

означает: 1) взять вещь (воду) в ее непрерывном изменении, в ее бесконечно-малых нарастаниях; 2) в том же виде взять и соответствующее ей мыслительное отображение; 3) взять *отношение* между тем и другим, которое, очевидно, тоже сплошно и непрерывно меняется (раз меняется и сама вода, и мысль о ней); 4) это отношение рассматривать, не беря всю вещь целиком, а только некоторый один из ее моментов; и, наконец, 5) отношение это, непрерывно становящееся, взять как ставшее, как завершенное, как предел. И вот этот-то предел и есть в данном случае химическое понятие воды как именно  $H_2O$ . Имеет ли что-нибудь общее это логически развитое дифференцирование с тем смутным и нелепым пониманием дифференцирования, которое мы находили у обывателя? Если даже и не выдвигать все указанные признаки точного понятия дифференцирования, то во всяком случае необходимо помнить, что в логике понятие есть обязательно *предел* бесконечно приближающихся к нему чувственных представлений, которые, оставаясь чувственными представлениями, никогда не могут достигнуть понятия, но могут приближаться к нему с любой точностью. И поэтому *чувственное представление* вещи, в конце концов, тоже есть определенная функция самой же вещи. Но чтобы сохранить в целостности всю логическую специфику чувственного представления, надо его понять как только некое приближение к пределу и надо эту предельную величину интегрировать, чтобы отсюда уже прямо перейти к самой вещи, интегрально данной в существенно отражающем мышлении.

Тут, однако, мы переходим к чрезвычайно важным категориям дифференциала и интеграла в логике, которым должно предшествовать развитое учение о логической сущности производной функции.

## 8. ПРОИЗВОДНАЯ В ЛОГИКЕ

Дадим теперь логический анализ понятия производной и тем самым изучим, что такое производная в сфере логического мышления.

1. В чем заключается дифференцирование, когда мы идем от первообразной функции к ее производной — в области мышления? Здесь мы идем от цельного и полного отражения, или смысла, вещи, как оно есть, к одному из возможных ее *понятий*. Это «дифференцированное» понятие, конечно, содержится уже в цельном и полном отражении вещи. Однако оно содержится здесь до *перехода этого отражения* в его инобытие:  $y$ , данный сам по себе, без всякого  $\Delta y$ , есть то, что еще не перешло ни в какое свое становление, ни в какое свое инобытие. Конечно, это становление будет в полной зависимости от того, что такое сам  $y$ . В этом  $y$  уже заложены его инобытийные судьбы; здесь они уже даны в своем простейшем, в своем зародышевом и, так сказать, «недифференцированном» состоянии. То, что выделено и формулировано в виде

понятия, здесь находится в слиянии с другими элементами данного цельного отражения, из которых — путем аналогичного процесса — тоже могут быть получены соответствующие понятия. Однако даже и такое представление о производной и интеграле все еще не может считаться вполне конкретным. В математическом анализе эти категории гораздо конкретнее и богаче, и мы в предложенной концепции все еще не исчерпали их до конца.

2. Прежде всего надо устранить одно недоразумение, возникающее здесь в связи с традиционной логикой. Если исходить из той концепции понятия, которая фигурирует обычно, то не может быть никакого разговора о понятии как о чем-то определяемом через производную.

Производная есть функция, т. е. некоторая совокупность действий над некоторым аргументом. Понятие же в логике дается как самостоятельная, ни от чего не зависящая величина.

Далее, производная есть не просто функция, но функция, определенным образом полученная из другой функции. Никакого намека на это в традиционном учении о понятии совершенно не имеется. В производной все составляющие ее элементы строго связаны между собою определенным порядком действий. Если  $y = ax^2 + bx + c$ , то тут строго предусмотрены и все те действия, которые необходимо произвести над  $x$ , и самый порядок всех этих действий. Что же касается понятия в его школьном понимании, то оно не только не понимается как полученное из определенного ряда действий, но тут и вообще не мыслятся никакие действия, а все сводится только к формальному перечислению «признаков», совершенно независимо от их порядка, от их взаимоотношения, от закона объединения их в целое понятие. При таком отношении к понятию, разумеется, будет бессмысленным не только понимание его при помощи производной некоторой функции, но и вообще всякое иное, кроме механистического, сведение его на безразличную сумму признаков, ничем не связанных между собою и не имеющих никакого отношения к целому: так, если мяч есть резиновый шар с нагнетенным воздухом, то ни «резина», ни «геометрический шар», ни «нагнетение», ни «воздух» не имеют ровно никакого отношения к тому мячу, которым играют дети.

Если мы интерпретируем понятие как определяемое через производную, то, очевидно, вовсе не для того, чтобы обосновать школьную механистическую логику. Эта интерпретация вызвана стремлением именно выйти за пределы школьной логики и понять эту последнюю не как абсолютную и единственно данную, но как условную и относительную, как одно из возможных, и притом достаточно грубых, приближений к истинной логике.

Прежде всего, понятие для нас есть именно *функция*. Оно не абсолютно; оно не есть то, перед чем надо падать ниц и молиться; оно само есть только результат определенной зависимости от чего-то другого, что может с гораздо большим правом считаться «независимым переменным», а именно результат зависимости *от*

*изменений материи*. Меняется материя — меняется понятие. Не меняется материя — не меняется и понятие. Можем ли мы при этих условиях понимать понятие не как функцию? Думается, на это нет у нас ровно никакого права. Хотя понятие и не есть *только* функция, но что оно в первую голову есть именно функция, в этом сомневаться не приходится. Итак, понятие есть функция вещи. Это одно уже сразу ставит понятие в близкую связь с производной, хотя одним этим такая связь, конечно, далеко еще не исчерпывается.

Далее, есть ли понятие просто функция вещи и больше ничего? Нет, так сказать нельзя. Она есть *в конце концов* функция вещи. Но одного этого сказать было бы очень мало для характеристики существа понятия. Это было бы весьма абстрактно. То понятие, о котором говорит логика, есть понятие *как совокупность признаков*. Уже одно это рисует нам природу понятия не как просто полученную из вещей в непосредственном виде, но как известным образом переработанную, ибо признаки понятия вещи отнюдь еще не есть и свойства самой вещи. Если карандаш есть орудие для письма при помощи графита, то, напр., окраска карандаша, его цилиндрическая или граненая форма, его размеры и вообще реальные качества карандаша как вещи вовсе не входят в понятие карандаша, ибо для этого понятия нужны только те признаки, которые были сейчас перечислены при определении карандаша. Значит, понятие как совокупность признаков вовсе не есть просто вещь как совокупность свойств и не находится от них в простой и непосредственной зависимости. Но тогда — откуда же нам получить это понятие как совокупность признаков?

3. Ближайшее рассмотрение показывает, что всякое понятие как совокупность признаков есть, прежде всего, *нечто цельное и неделимое*, подобно тому как и мяч, которым играют дети, хотя и состоит из множества разных отдельных свойств, все же есть нечто одно и неделимое; и когда дети бросают этот мяч один от другого, они оперируют им как раз в виде некоей неделимой целости. Эта цельная неделимость понятия выступает постоянно в нашем реальном мышлении и языке, в нашем разговоре и письме, потому что, когда мы, напр., быстро произносим или пишем ряд фраз, то мы вовсе не думаем об отдельных признаках употребляемых нами понятий, а пользуемся этими понятиями, как будто бы они и внутри себя, и в своем взаимоотношении были совершенно нерасчлененными. Совершенно ясно, что разделение понятия на признаки *требует того, что именно тут разделяется*. Ясно то, что если в понятии этой неделимой цельности нет, то признаки могут только раздробить его на взаимно дискретные части и таким образом превратить цельное понятие во столько разных и взаимно изолированных понятий, сколько в нем мыслится признаков. Следовательно, *понятие как совокупность признаков есть только развитие и расчленение понятия в первичном смысле, понятия как такового*, понятия как смысловой индивидуальности, не сводящейся ни на отдельные признаки, ни на их совокупность.

А это значит вот что. Развитое понятие есть не только *функция* вещи, но и функция какой-то еще *другой функции* вещи, а именно той функции, которая есть *прямое и существенное отражение вещи* в том виде, как эта вещь реально существует в своем цельном и неделимом виде, несмотря на всю свойственную ей полноту и бесконечность, неистощимость самопроявления. Здесь мы еще ближе подходим к производной, которая есть тоже функция от функции; как видно, мы здесь еще не доходим до полной конкретности, ибо тут еще не поставлен вопрос, *какого рода* происхождение производной от первообразной. Есть ли это то же самое, что и происхождение понятия как развитой совокупности признаков из понятия как неделимой цельности, и как связана производная с этим происхождением? Сейчас мы перейдем к решению этого вопроса. Но пока запомним получившийся у нас результат.

1) Первичное и существенное отражение вещи, как бы оно ни было расчленено в себе, выступает сначала просто как нечто единое, цельное и неделимое, как просто «недифференцированное» понимание вещи. 2) Это понимание, будучи сопоставляемым с изменениями вещи в своем цельном, законченном виде, начинает расчленяться, дробиться, *переходить в инобытие*. 3) Однако поскольку процесс этот происходит все же в недрах отражения, т. е. в недрах понимания, то и результат этого дробления есть тоже *смысловой* результат, т. е. он соотносится сам с собой не вещественно-причинно, но, так сказать, «[пони]мательно». И вместе с тем дробление возникло как функция вещи. Возникает вопрос: что же это за дробление вещи, которое в то же время есть *материальная функция*? Что это за деление *понимания* вещи, которое есть в то же время и *вещественное* его дробление?

Очень важно уметь четко ответить на этот вопрос. Тогда, и только тогда, выяснится и все огромное значение производной в логике.

Ответом на предложенный вопрос является следующее. Это есть не что иное, как *превращение дробимого начального понимания в родовое и видовое понятие*. Вид — это есть такая дробность, которая есть *сразу и одновременно и смысловая, и материальная дробность*. Ведь смысл вещи есть *отражение* вещи, т. е. всякий смысл есть всегда некое отношение и *соотношение* (ибо понимание есть всегда понимание *чего-нибудь*). Дробить понимаемый смысл как именно смысл — это значит находить частное отражение, т. е. это значит все-таки сохранять самый принцип отражения, или соотношения. Но это же значит и *дробить вообще*, дробить вещественно, материально, т. е. дробить на такие куски, которые уже никак не соотносятся с дробимым и с другими кусками и которые есть нечто самостоятельное.

Что делается тогда, прежде всего, с этим дробимым и неделимым пониманием вещи, которое есть ее отражение? Он<sup>3</sup> теперь отражает уже не просто вещь (этим он был с самого начала), но и всю ее материальность, т. е. ее развитие, ее изменение, ее движе-

ние, т. е. дробление, и частичное проявление. Если я имел у себя в мышлении смысл, например, дома, то я просто только понимал, что такое дом, и больше ничего. Если же я начинаю *расчленять этот смысл* под влиянием того, что дома бывают разные, что они меняются, что они имеют свою историю, то *смысл* дома становится *общностью, общим понятием* дома, *родовым понятием* дома. Таким образом, смысл вещи, расчленяемый материально, но в то же время остающийся ее смыслом, есть не что иное, как *родовое понятие* вещи.

Но, очевидно, иную картину начинают представлять собою в этих условиях и сами вещи. Пока шла речь о простом и неразложимом их отражении, они были представлены в мысли тоже в нерелефированном виде. Мы рассматривали части вещи, но возникший в нашем мышлении смысл вещи отнюдь еще не содержал в себе этих частей в самостоятельном виде. Как смысл вещи не был чем-то самостоятельным, а был всецело только ее отражением, так и эти частичные моменты смысла не были тут чем-то самостоятельным и не были еще предметом нашей рефлексии. Если теперь эти частичные моменты смысла мы тоже будем мыслить самостоятельными, однако так, чтобы они все же оставались в сфере смысла, то они станут, очевидно, *видовыми понятиями* вещи. Как отраженный смысл вещи, дробимый вещественно, но остающийся ее смыслом, есть родовое понятие, которое уже не просто есть результат отражения, но и — в своей отраженности есть нечто самостоятельное, призванное служить принципом познания вещей, т. е. их активного осмысления для познания, так и видовое понятие, не будучи просто каким-то моментом смысла (или отражения, соотношения), есть нечто самостоятельное (оно и момент смысла, и совершенно самостоятельная вещественная данность), и оно же само является теперь принципом познания, т. е. принципом подведения отдельных индивидуальностей под общий смысл.

Итак: 1) существует независимое переменное — материальная действительность, вещи; 2) существует ее и их существенное отражение, или единый и неделимый смысл, в качестве функции этого независимого переменного, и 3) существует функция от этой функции, т. е. принцип дробления единого и неделимого смысла вещи в связи с движением и изменением данного независимого переменного, т. е. вещей, т. е. принцип превращения этого смысла в родовое понятие и в его виды.

Чтобы определить теперь, где же тут производная, надо всю эту картину представить инфинитезимально, т. е. тут нам надо войти в существенное соприкосновение с учением о *бесконечно-малом*.

4. Могут ли наши понятия — все равно, в виде ли совокупности признаков родовых и видовых или в виде неделимой целостности — быть чем-то неподвижным? Можем ли мы, находясь на позициях диалектического материализма и допуская ту или иную устойчивость понятий, в то же время отрицать их подвижность, их переменность, их непрерывное становление? Нет, не можем. Но если это так,

то и аргумент нашей функции непрерывно движется, и сама эта первообразная функция непрерывно движется, и всякая функция от этой первообразной тоже непрерывно движется. Однако если это всерьез так, то ведь этим *уже продиктовано точное и совершенно определенное отношение между всеми этими становлениями*, если точно и определенно происхождение и самой функции от независимого переменного. Наша функция, едино и цельно отражающая независимо существующую вещь, необходимым образом *становится, непрерывно меняется, дробится на свои бесконечно уменьшающиеся значения*. И если мы ее поняли как существенное отражение вещи, как *цельный и неделимый смысл* вещи, то сейчас, значит, возникает вопрос о *становлении* этого существа вещи, о *дроблении* этого смысла, о *расчленении* этого едино-неделимого существа вещи, отраженного в мышлении, о *развертывании* едино-цельного отражения вещи в мысли.

До сих пор наше существенное отражение вещи имело значение некоего слепого факта, само оставаясь нерerefлектированным. Можно видеть вещь в ее существе, можно ее рефлектировать как существенно отличную от всех прочих вещей; но это еще далеко не значит, что мы рефлектируем самый ее смысл, ее существенный образ. Рефлектировать вещь еще не значит рефлектировать образ вещи. И пока рефлектируется *сама* вещь, ее образ, хотя и раздельный в себе, все же остается для мысли чем-то нераздельным и нерасчлененным. И — совсем другое дело, когда этот образ *именно как таковой* сопоставляется с его окружением, т. е. прежде всего с теми же самыми вещами, к которым он относится. Этот образ тогда получает точно осознаваемую нами границу со всем прочим, он превращается в нечто доступное делению и расчленению, он становится дробимой величиной.

5. Получающаяся таким образом структура есть, как мы знаем, не что иное, как *видовое понятие*, или, вообще говоря, *элемент, смысловая частность, но в непрерывном становлении*. Ведь в видовом понятии дан, прежде всего, общий и неделимый смысл (ибо, говоря «дворец», мы знаем уже, что такое «здание», и, говоря «дуб», мы уже знаем, что такое «дерево»). С другой стороны, вид есть *смысловое дробление* общего смысла, и дробление, как мы теперь утверждаем, непрерывное. Это развертывание общего смысла происходит с точки зрения ориентации этого общего смысла среди непрерывно становящихся вещей. Смысл *непрерывно дробится*, и притом *смысловым же* образом, но — исключительно в целях отражения все тех же материальных вещей. Под влиянием изменения вещей, под влиянием разнообразия вещей первоначальный неделимый смысл вещи тоже изменяется, тоже разнообразится, тоже развертывается. Результатом этого и является видовое понятие. Как очевидно, вместе с этим впервые появляется и *развитая совокупность признаков* понятия, ибо даже элементарная логика учит, что существенные признаки понятия образуются из рода и видового отличия. Понятие непрерывно развертывается, «диффе-

ренцируется» в развитое понятийное содержание, в совокупность рода и вида, в совокупность признаков вообще, возникающих тоже в результате бесконечно-малых нарастаний.

Эту картину надо усвоить точнейшим образом, иначе нечего и думать проникнуть в логические секреты математического анализа. Чтобы понять этот последний, и в частности категорию производной, надо вытравить в себе решительно все эти навыки формально-логической метафизической неподвижности. Надо с корнем вырвать у себя все эти заскорузлые представления о неподвижности понятий. И потому никакое повторение и разъяснение этой идеи о непрерывной текучести никогда не может быть у нас лишним.

Поскольку существенное отражение вещи сравнивается теперь с самой вещью как нечто целое, а самая вещь представляется непрерывно становящейся, то и дробление едино-цельного смысла вещи также становится обязательно непрерывным. *Видовые различия*, зарождающиеся на фоне рода, *тоже должны зарождаться непрерывно*, путем сдвигов, едва отличающихся от нуля, путем бесконечно-малых приращений. Вопреки мертвому механицизму обычной логики, оперирующей закорстелыми родами, видами и признаками, мы должны требовать, чтобы *признаки понятия возникали путем бесконечно-малых нарастаний*, чтобы и они *вливались* один в другой, непрерывно становясь, непрерывно и сплошно наполняли все понятие.

6. Разумеется, остановиться на этом нельзя. Одна чистая непрерывность была бы смертью для мышления и познания. Но как же тогда надо учить о видовых различиях понятия и, значит, о развитой совокупности понятия, чтобы не погибла его непрерывность и чтобы оно все же было раздельным в себе? Совершенно ясно, что для избежания полного растворения в этой непрерывности необходимо овладеть ее законом, так чтобы сразу получили и бесконечно-мало дробимый смысл, и в то же время общий закон этого дробления. А так как дробление это есть результат сопоставления смысла вещи как *чего-то целого* с самой вещью, то этот закон должен быть также и законом ориентации изучаемого нами смысла вещи, отраженного в мышлении, на фоне становления самой вещи.

Другими словами, в нашем видовом понятии дома, дерева, сада и т. д. мы должны теперь найти некую *твердую и существенную структуру*, которая бы уже не менялась при переходе от одного вида к другому и которая бы уже не была связана с внешними свойствами данного вида так слепо и неотчленимо. Эта-то структура и есть закон для всех этих соотношений смысла вещи с самой вещью, т. е. для всех возможных здесь видовых понятий и развитой совокупности признаков. Вещей—множество, и они непрерывно меняются; их свойства стихийно вливаются одно в другое до полной неразличимости. Но есть закон для этих непрерывных изменений вещи, который внедряется в поток непрерывности и делает его раздельным и устойчивым. Он так же необходим для мышления, как необходима и непрерывность, ибо одна чистая непрерывность,

будучи абсолютной неразличимостью, есть такая же гибель для мышления, как и чистая прерывность. Чистая прерывность убивает в мысли ее жизнь, а чистая непрерывность убивает в ней смысл.

Тут-то вот и залегают признаки понятия в *их реальном научном употреблении*, которые и есть не что иное, как само же понятие, но в его сопоставлении с вещью, т. е. представленное в *дробном виде*. И дробность эта, будучи результатом становления, уже не есть та дискретная дробность признаков, о которой учит школьная логика, но дробность существенно связанная с непрерывным становлением понятия. Она есть именно устойчивый закон этого становления, *предел* этого становления, *направление* этого становления, *смысл* этого становления. Печать этого закона становления лежит на всем становлении, на каждом мельчайшем его мгновении (ибо это последнее может быть определено и вычислено, если известен общий закон, или направление, данного становления), а на самом законе лежит печать этого становления (ибо закон этот, будучи предельным и нестановящимся, есть все же закон не чего иного, но именно становления). Так дробится единая и неделимая функция смысла вещи, отраженного в мышлении, на бесконечное количество непрерывно нарастающих функций смыслов; и так возникает закон, *предел*, *направление* этого непрерывного процесса нарастания смысла вещи в зависимости от непрерывного нарастания самой вещи.

7. Попробуем теперь провести аналогию с дифференциальным исчислением более точно. Вспомним элементарное *геометрическое* истолкование производной в анализе и сравним с этим то, что в логике называется определением понятия через совокупность признаков.

Пусть мы имеем прямоугольные оси координат, т. е. горизонтальную ось абсцисс, или ось  $x$ -ов, и вертикальную ось ординат, или ось  $y$ -ов. Пусть  $y$  есть какая-нибудь функция от  $x$ . Тогда эта функция геометрически изобразится в виде некоей кривой. Значит, если ось абсцисс есть линия изменения вещи, а ось ординат — линия изменения отражения или мышления, то полученная у нас кривая  $y=f(x)$  есть цельное и неделимое существенное отражение данной вещи в мышлении, некий законченный результат и образ этого отражения. Эта кривая есть цельный и существенный образ некоего материально независимого переменного; и она тут имеет значение как нечто едино-неделимое, как таковая.

Согласившись с этой простейшей установкой, спросим себя: что значит дифференцировать эту функцию, принявшую у нас геометрический образ данной кривой? Мы берем на этой кривой какие-нибудь две точки  $M$  и  $M'$  и сравниваем поведение кривой (или ее направление) в этих точках с осью  $x$ -ов. Мы сразу замечаем, что кривая в этих точках *по-разному наклонена* к оси  $x$ -ов, кроме того, в одной точке,  $M$ , кривая, скажем, дальше от оси  $x$ -ов, в другой,  $M'$ , она ближе к этой оси. Это обстоятельство для нас очень важно, так как тут мы как раз получаем возможность судить о нашем существенном отражении как о чем-то целом, сравнивая его как *целое*



с соответствующим ему становлением вещи, т. е. тут-то как раз мы и начинаем *рефлектировать* это отражение как таковое.

Другими словами, наблюдая этот «наклон», т. е. «наклон» неделимого смысла вещи к изменениям самой вещи, мы впервые получаем возможность расчлнять этот неделимый смысл — правда, расчлнять еще пока не очень совершенно, ибо у нас еще нет закона и принципа этого наклона в их чистом виде, а есть пока некоторые, бесчисленно многие цельные образы этого наклона, т. е. бесчисленное количество этих наклонов. Полагаем, что тут без труда узнается выдвинутое у нас выше *видовое понятие*. Каждый такой наклон нашей кривой, нашего неделимого существенного отражения к оси абсцисс, к стихии материального становления, уже достаточно точно рисует нам искомое нами взаимоотношение смысла вещи с вещью и вытекающее отсюда вещественное расчленение этого неделимого смысла. Это уже не есть нерасчленное понятие, но расчлняемое, дробимое. И тут мы, несомненно, сталкиваемся с *видовым понятием*, так как во всех этих частных изгибах и наклонах проявляется общая и неделимая кривая, общая и неделимая функция материального становления. До сих пор она была чем-то целым в себе. Теперь же, ориентируясь на движение  $x$ , мы разлагаем ее на бесконечное количество частных. Она теперь стала для нас *родовым понятием*, распадающимся на бесконечное количество *видовых понятий*, непрерывно и сплошно истекающих одно из другого и вливающих одно в другое.

Здесь, между прочим, необходимо обратить самое серьезное внимание на то, как надо понимать *отношение рода и вида* и что дает для этого математика. В то время как с точки зрения формальной логики виды механически складываются в общий ящик рода и не ставится никакого вопроса о реальном взаимоотношении видов между собою и взаимоотношении видов со своим родом, на самом деле *все виды данного рода, взятые вместе, образуют некоторую вполне определенную структуру*. Род не есть просто темная и бесформенная яма, в которую сбрасываются видовые кирпичи. Род есть *точная и законченная структура*, и вид есть тот или иной *элемент этой структуры, связанный с нею точнейшим и структурным же образом* (о структурности понятия, образуемой определенным взаимоотношением его признаков, мы будем говорить ниже; но отсюда, разумеется, вытекает и структурность понятия как родовой общности). Поэтому иллюстрация родового понятия как той или иной *кривой*, строго определенной своими координатами, т. е. аналитически данной в виде функции, в которой строго предусмотрен весь решительно порядок операций и весь их характер, эта иллюстрация даже и не есть иллюстрация; это — точный геометрический и аналитический *образ* всякого родового понятия, его наглядно данная логическая сущность. И точно так же видовое понятие так понимаемого рода есть не что иное, как *тот или другой изгиб этой кривой*, как то или другое *поведение* ее в данной точке, как тот или другой наклон ее к оси  $x$ , т. е.

то или другое ее функционирование, которое теперь специально рефлектируется с точки зрения изменения  $x$ , т. е. с точки зрения изменения той первоначальной материи, из которой появилась и она сама (она сама ведь функция от  $x$ ).

Это *структурное представление* родовой общности ни на минуту нельзя упускать из виду. В этом залог того, что общность мы всегда понимаем не как устранение всего единичного и индивидуального, но именно как *богатство всего единичного и индивидуального*. Давно уже пора в этом вопросе перейти от слов к делу и перестать понимать общность как пустое складочное место, как бездонную бочку, в которой пропадает все частное, что в нее вливается. Мы твердим, что общее есть богатство индивидуального; а как понимать такое общее, никто и не знает. Великие слова Ленина об общности как о богатстве индивидуального пора осушествить на деле. И предлагаемое нами инфинитезимальное и структурное понимание общности есть первый к тому шаг. Частное, индивидуальное, видовое есть для нас только результат рефлектирования некоей фигурной структурности, непрерывно демонстрирующей нам свои сплошь возникающие изгибы и наклоны.

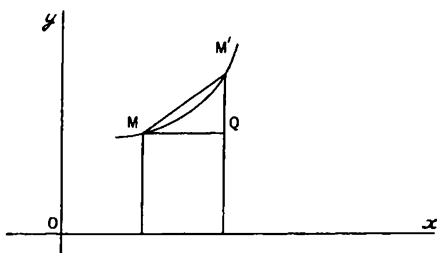
Могут спросить: но почему такую кривую мы должны считать *родовым* понятием? Ведь она есть просто определенный единичный индивидуальный образ. Что в ней общего? Общим в ней является то, что она есть геометрическое выражение некоей *функции*. Функция эта совершенно одинаково разлита по всей кривой, которая является поэтому *той же самой кривой решительно в каждой своей точке*. Какие бы изгибы мы в ней ни наблюдали, все они обнимаются *одним общим видом и структурой* этой кривой. Поэтому кривая тут есть обязательно некая общность; и если она в то же время есть и нечто единичное, то это несколько не мешает ее общности. Наоборот, если бы мы стали развертывать эту проблему диалектически (а делать это мы здесь не будем, чтобы не отвлекаться), то общность и единичность понятия как раз и должны были бы совпасть у нас в одном цельном образе.

Итак, общее понятие, родовое понятие, будучи не просто безразличной свалкой признаков, но определенным их взаимоотношением и взаимораспорядком, есть всегда точная смысловая *фигурность*, и видовым понятием является не что иное, как тот или иной изгиб или наклон в этой фигуре, рефлектируемые с точки зрения изменений соответствующей вещи, т. е. путем материального дробления самой этой фигуры.

Точно математически эта рефлексия представляется в следующем виде.

Мы взяли на нашей кривой две точки. Каждая из них определяется известным значением  $x$  и соответственно известным значением  $y$ . Сравнивая положение обеих точек, легко увидеть, насколько изменился  $x$  и насколько изменился  $y$ , т. е. легко увидать происходящее здесь приращение на оси абсцисс и приращение на оси ординат.

Тут учебники анализа дают обычно элементарный чертеж, на котором отчетливо виден т. н. треугольник приращений  $MQM'$ , образованный обоими приращениями  $MQ$  и  $QM'$  и прямой  $MM'$ , соединяющей обе точки на нашей кривой, т. е. обоими приращениями и секущей данной кривой, проходящей через две избранные



нами точки. На этом чертеже отчетливо видно, что сделалось с нашей кривой за время ее перехода от точки  $M$  к точке  $M'$ , если это изменение ориентировать на изменениях  $x$ . Взявши отношение приращений обеих координат,  $\frac{MQ}{QM'}$ , мы отчетливо можем судить

о том, что именно претерпела кривая как целое в условиях ее рефлектирования с точки зрения изменений соответствующего ей аргумента. Это отношение есть не что иное, как тангенс угла  $M'MQ$ , т. е. угла наклона полученной нами секущей к оси абсцисс.

Логическое значение этого тангенса огромно. Ведь для логики это же и есть *первоначальный смысл*, отраженный от вещи, но уже не сам по себе, не в своей цельности и нерасчлененности, а в своем рефлектированном сопоставлении с отраженной в нем вещью. В этом тангенсе мы имеем образ вещи, характеризующий нашу кривую, наше существенное отражение вещи, как раз с точки зрения сопоставления с самой вещью, с изменением значений  $x$ . Этот тангенс отвечает на вопрос: как первоначальный смысл вещи, цельно и неделимо отраженный в мышлении, расчленяется и детализируется, если мы захотим его в целом сопоставить с реальным становлением вещи, которую он отражает.

Но что значит сопоставить понятие о вещи как таковое с реальным становлением самой вещи? Пусть мы имеем в мысли существенный образ человеческого жилища, но образ еще не рефлектированный, или, так сказать, не осознанный. Мы наблюдаем многочисленные экземпляры человеческого жилища и все время применяем имеющиеся у нас нерасчлененное понятие жилища. После длинного ряда наблюдений мы удостоверяемся, что, например, наличие окон для жилища не обязательно: люди на низших ступенях культуры не пользуются окнами. Так же оказывается необязательным отдельное существование крыши или дверей (в

теперешнем смысле слова). Произведя такой пересмотр многочисленных жилищ, т. е. рассматривая родовое понятие жилища и помещая разные значения нашей вещи «жилище» по оси абсцисс, мы теперь вправе спросить: а что же делается с ординатой, если она есть линия отражения и мышления, и в какие же отношения с изменениями по оси абсцисс вступают изменения так понимаемой оси ординат, создавая те или иные расчленения в нашем исходном существенном, но пока не расчлененном образе вещи? Естественно, что этот существенный образ, или смысл, есть нечто определенное, что он дает полную установку и на отбор таких материальных элементов, которые тоже существенны. Возникает некий закон, по которому мы отбираем из материальной действительности то, что именно существенно для расчлененного и рефлексированного отражения.

Этот подбор из вещи разных ее материальных моментов, *существенных* для расчлененного понятия о ней, и есть не что иное, как *совокупность признаков понятия*. Но совокупность эта, как мы видим, дана тут не в чистом виде, не так, как она есть везде и всегда на этой кривой, но — только в связи именно с *данной* такой кривой. Эта совокупность признаков понятия нашей кривой прикована здесь к своим частным значениям, к своим временным и местным проявлениям и неотделима от них. Если вся кривая есть родовое понятие, то данное, определенное значение определяющей ее функции, т. е. ордината определенной точки на данной кривой, есть не что иное, как *видовое понятие* данной кривой. Поэтому и упомянутый выше закон не есть ни понятие кривой просто (ибо это есть, как мы знаем, тот самый род, который тут дробится по определенному закону, оставаясь бессменным решительно на всем протяжении кривой, т. е. сама функция), но и не то частное, видовое значение и проявление закона (ибо это есть данное значение функции, т. е. значение ее в данной точке). А это значит, что найденный нами тангенс является не чем иным, как математическим представлением логической природы только *видового понятия*, или частности, а не самого закона проявления этих видов. Это именно видовое понятие таково; оно не различает общего смысла вещи (безусловно в нем наличного) от данного вида вещи здесь и теперь. Полученный нами тангенс можно считать законом, по которому соотносятся нерасчлененные понятия вещи с самой вещью. Но законом в определенном преломлении. Это закон данной специфической *совокупности признаков родового понятия, ориентирующий это понятие на фоне становления вещи, отражением и функцией которого оно является. Этот закон дан здесь в своем частном проявлении, применительно к данному месту и времени.*

Однако остается еще один шаг, и — категория логической производной получает последнюю математическую и логическую ясность и точность. Этот шаг ясен наперед: надо добиться *общего выражения* полученного нами закона. Надо отчленить общий закон от его частного проявления; и надо от видового понятия отделить

самый закон его возникновения; надо получить видовое понятие как результат некоего принципа развертывания общего понятия, как становящееся основание для их появления. Если мы определяем жилище как приспособление для защиты от атмосферных явлений, то пусть мы уже не будем тут ставить вопросов: а какое это приспособление, большое или маленькое, вот это-то вот или вон то или — а какая это защита, хорошая или плохая, а какие это атмосферные явления, дождь, холод, зной, снег, град, гром и молния или еще что-нибудь. Нет, всё это — те или иные *представления* или *виды* жилища, более или менее общие, а не принцип деления понятия жилища. Нет, теперь уж пусть будет у нас приспособление *вообще* (неважно, какое именно в частности), защита *вообще* и атмосфера *вообще*. Но зато *всю* эту общность, взятую целиком, мы теперь преломляем сквозь призму какого-нибудь одного *частного* принципа. Мы берем, напр., время года и рассматриваем его как принцип развертывания родовой общности. Жилища, согласно этому принципу жилища, могут оказаться, напр., зимними и летними. Если такой принцип имеется, то, очевидно, он уже не будет просто тем или иным видовым понятием, но под него подойдет много отдельных видовых понятий. И если мы его формулируем отдельно, то этим мы отделим его и от каждого отдельного видового понятия, и от общего родового понятия. Этот принцип и направление возникновения видовых понятий на лоне общего родового понятия мы и называем *логической производной* данного родового понятия.

8. Здесь мы, наконец, можем внести во все наши рассуждения последнюю ясность — в целях получения категории производной функции, — привлекая одну простейшую и общеизвестную категорию из школьной логики.

Производная есть предел дробления родовой общности, или родового понятия, т. е. принцип этого дробления. То, что развертывается на лоне родового понятия, то, что непрерывно становится здесь, развертывается и становится по определенному принципу, дробится и делится по определенному принципу и основанию. Не встречаем ли мы здесь своего старого знакомого в школьной логике, знаменитое «основание деления», *principium divisionis*, без которого, как справедливо учит школьная логика, не может быть никакого планомерного деления рода на виды? Да, именно так. *Производная от данного понятия и есть не что иное, как основание, или принцип, деления его на виды.* Она есть не что иное, как *инфинитезимальный коррелят* обычного формально-логического «основания деления».

В самом деле, основание деления, если его не понимать так вещественно изолированно, как это делает формальная логика, констатирующая только самый факт «основания деления», есть, конечно, *предел для всех относящихся к нему видов.* Это есть направление, в котором происходит деление. Пусть мы делим треугольники на известные три вида. Эти три вида треугольников

предполагают, что мы рассматриваем треугольники с некоторой одной точки зрения, с точки зрения отношения его углов к прямому углу. Эта точка зрения, этот принцип, это основание и есть то, что руководит нами при перечислении трех видов треугольников. В логическом смысле «отношение углов треугольника к прямому углу» есть то, что каждый раз по-своему стремится выразить и прямоугольный, и остроугольный, и тупоугольный треугольник. Может ли это отношение выразиться где-нибудь целиком? Конечно, нет. Когда оно выражается определенным образом, напр., в прямоугольном треугольнике, то ведь кроме этого остаются невыраженными другие его возможности. Итак, основание деления рода на виды есть, несомненно, предел или принцип для выражения возникающих здесь отдельных видов. И если мы не будем считать, что виды складываются вроде как камешки в ящике, а будем фиксировать непрерывное появление видов на лоне рода, то — соответственно — и формально-логическое «основание деления» перестанет быть категорией, резко изолированной от видов, а станет к ним в такое отношение, чтобы было видно, как их бесконечное стремление, их непрерывное взаимослияние, их взаиморасхождение регулируется каким-то одним законом, который остается неизменным при любых изменениях, и что этот предельный закон и есть непрерывно функционирующее здесь «основание деления». Далее, в формальной логике большею частью не ставится вопроса о том, откуда же берется «основание деления», если его сравнить с тем родовым понятием, которое здесь делится. Это «основание деления» никак не связано здесь с видами, но оно также никак не связано и с делимым родом. Связь с видами мы только что установили как *предел*, регулирующий появление видов. Как же теперь инфинитезимально связать это «основание деления» с делимым родовым понятием? Только понимание «основания деления» как производной способно дать тут удовлетворительное решение вопроса.

В самом деле, в понятии производной входит отношение между становлением функции и аргумента. Другими словами, здесь берется родовое понятие (функция) и отраженная в нем вещь (аргумент) и берется их отношение, т. е. они *сравниваются*. Что это значит? Что значит сравнить данное родовое понятие вещи с самой вещью? Это значит их *соотнести*, *отразить* одно на другом. Правда, родовое понятие уже с самого начала появилось как результат отражения вещи. Но когда оно впервые только появлялось, еще не ставился вопрос о его соотношении с вещью как чего-то целого и законченного. Как мы говорили выше, у нас тут рефлексировалась вещь (для получения ее отражения), но еще тем самым не рефлексировалось ее отражение, ее образ. Теперь же мы уже имеем цельный и законченный образ вещи, и теперь мы можем именно *этот цельный и законченный образ вещи соотнести с самой вещью*. И что же мы тут получаем? Мы тут получаем возможность рассматривать общее понятие с точки зрения изменений вещи, т. е. *вносить в него самого эти вещественные изменения*, — конечно, с их

смысловой модификацией, которая требуется отобразительной и функциональной природой понятия и мышления.

Другими словами, мы имеем родовое понятие собаки, которое было просто существенным (и потому обобщенным) отражением Жучки или Мумки, и больше ничего. А теперь мы смотрим на те различия и изменения, которые существуют в Жучках и Мумках, и вносим их в наше родовое понятие собаки. Так мы замечаем, что собаки имеют разный цвет шерсти. И мы вносим в родовое понятие собаки, рассматриваемое как функция самой собаки, этот самый цвет, начинаем рассматривать понятие собаки с точки зрения цвета шерсти, т. е. начинаем *делить* родовое понятие собаки на виды с точки зрения того «основного деления», которое есть «цвет шерсти». Получаются собаки черные, белые, рыжие, пестрые и т. д.

Таким образом, понимание «основания деления» родового понятия как производной от этого понятия вскрывает очень сложный и глубокий процесс, возникающий во взаимоотношениях этого родового понятия с основанием деления его на виды. Процесс этот предполагает: 1) обладание уже готовым родовым понятием вещи как функцией вещи; 2) непрерывное его изменение, сопоставленное с таким же изменением вещи, или, вернее, смысловое отображение вещественных изменений в данном родовом понятии; и 3) нахождение точного принципа для этого сопоставления, для этого вещественного отображения в родовом понятии, т. е. для возникновения видов на лоне общего рода. Этой сложной картиной заменяется в инфинитезимальной логике слишком нехитрая формально-логическая теория «основания деления» понятий, состоящая из простого констатирования неизвестно откуда взявшегося «основания деления».

В школьной логике мы безоговорочно проповедуем: род *делится* на виды, из рода *вытекают* виды, виды *выводятся* из рода. Но как все это возможно? Ведь, строго говоря, *из чистого понятия ровно ничего дедуцировать нельзя*. Это — только темная и узколобая aberrация мысли думать, что из понятия вещи можно дедуцировать его виды. Из *понятия* дома как именно понятия совершенно невозможно дедуцировать ни понятия дворца, ни понятия лачуги, ни понятия храма, ни понятия конюшни. Если мы такую дедуцию производим, то только путем сопоставления данного понятия вещи с самой вещью, вернее, с изменением вещи, так что при этом наше понятие и оказывается охватывающим много разных видов данной вещи, т. е., попросту, делится на разные видовые понятия. И вот эту-то ценнейшую мысль для всякого реалистического понимания логики и выражает инфинитезимальное понимание «основания деления», т. е. понимание его как производной. «Основание деления» данного общего понятия действительно дедуцируется, выводится из самого понятия, есть его *производная* функция, но только так, что эта дедуция есть только сопоставление с соответствующей вещью как с независимым переменным, и только так, что это «основание деления» есть предел и принцип, закон для бесконечного числа

непрерывно изливающихся друг в друга видовых понятий данного общего понятия.

Вот что такое производная математического анализа в ее логическом раскрытии, вот каков ее формально-логический коррелят, и вот каков должен быть принцип деления общего понятия.

Посмотрим, как тут рассуждают математики, и прежде всего обратим внимание на то, что такое тут искомое нами «общее». Не забудем, что мы здесь все время действуем в условиях *бесконечного и непрерывного процесса*. Мы исходим из бесконечного и непрерывного становления аргумента и устанавливаем такое же становление и зависимых от него функций. Найти здесь что-нибудь «общее» — это не значит найти какое-нибудь<sup>4</sup> абсолютно неподвижное общее. Наше общее тоже должно находиться в становлении или по крайней мере быть принципом становления. Исходя из этой общин-финитезимальной позиции, математики рассуждают так.

Мы брали на нашей кривой две точки  $M$  и  $M'$  и вычисляли связанное с этим приращение по обеим осям координат. Приращение это было — *определенных размеров, конечное* приращение. Но, чтобы остаться на позиции бесконечно-малых, очевидно, надо говорить о *бесконечно-малых* приращениях, другими словами, надо исследовать, как меняется наша кривая в отношении к абсциссе в мельчайший, в исчезающе малый момент своего протекания. Для этого надо допустить, что наш  $x$  изменяется на бесконечно-малую величину, и тогда таким же, вообще говоря, будет и приращение  $y$ , т. е. обе наши точки сблизятся на бесконечно-малое расстояние; а секущая  $MM'$ , соединявшая обе точки кривой, превратится в пределе в *касательную* к нашей кривой в той точке  $M$ , которую мы оставили неподвижной и к которой приближали на бесконечно-малое расстояние другую точку кривой  $M'$ . Стало быть, в условиях бесконечно-малых приращений аргумента и функции свидетелем поведения кривой в данной точке будет уже угол между *касательной* к ней в данной точке и осью абсцисс; и само отношение между этими приращениями функции и аргумента, взятое в пределе, при  $\Delta x$ , стремящемся к нулю, окажется *тангенсом угла наклона этой касательной к оси абсцисс*.

Этот новый тангенс существенно отличается от прежнего. Прежний тангенс составлялся как отношение *конечных* приращений. Поэтому зависимость его не была общей. Этот тангенс характеризовал наклон к оси абсцисс некоей секущей, соединявшей две определенные точки на нашей кривой, находящиеся на конечном расстоянии друг от друга. Теперешний же тангенс есть предел отношения *бесконечно-малых* приращений ординаты и абсциссы, *предел, к которому стремится отношение приращений функции и аргумента* в условиях стремления приращения аргумента к нулю. Этот «наклон» и тангенс приходится, так сказать, на каждую инфинитезимальную единицу. Это есть *производная от функции, взятая по ее аргументу, которая имеет общее выражение решительно на всем непрерывном протяжении нашей кривой*; она есть



нечто тождественное самой себе решительно везде. Поэтому и значимость ее на этот раз уже не частная, не частичная, но — совершенно *общая*, и притом *инфинитезимально* общая. Это — вполне определенная, единственным образом выраженная функция того же аргумента *x*, принимающая бесконечно разнообразные значения в связи со становлением *x*.

Если задаться целью понять это построение не математически, а чисто логически, то, очевидно, здесь идет речь о нахождении такой *смысловой общности видовых понятий*, которая уже не была бы связана со всеми случайностями применения этого понятия в данной случайной ситуации, т. е. для данного видового понятия, но которая, наоборот, *везде в этих случаях оставалась бы сама собой*. Эта смысловая общность, как мы выше установили по Ленину, должна быть, кроме того, *законом для всего относящегося сюда индивидуального*, т. е. законом отбора и распределения всякого случайного материала и превращения его в осмысленную действительность. Полученная выше производная как предел отношения приращений функции и аргумента, или, геометрически, как тангенс угла наклона касательной данной кривой к оси абсцисс, есть, с логической точки зрения, не что иное, как *принцип бесконечной и непрерывной последовательности видовых значений данного понятия*, как такое общее, которое содержит в себе бесчисленное количество индивидуальных, видовых проявлений выступающего здесь существенного отражения вещи, как *закон изменения понятия вещи в зависимости от непрерывного становления самой вещи*.

Вместе с тем мы достигаем и последней ясности, если привлечь ради аналогии одну категорию формальной логики, понятную уже для каждого школьника, это — категория «основания деления» понятия.— В самом деле, будем рассуждать как математики при геометрическом получении производной. Сближаем наши две точки на кривой, изображающие ее конечное нарастание. Это значит, что мы сближаем два вида одного родового понятия, напр. «бульдог» и «овчарка», из общего понятия «собака». Вот мы их сблизили на бесконечно-малое расстояние, т. е. когда разница между ними стала бесконечно близкой к нулю. Следовательно, тут нужен нуль в качестве предела. Наши две точки в пределе сливаются, наша секущая становится касательной, наши два видовых понятия в пределе сливаются в одно. Но во что же именно сливаются в пределе оба наши видовые понятия? Во что сливаются «бульдог» и «овчарка»? Тут, конечно, напрашивается мысль о слиянии двух видов в одном родовом понятии. Однако родовое понятие есть общность, безразличная к изменениям материального мира, а мы рассматривали видовые понятия как именно ориентированные на изменения материального мира, как именно материально специфицирующие общее родовое понятие. Следовательно, нам необходимо не просто слияние видов в роде, но обобщение их как разных примеров спецификации. Другими словами, нам нужно сейчас то общее, что находится во всех спецификациях данного родового понятия, а не просто

само родовое понятие. Геометрически это есть предельное сближение двух точек кривой, т. е. доведение их материального изменения (по оси  $x$ -ов) до бесконечно-малого и соответствующего отражения (по оси  $y$ -ов) тоже до бесконечно-малого. А логически это есть — в пределе — то, что является *одним и тем же* и в понятии «бульдог», и в понятии «овчарка». Что же это? *Порода*. Порода есть тут тот самый принцип и основание, по которому мы делим понятие собаки. Она — тот, никогда не достижимый предел для отдельных пород, который, одинаково присутствуя во всех породах, регулирует их появление в условиях процесса становления «собаки» в виде тех или других пород. «Собака» везде и всегда определенным образом ориентирована относительно материального мира и его изменений (рост, строение ног, ушей, хвоста, психические способности и т. д.), и эта ориентация, этот «наклон» (выражаясь геометрически) и есть порода. Точно так же и в геометрии направление кривой в любой точке понимают как направление касательной к кривой в этой точке. Отсюда и приведенное выше определение производной от данной функции как тангенса угла наклона касательной, проведенной в той или иной точке кривой, изображающей данную функцию, к горизонту. Этот тангенс есть, так сказать, основание деления данной кривой на отдельные ее изгибы, наклоны и вообще направления. Именно *по этому принципу* мы различаем одну точку кривой от другой на фоне общей линии  $x$ -ов, или горизонта.

Совершенно ясно, что производная математического анализа есть «основание деления» понятий в логике. И ясны все преимущества математического анализа перед обычной логикой, поскольку «основание деления» понятия в формальной логике лишено всякого принципиального и предельного значения и неясно его отношение ни к тому понятию, которое делится, ни к тому, которое получается в результате деления. Все это такие вещи, которые в формальной логике «сами собой разумеются». Главное же отличие производной от «основания деления» — это ее инфинитезимальный характер: она действует в условиях сплошной, непрерывной текучести и вещей, и определяемых ими понятий, и самого взаимоотношения вещей и понятий, в то время как «основание деления» понятия берется как нечто готовое неизвестно откуда, под него подводятся готовые, абсолютно изолированные друг от друга и потому опять-таки неизвестно откуда получаемые видовые понятия, и этими видами наполняется исходное родовое понятие, как мешок картошкой или бочка селедкой. Непрерывная текучесть мышления — вот тот единственный и неоцененный дар, который приносит с собою в логику категория производной функции.

Таково замечательное логическое значение математической категории *производной* функции. Она есть закон непрерывного становления, рассматриваемого как функция (или отражение) непрерывного становления самой вещи. Это совершенно ясно как логически, так и математически-аналитически и геометрически.