопрос в целом, разумеется, было бы наивно в нашей небольшой работе. Но обратить внимание работников теоретической мысли на один пункт, весьма важный для решения этого вопроса,— это сделать можно и в небольшой работе.

2. Именно, мы предлагаем учесть тот огромный вклад, который был сделан в свое время в человеческую мысль *математическим анализом*, или исчислением бесконечно-малых, или, как говорят, инфинитезимальным методом. Не говоря уже о колоссальных приложениях этого метода в ряде точных наук, и теоретических, и технических, высокая оценка этого метода базируется у нас на марксистском отношении к этому методу, с большой силой выраженным у Энгельса. «Из всех теоретических успехов знания вряд ли какой-нибудь считается столь высоким триумфом человеческого духа, как изобретение исчисления бесконечно-малых во второй

половине XVII века. Если уж где-нибудь мы имеем перед собою чистое и исключительное действие человеческого духа, то именно здесь» (Диал. прир. 216). «Лишь дифференциальное исчисление дает естествознанию возможность изображать математически не только состояния, но и процессы движения» (220). Однако если мышление, по Энгельсу, есть отражение природы (168) и если «движение, рассматриваемое в самом общем смысле слова, т. е. понимаемое как форма бытия материи, как внутренне присущий материи атрибут, обнимает собою все происходящие во вселенной изменения и процессы, начиная от простого перемещения и кончая мышлением» (46), то спрашивается: как же можно было бы игнорировать метод бесконечно-малых, изображающий движение как раз со стороны его сплошности и непрерывности, в мышлении, в логике, в науке о материальном движении на самой высокой ступени его развития? Совершенно очевидно, что с точки зрения учения Энгельса метод бесконечно-малых в логике по меньшей мере допустим и оправдан, если только не прямо необходим.

Поэтому имеет смысл совершить эту попытку, если мы хотим обрисовать логическую природу мышления именно как формы движения.

3. Мы вполне учитываем возможность всякого рода возражений, которые поднимутся против введения метода бесконечно-малых в логику. Возражения против этого метода были и в самой математике. Всегда находилось достаточное количество недалеких голов, пугающихся всего бесконечного. И даже еще теперь, когда голое отрицание этого метода было бы обскурантизмом, все еще встречаются специалисты, думающие свести анализ на конечные операции. Против такого рода узколобых критиков Энгельс прекрасно пишет следующее (162): «До конца прошлого столетия и даже до 1830 г. естествоиспытатели более или менее обходились при помощи старой метафизики, ибо действительная наука не выходила еще за пределы механики, земной и космической. Однако известное замешательство вызвала уже высшая математика, которая рассматривает вечную истину низшей математики как преодоленную точку зрения, часто утверждает нечто противоположное ей и выставляет положения, кажущиеся представителю низшей математики просто бессмыслицей. Здесь затвердевшие категории расплывались, математика вступила в такую область, где даже столь простые отношения, как отношения абстрактного количества, дурная бесконечность, приняли совершенно диалектический вид и заставили математиков стихийно и против их воли стать диалектиками. Нет ничего комичнее, чем жалкие уловки, увертки и вынужденные приемы, к которым прибегают математики, чтобы разрешить это противоречие, примирить между собою высшую и низшую математику, уяснить себе, что то, что у них получилось в виде неоспоримого результата, не представляет собою чистой бессмыслицы,— и вообще рационально объяснить исходный пункт, метод и результаты математики бесконечного».

4. Мы думаем, что вышеупомянутые слова Энгельса дают нам полное право на подобного рода исследование. Однако все же кое-что приходится сказать наперед, просто чтобы не вводить никого в ненужное заблуждение.

Прежде всего, из того, что этот метод мы предлагаем ввести в логику, вовсе не вытекает, что в логике не должно быть никаких других методов. Метод формально-логический, метод описательно-структурный, метод логистики, метод диалектический могут и должны применяться в логике, и метод бесконечно-малых должен быть с ними в гармонии.

Далее, из того, что некоторые направления буржуазной философии тоже считали нужным использовать метод бесконечно-малых,—этот факт способен пугать только детей. Мало ли с чем может «совпадать» марксизм? Марксизмом руководит исканье истины, а не то, совпадает ли он или не совпадает с теми или другими буржуазными методами. Марксистский диалектический метод тоже в какой-то мере «совпадает» с Гегелем. Однако это не помешало Марксу справедливо сказать, что его метод диаметрально противоположен гегелевскому. Позитивистский дарвинизм тоже выставил принцип борьбы за существование. Однако это не помешало Энгельсу в своей теории классовой борьбы совершенно отбросить дарвинистическую «борьбу за существование». Прагматисты тоже «совпадают» с нами в учении о практике как критерии истины. Но разве может быть у кого-нибудь сомнение о полной противоположности марксизма и англо-американского прагматизма?

Точно так же не будет свидетельствовать о нашей философской проницательности, если мы при мысли о бесконечно-малых в логике будем пугаться уже давно отошедших на тот свет марбургских неокантианских теней. Во-первых, почему мы должны тут вспоминать обязательно о Марбурге? Метод бесконечно-малых применял в философии Лейбница, представитель не кантианской гносеологии, но—объективной метафизики. Этот метод применял и по-своему обосновывал Гегель, представитель не кантианской гносеологии, но—объективного идеализма. В России в 80-х гг. [XIX в.] Н. Я. Грот говорил о дифференцировании и интегрировании в умственных процессах с точки зрения субъективистического психологизма. Этот метод с огромной силой выдвигали Маркс и Энгельс, представители диалектического материализма. При чем тут неокантианство? Во-вторых же, если уж сопоставлять наше понимание метода бесконечно-малых с концепциями Германа Когена, то ведь у последнего это есть метод порождения мышлением всякого бытия, а у нас—*метод отражения материи в мышлении*. При таком сопоставлении не только Коген переворачивается в своем гробу, но и мы можем сказать без всякого преувеличения, что наш *метод бесконечно-малых диаметрально противоположен когеновскому*, поскольку мы исходим из абсолютного существования материи и всякое мышление понимаем только как отражение этой последней.

Однако, повторяем, высочайшая оценка метода бесконечно-малых у Маркса и Энгельса делает совершенно ненужным

рассмотрение возможных возражений против этого метода. Возражения могут (и должны) быть не принципиальные, но — только по вопросам конкретного применения этого метода.

5. Гораздо важнее другая сторона дела. При помощи метода бесконечно-малых мы предполагаем перейти наконец от слов к делу в вопросе о живом становлении мышления, хотя это и далеко не единственный способ. Не будем скрывать от себя, что принцип живого мышления легко может стать, а иногда и действительно становится пустой фразой. Все согласны с тем, что мышление-де, конечно, движется, а не стоит на месте. А на поверку выходит, что если и имеется в виду какое-нибудь движение мысли, то — чисто психологическое. А сама-то мысль, как именно мысль, имеет в себе какое-нибудь движение и становление или нет? Вот тут-то обычно и превращается учение о движении в мертвую фразу. Иной раз даже приводятся слова Ленина (Филос. тет. 328): «Диалектика есть живое, многостороннее (при вечно увеличивающемся числе сторон) познание с бездной оттенков всякого подхода, приближений к действительности (с философской системой, растущей в целое из каждого оттенка) — вот неизмеримо богатое содержание по сравнению с «метафизическим» материализмом, основная беда которого есть неумение применить диалектику к *Bildertheorie* [к теории отражения], к процессу и развитию познания». Если эти слова Ленина для нас не пустая фраза, то что же такое это живое познание, что такое это становление, это сплошное течение мышления, понимая такое течение не психологически, а логически? Если продумать эту проблему до конца, то не миновать нам той — притом точнейшей — науки, которая ввела сплошное становление именно в числа, в величины, т. е. не миновать математического анализа. Конечно, логика есть учение о понятиях (и их дальнейших усложнениях), а не о числах, — это мы все время будем помнить очень хорошо. Но все же математический анализ дает такие общие принципы становления, которые нетрудно применить и к понятиям. И как в XVII в. уже было невозможно ограничиться в естественных науках только конечными и неподвижными величинами и стихийно возник математический анализ, без которого уже нельзя было научно отображать вновь открывающуюся картину природы, так, в сущности говоря, уже и для того времени старая логика конечных и неподвижных понятий должна была считаться устаревшей. И Лейбниц, Кант, Фихте, Шеллинг, Гегель, даже Шопенгауэр с большими и частыми срывами и провалами старались, каждый на свой манер, построить философию не конечных и неподвижно изолированных тел или сущностей, но философию именно становящегося бытия и мышления. В XIX в. Энгельс с огромной силой выдвинул в своей «Диалектике природы» метод бесконечно-малых как то, без чего невозможно изобразить движущуюся природу и мышление, а Маркс построил всю свою грандиозную теорию капитала на таком именно понимании общества, которое требует вечного становления, которое трактует капитал как сплошно, непрерывно стремящуюся кате-

горию, проходящую через целый ряд скачков, чтобы в конце концов, опять-таки в результате непрерывного становления и опять-таки при помощи грандиозного скачка, перейти в новую социальную формацию. «Капитал» Маркса, так сказать, насквозь инфинитезимален, хотя выделение в нем этих элементов теории бесконечно-малых еще ждет своего исследования.

6. В буржуазной философии все говорят и все согласны, что бытие и все, что в нем, движется, меняется, течет и т. д. Однако все эти «принципы» давно уже стали там ничего не говорящей пошлостью, особенно нудной и никчемной в логике. Ленин искренне возмущался этой «научной» пошлостью, прекрасно зная, что она говорится совершенно безответственно, поверхностно, ради пустой фразы. Ленин пишет (Филос. тет. 265): «С принципом развития в XX в. (да и в конце XIX в.) «согласны все». — Да, но это поверхностное, не продуманное, случайное, филистерское «согласие» есть *того рода* согласие, которым душат и опошляют истину. — Если все развивается, значит, все переходит из одного в другое, ибо развитие заведомо не есть простой, всеобщий и вечный *рост*, *увеличение* (*respective* — уменьшение) etc. — раз так, то, во-первых, надо *точнее* понять эволюцию как возникновение и уничтожение всего, взаимо-переходы. — А во-вторых, если *все* развивается, то относится ли оно к самым общим *понятиям и категориям мышления*? Если нет, значит, мышление не связано с бытием. Если да, значит, есть диалектика понятий и диалектика познания, имеющая объективное значение». Ясно видно, как глубоко чувствовал Ленин движение именно *понятий*. Но ведь тогда столь же должно быть ясным и то, что логика должна на первых же своих страницах учесть это движение. Тут общих фраз о том, что «все течет, все изменяется¹», недостаточно. «Вопрос не о том,— пишет Ленин (265),— есть ли движение, а о том, как его выразить в логике понятий». Понятия и мышление ни в каком случае нельзя понимать *только* прерывно, *только* скачкообразно, хотя если бы здесь не было прерывности, то не было бы и различий, т. е. не было бы и самого мышления. Однако как же учесть эту непрерывность? Прерывность мышления мы умеем понимать (не столько, впрочем, умеем, сколько некритически интерпретируем по образу неподвижно изолированных вещей). Но как выразить *непрерывность* мышления, взаимослияние понятий? «Движение есть единство непрерывности (времени и пространства) и прерывности (времени и пространства). Движение есть противоречие, есть единство противоречий» (там же, 267). Спрашивается: где же это у нас *непрерывность* мышления, да и еще *непрерывность логическая*? Ясно, что мы ее еще не умеем изображать логически. Но ведь без нее, по Ленину, нет и самого движения.

7. Укажем еще на одно понятие, без которого нельзя себе представить современной науки, но которое в логике и философии все еще вызывает у многих панику и какой-то докультурный аффект испуга. Это понятие самого *бесконечного*. Несмотря на то что в математике это понятие стало уже 300 лет назад одним из самых

обычных и трафаретных понятий, за невладение которым студентов увольняют с математических факультетов,— несмотря на это *логика* все еще продолжает по адресу этого понятия только беспомощно моргать глазами. Сам собой поднимается вопрос: не поучиться ли рассуждать тут у математики?

Мы не будем тут развивать ту мысль, которая должна быть ясна всякому диалектическому материалисту, о том, что не существует ни конечного без бесконечного, ни бесконечного вне конечного, что тут мы имеем типичное единство противоположностей, что «абсолютное и относительное, конечное и бесконечное — части, ступени одного и того же мира» (Ленин. Филос. тет. 106), что конечное и бесконечное «неотделимы», что «они — едино суть» (там же, 111). Что категория бесконечного поэтому столь же реальна и нисколько не более таинственна, чем категория конечного, это ясно. Но вот в чем вопрос: как вводить это бесконечное, как понимать его реальное функционирование в положительной науке и философии? Его можно представлять как нечто окончательное и завершенное и как только еще становящееся. Энгельсу не чужда мысль даже и о завершенной бесконечности, ибо он пишет (Диал. прир. 187 сл.): «...всякое действительное, исчерпывающее познание заключается лишь в том, что мы в мыслях поднимаем единичное из единичности в особенность, а из этой последней во всеобщность; заключается в том, что мы находим и констатируем бесконечность в конечном, вечное — в переходящем. Но форма всеобщности есть форма внутренней завершенности и тем самым бесконечности; она есть соединение многих конечных вещей с бесконечным». Но мы не будем здесь поднимать вопроса о завершенной бесконечности, так как здесь встал бы трудный вопрос о марксистской оценке современного учения о трансфинитных числах. В то же самое время, в чем уж никак нельзя сомневаться и что уж во всяком случае признано и утверждено классиками марксизма-ленинизма, это категория *становящейся* бесконечности, т. е. как раз то, на чем стоит математический анализ.

Вот у Энгельса картина этой становящейся бесконечности, и притом даже с употреблением математической категории *асимптоты*, т. е. такой прямой, которая касается данной кривой только при бесконечном продолжении этой прямой (Диал. прир. 188): «Подобно тому как бесконечность познаваемого материала слагается из одних лишь конечных предметов, так и бесконечность абсолютно познающего мышления слагается из бесконечного множества конечных человеческих голов, которые работают над этим бесконечным познанием друг возле друга и в ряде сменяющих друг друга поколений, делают практические и теоретические промахи, исходят из неудачных, односторонних, ложных предпосылок, идут ложными, кривыми, ненадежными путями и часто не находят правильного решения даже тогда, когда уткнутся в него носом (Присти). Поэтому познание бесконечного окружено двоякого рода трудностями и может, по самой своей природе, совершаясь только

в виде некоторого бесконечного асимптотического прогресса. И этого для нас вполне достаточно, чтобы мы имели право сказать: бесконечное столь же познаемо, сколь и непознаемо, а это все, что нам нужно».

Может ли марксист отрицать *такую* бесконечность? Конечно, нет. Я не знаю, стоит ли при этом напоминать так хорошо известное всем учение Ленина об абсолютном и относительном и бесконечном приближении относительного познания к абсолютному. Всегда находились такие «марксисты», которые начисто отрицали абсолютное и бесконечное; и так как в науке без этих понятий обойтись нельзя, то специально для них таким «марксистам» приходилось становиться в этих вопросах субъективными идеалистами. С другой стороны, признать абсолютно завершенное бесконечное означает не только устранение всякого реального исторического прогресса и всего относительного, но и признание одной из самых узких и ретроградных метафизик. Ленин, не отрицая абсолютной истины, ценит ее постольку, поскольку она нужна для относительной истины, ибо реальная истина, конечно, всегда будет относительной истиной. В борьбе с релятивистским и махистским отрицанием абсолютной объективной истины и бесконечного достижения ее человеком Ленин пишет (Собр. соч. XIII 110): «Итак, человеческое мышление по природе своей способно давать и дает нам *абсолютную истину*, которая *складывается из суммы относительных истин*. Каждая ступень в развитии науки прибавляет новые зерна в эту сумму абсолютной истины, но пределы истины каждого научного положения *относительны*, будучи то раздвигаемы, то суживаются дальнейшим ростом знания» (подчеркнуто нами. — А. Л.). «Познание есть *вечное, бесконечное приближение мышления к объекту*» (Филос. тет. 188, подчеркнуто нами). И далее: «*Отражение природы в мысли человека надо понимать не «мертво», не «абстрактно», не без движения, не без противоречий, а в вечном процессе движения, возникновения противоречий и разрешения их*». Поэтому человеческое познание — вполне условно и относительно (там же, 176, 198), и в то же время оно приводит к объективной истине (там же), так что «в каждом шаге познания вперед» есть «*абсолютное содержание*» (174).

После всего этого сомневаться в том, что в основе марксизма-ленинизма, в основе по крайней мере марксистско-ленинской логики и теории познания лежит идея бесконечного достижения объективной истины, это «вечное и бесконечное приближение мышления к объекту», этот «вечный процесс движения» в материи и мышлении,— это значило бы ревизовать всю эту философию с начала до конца.

8. Учение о становящейся бесконечности и непрерывности тончайшим образом разработано в математическом анализе. Вместо вялой пошлости обыкновенных рассуждений о том, что все течет, все изменяется, мы находим здесь очень тонкий и мощный аппарат для освоения этого бесконечно мало наплывающего процесса сознания и для применения его в науке о природе и в технике. Это

и заставляет нас использовать для логики старый и испытанный метод бесконечно-малых, это тончайшее, острейшее, блестящее орудие изображения непрерывных и бесконечных процессов, давшее столь грандиозные результаты в естествознании. Как мы можем остаться равнодушными к этому в логике, т. е. в той науке, которая как раз и должна нам рассказать, что такое мышление как максимально правильное отражение вечно движущегося бытия?

Можно ли, спросим мы, теперь, в середине XX в., игнорировать этот замечательный метод при обрисовке природы логического мышления? Допустимо ли такое чудовищное отставание нашей логики от точных наук, насквозь пронизанных дифференциальным и интегральным исчислением? Не превращается ли всякое наше рассуждение о становлении мышления, об отражении материи в мышлении в пустую фразу, если мир движущейся материи так точно и так прекрасно зафиксирован в математическом анализе, а мир мышления все еще коснеет — в наших изображениях его — на стадии арифметики конечных и неподвижно изолированных чисел? Нам кажется, уже давно пора ликвидировать это чудовищное отставание логики от науки. Невозможно, чтобы учащийся, прошедший современную математику, механику, физику, астрономию и пр., относился с пренебрежением к нашей логике. А он должен так относиться, ибо в ней он находит теорию *конечных* понятий и теорию *неподвижных и взаимно изолированных* понятий. Достаточно ли этого? Допустимо ли вузы свести на таблицу умножения? Можно ли, имеем ли мы право говорить о мышлении как об отражении материи, если материя есть сплошная текучесть и подвижность (при условии скачкообразных переходов), а мышление есть сплошная неподвижность, точкообразная косность, где ни при каких условиях и никогда ни один элемент не может перейти в другой? Нам кажется, что с точки зрения современного развития философии и науки вопросы эти могут быть решены совершенно ясно и безоговорочно. И математический анализ — как один из методов (это уже во всяком случае) — должен найти какой-то отзвук в науке логики.

9. Таким образом, мы выдвигаем фундаментальную категорию математического анализа — категорию *бесконечно-малого* — в надежде достигнуть если не окончательной ясности в проблеме логического понимания мышления, то по крайней мере более совершенного понимания, чем это мы находим в традиционной системе логики. Бесконечно-малое ценно для нас именно тем, что в нем с достаточной глубиной совмещается идея бесконечного и непрерывного процесса с точными конечными элементами и формулами. Бесконечно-малое в математике определяется как *такая величина, которая может стать меньше любой заданной величины*. Тут важно именно это «может стать». Этим отрезывается раз и навсегда *атомистическое* понимание бесконечно-малого. Это не какое-то мельчайшее тельце, которое обладает хотя и наименьшим, но все же раз и навсегда установленными и неподвижными размерами. Вся суть заключается тут как раз в обратном: эти маленькие

размеры берутся в процессе своего постоянного изменения, так что всякое такое бесконечно-малое, никогда не будучи в состоянии стать нулем, все же вечно к нему стремится, отличаясь от него на какую угодно малую величину. Бесконечно-малое никогда не имеет своего последнего значения, ибо, с какой малостью мы бы его ни брали, оно в то же самое мгновение становится еще меньше. Оно, таким образом, ни в каком случае не есть просто наименьшее. Поэтому в сущности даже совершенно не важно, что оно вообще принимает какие-нибудь значения или проходит через какие-нибудь точки. *Никаких неподвижных значений и никаких точек нельзя себе представить в бесконечно-малом*, поскольку оно есть сплошной и непрерывный процесс уменьшения, а не что-нибудь имеющее определенные, хотя бы и наименьшие размеры (конечно, математический анализ учит и о прерывных функциях, но они рассматриваются здесь тоже в контексте общего учения о непрерывности).

Но если такое чистое становление наука так прекрасно умеет изображать в одной сфере мышления, именно в числовой, то почему же нужно запрещать находить такое же становление и в другой сфере мышления, в понятийной, и в мышлении вообще? Не будет ли такой запрет уже чрезвычайно большой ретроградностью в логике и не будет ли это реакционным узаконением той непозволительной и прямо-таки неимоверной отсталости логики от науки, которую мы сейчас имеем, вопреки основам марксизма-ленинизма, вопреки всему естествознанию?

Поэтому в дальнейшем мы попробуем дать кратчайший и совершенно элементарный очерк инфинитезимального понимания логического мышления, не только без всяких претензий на полноту и исключительность, но и с сознанием, что работу эту мы только еще предлагаем, что уже первое прикосновение к этому других работников, несомненно, даст и новые и более совершенные результаты, углубление которых должно быть постоянным и идущим вперед, как и сама математическая наука.

Находясь на такой позиции, попробуем наметить инфинитезимальный подход к логическому мышлению в следующем виде.

2. ВЕЩЬ—АРГУМЕНТ И ОТРАЖЕНИЕ—ФУНКЦИЯ

Материализм может исходить только из подвижной материи как из чего-то независимого. И все, что есть помимо материи, есть, очевидно, только ее отражение, ее функция.

Уже один этот первый — и простейший — шаг по пути понимания мышления с точки зрения математического анализа имеет огромное значение. Сказать, что *мышление есть функция материи*, — это значит иметь большое достижение. Многим, особенно воспитанным на утонченном буржуазном логицизме, весьма претит наш «грубый» термин «отражение». Нас обвиняют за него в метафизике, в грубом онтологизме, в игнорировании чисто логической