

11. ИНТЕГРАЛ В ЛОГИКЕ

Как мы знаем, интегрирование определяется в математике или в качестве процесса, обратного дифференцированию, или в качестве нахождения предела суммы. В первом смысле интегрирование для нас менее интересно, так как здесь мы имеем дело с прямым обращением того, что у нас было при дифференцировании, так что определение интеграла носит здесь формальный характер. Используем, однако, оба определения.

1. Дифференцирование приводит нас от первообразной функции к производной, а интегрирование — от производной к первообразной. Интеграл функции есть ее первообразная, если она сама понимается как производная. Здесь мы встречаемся опять с традиционным математическим позитивизмом, понимающим интеграл просто как ту самую функцию, производная которой интегрируется. Здесь повторяется та же пошлость, что в понимании дифференциала как «самой обыкновенной конечной величины», в то время как даже эта самая «конечная величина» никогда не есть только конечная, подобно тому как и действительности нет только прерывной, а есть действительность только прерывная⁹ и непрерывная сразу и одновременно. Ни производная, ни дифференциал, ни интеграл, ни даже «самая обыкновенная конечная величина» не есть нечто только конечное. Раз 1, 2, 3 и т. д. не мыслятся нами как обязательно интегралы и для получения этих чисел натурального ряда вовсе не надо знать, что такое интеграл, то, следовательно, и интеграл вовсе не определяется конечным числом и не есть просто та первообразная функция, которую мы дифференцировали, чтобы получить производную. Что же тогда такое интеграл?

Что значит перейти от производной к первообразной функции? Ведь производная — это, как мы установили, есть принцип деления понятия. Первообразная же функция, о производной которой идет речь, есть само понятие, которое тут делится, или, точнее, первоначальное и неделимое понимание, отражающее вещь. Путем интегрирования мы, следовательно, переходим от принципа деления понятия к самому понятию, от принципа его становления — к нему самому. Если же говорить точно, то мы только сейчас, *после интегрирования*, можем впервые говорить о *понятии*, так как до сих пор у нас был только единый и неделимый смысл, единое и неделимое существенное определение вещи. *Понятие* есть, таким образом, *интеграл смысла*, ибо оно возникает только после рефлексирования этого смысла вещи с точки зрения изменений самой вещи, т. е. только после перехода его в становление; обратное движение от этого становления смысла к его цельности и неделимости и есть интегрирование, а результат этого перехода от становления к устойчивой цельности, т. е. к ставшему, — это и есть интеграл.

Таким образом, интеграл есть опять-таки соединение конечного и бесконечного, и это соединение опять-таки совершается здесь по типу становления, и в этой общей сфере становления опять-таки

выбирается момент предела, т. е. ставшего. Словом, до сих пор мы не делаем ровно никакой разницы с дифференциалом. *Это тождество интеграла с дифференциалом надо понять раньше, чем мы будем говорить об их различии.* И так как об этом различии у нас будет разговор дальше, то сейчас пока будем всматриваться в то, что такое интеграл и в чем разница между понятием как отвлеченным смыслом и понятием как интегралом. Интегралом в логике является вовсе не то единое и неделимое *существенное отражение* вещи в мышлении или тот *единоцелостный смысл* вещи, который еще не перешел в свое становление, в свое дробление и который еще не превратился в законченную совокупность признаков. Реальность и очевидность такого цельного *существенного* отражения вещи были нашим исходным пунктом. Но это не интеграл. Сделаем к этому некоторые пояснения.

2. Прежде всего, надо отчетливейшим образом представить себе, в чем заключается *целостность и неделимость* этой первообразной функции, которая—после интегрирования—становится у нас интегралом. Это есть *целостность и неделимость с точки зрения непрерывного становления в иное.* Это не значит, что смысл этот нерасчленим или неразличим сам в себе. Если мы изобразим эту первообразную функцию в виде соответствующей кривой, то кривая эта сама по себе, конечно, вполне расчленима и различима, ее можно разбивать на какие угодно элементы, и в том числе на непрерывно становящиеся. Ее аналитическое выражение тоже состоит из ряда вполне определенных действий, которые не могут не быть расчленимыми и не могут не быть некоей *едино-раздельной* структурой. И при всем том необходимо утверждать, что это есть *раздельность в себе*, т. е. еще пока *не рефлектированная* раздельность. Когда мы, напр., чертим окружность, мы не сразу и в одно мгновение ее чертим, но проходит некоторое время (1—2—3 секунды или еще больше), покамест подвижной ножкой циркуля мы не придем в исходную точку. Конечно, в связи с этим существует четверть, половина, три четверти окружности и т. д., и все это есть результат того, что *окружность в себе* разделена, что ее можно как угодно делить, и т. д. Но это есть именно *раздельность в себе*, без всякого перехода в иное, ибо никакого иного тут и нет, пока мы еще не выбрались из черчения самой окружности. Но вот окружность вычерчена, она воспринимается нами как целое, и она теперь *как целое* вступает в свое инобытие. Мы можем теперь эту окружность, напр., вращать около ее диаметра—получим шар. Мы можем рассматривать ее как основание того или иного трехмерного тела и получить, напр., конус. Наконец, мы можем, даже оставаясь в пределах самой окружности, но теперь владея ею уже как целым, все же характеризовать ее заново, т. е. так, как было для нас невозможным до получения *цельной* окружности. Мы, напр., теперь можем вычислить длину окружности или определить отношение диаметра к длине окружности, определить площадь соответствующего круга и вообще дать то, что называется геометрией круга

и окружности. Все это предполагает, что сама окружность уже есть, и все это предполагает, что окружность рассматривается теперь уже *извне*, как нечто целое и готовое.

На этом простейшем примере можно очень легко уяснить себе, в каком отношении смысл вещи, или ее простое отражение, есть нечто неделимое и в каком он делится, дробится и есть раздельное целое. Неделим и неразличим этот смысл с точки зрения своего *непрерывного становления в окружающем*, т. е. в нем нет тех различений и разделений, которые несет с собою внешнее непрерывное становление. Но в нем обязательно есть разделение прерывное и непрерывное свое собственное, т. е. определенная составленность из тех или иных элементов, но — *обязательно внутри собственных пределов*. Структура устанавливаемого смысла вещи как вещи дана тут до своего перехода как целого в сферу непрерывных своих изменений в окружающей действительности, в то время как структура *понятия* дана *после перехода* соответствующей первообразной функции в непрерывное становление в окружающем.

Все это нужно иметь в виду для четкого представления, что такое интеграл. Понятие как интеграл есть, следовательно, некая едино-раздельность смысла вещи, отраженного в мышлении, но едино-раздельность *после перехода ее как целого в становление*, едино-раздельность уже *после* соотнесения со становлением вещи и, значит, такая едино-раздельность понятия, которая уже есть совокупность признаков понятия. Смысл делится и расчленяется здесь *на свои признаки*, ибо признаки в нем зарождаются только в связи с его инобытийным функционированием. И вот составленность смысла из таких элементов, которые сами суть признаки, и есть понятие как интеграл.

3. Что дает нам *нового* эта инфинитезимальная точка зрения на понятие? Это новое более ярко скажется на анализе второго определения интеграла — как предела суммы; и оно менее выпукло на интегрировании как действию, обратном дифференцированию. Однако и здесь выгоды инфинитезимального подхода к мышлению достаточно выпуклы и ощутимы.

Мы, следовательно, идем здесь от принципа становления смысла обратно к смыслу и получаем уже не просто смысл, но интегрированный смысл, или интеграл смысла, или, по нашей терминологии, понятие. Значит, что такое понятие при таком инфинитезимальном подходе? Состоит ли оно из признаков или нет? И есть ли оно что-нибудь общее или единичное?

Очень важно для логики *интегральное понимание признаков понятия*. То гипостазирование признаков, о котором учит традиционная логика, совершенно невозможно. Таких абсолютных понятий с такими абсолютными признаками просто не существует. Оперирование с такими понятиями и с такими признаками совершенно антиисторично, антисоциально и даже попросту антипсихологично. Таких понятий и таких признаков, повторяем, *просто не существует*. Ведь существует же в конце концов реальное исследование,

искание, экспериментирование, творчество — и у отдельного научного работника, и в науке вообще. Существуют же какие-то этапы исследования, развитие исследования, переходные моменты исследования. Все это движется, накапливается, эволюционирует; потом вдруг делает прыжок, скачок, совершает революцию; потом опять долго и мучительно растет, нарастает, зреет или, наоборот, деградирует, хиреет, умирает. Так, и *только так*, развивается наука, и больше никак. Тысячи голов продумывают тут научную теорию, и при этом каждая голова вносит от себя часто именно какое-то «бесконечно малое приращение» (в том или ином смысле) в общую сокровищницу человеческого знания. О каких же твердых и неподвижных понятиях можно говорить и где они такие твердые и неподвижные признаки наших понятий, и научных, и обыденных? Ну, есть там и здесь некая относительная устойчивость понятий и признаков. Особенно ею хвалятся т. н. точные науки. Но эта абсолютность точных наук давно уже разоблачена, и верят в нее сейчас только провинциальные недоучки. По Ленину, *всякий закон относителен*, какую бы точность и твердость он ни обнаруживал перед нами в данный момент.

Однако если это всерьез так, если мы на деле, а не на словах признаем непрерывную текучесть и понятий, и их признаков, то я не знаю, как обойтись без интегрального понимания и самого понятия, и его признаков. Признаки понятия обязательно становятся, текут, меняются и непрерывно переходят друг в друга. Можно уловить только *общее направление* этого непрерывного становления и с точки зрения этого общего направления *судить о том, что именно здесь становится*.

Наблюдая данную область действительности, мы сначала сталкиваемся с массой разнородных фактов, никак не связанных между собою. Механик и физик находят сначала факты падения тела в совершенно несвязанном виде: камень падает одним способом, пушинка — другим. Астрономы до Кеплера бесчисленное число раз смотрели на планеты и никак не могли представить себе их точных орбит. Художник, наблюдающий жизнь, видит, как одно и то же правительственное предприятие или одно и то же событие по-разному действует в разных областях жизни. Да наконец, просто вы слышите музыкальную мелодию и сначала не можете вспомнить, где и когда вы ее слышали и какому композитору она принадлежит. Все это слепые и неосмысленные факты.

Но вот механик и физик начинают наблюдать *общую* тенденцию наблюдаемых ими фактов: падение, оказывается, взятое как таковое, вовсе не зависит от того, какого веса падающий предмет. Оказывается тут же, что можно наблюдать известную закономерность и относительно самого движения падающего тела — относительно его пути или скорости движения. Художник начинает замечать, что коллективизация крестьянства дает огромные выгоды в смысле народного хозяйства. Услышанную вами музыкальную мелодию вы точно зафиксировали как такую-то и такую-то; ее строение, ее направление вы точно определили и зафиксировали.

И что же остается? Остается на основании всех этих установленных направлений, тенденций, принципов развития данного явления *установить самое явление* — установить, что такое падение тела или орбита планет, дать тот или иной художественный образ подъема народного хозяйства в связи с коллективизацией крестьянства, вспомнить и назвать музыкальную пьесу и ее композитора на основании установления ее манеры, ее особенностей.

Это и значит в логическом смысле интегрировать. И так как математики говорят об интегрировании *чего-то* как производной *по чему-то* как по независимому переменному, то мы здесь и должны говорить — в логическом смысле — об интегрировании наблюдаемых принципов падения тела в смысле его скорости или *по* наблюдаемым фактам этого падения, т. е. по времени, об интегрировании наблюдаемых особенностей в развитии народного хозяйства *по* фактам этого хозяйства, об интегрировании манеры в построении мелодии *по* наблюдаемым фактам этой мелодии. И в результате мы везде получаем здесь интеграл: падение тела как интеграл, художественный образ как интеграл, реальную музыкальную пьесу и ее композитора как интеграл. И везде тут интеграл есть не что иное, как функция соответствующих производных, а производные есть только принципы наблюдаемых фактов в их непрерывном становлении. Везде тут *общность и цельность получаемого понятия* — как интеграла — *всецело зависит от наблюдаемых направлений, а самые эти направления устанавливаются из реально становящихся фактов.* Тут, между прочим, для наших целей как раз менее всего важно интегрировать в общем математическом смысле, так как тяжесть и эффектность математического результата здесь, как и везде, имеет слишком огромное значение и стремится перейти к самодовлеющей значимости, игнорируя всякую логику как самостоятельную науку. Поэтому, если закон падения тела и получается в точном математическом смысле как интеграл от скорости падения тела по времени, то для нас в настоящую минуту ценнее то, как Кеплер открыл свой закон движения планет по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце. Кеплер, не имея никакого *математического* понятия об интеграле, просто наблюдал практическое положение планет на небесном своде и отмечал перемещение этих положений; он прикидывал, какой кривой это больше всего соответствует, и, когда он заметил, что эта кривая есть эллипс, он в это мгновение, несомненно, *проинтегрировал* свои наблюдения, сводившиеся только к установлению общих тенденций в движении планет, но никак не к установлению каких-нибудь функций, интегрирование которых привело бы к эллипсу как к планетной орбите. Хотя все подобные представления как будто бы и менее точны, чем математические, тем не менее для логики они очень важны, и часто важнее даже математических представлений, поскольку они гораздо наивнее и откровеннее рисуют нам логический секрет и дифференциала, и интеграла. А секрет этот, освобожденный от всей тяжести математической схоластики и сложной

терминологии, сводится к очень простому: *интеграл* — это *понятие*, поскольку оно получено из принципа его *инойбытийного становления*. Обычно понятие — это символ устойчивости и даже неподвижности, даже вечности. У нас же оно только результат обобщения *становления*. Если не гнаться за субтильной терминологией, за точностью, за формулой и сказать грубо и попросту, то интеграл — это *обобщение бесконечного становления*: понятие как интеграл — это просто сводка и резюме непрерывного и бесконечного становления. Так мы получаем замечательное учение об общности и цельности, которая и самостоятельна, и всецело зависит от материального и вещественного «независимого переменного». Образуется *понятие* со своей собственной твердой и нерушимой структурой, которое в то же время есть только продукт становления и даже становление это содержит в себе. Оно твердо, точно от всего отграничено, *конечно*, но оно в то же самое время обнимает в себе неисчислимую бесконечность непрерывных приближений, нарастаний, становлений, и ими только, этими бесконечно малыми процессами, оно и держится. Значит, уже по одному этому интеграл и, следовательно, понятие как интеграл есть некий *синтез конечного и бесконечного*, и синтез этот здесь вполне специфичен: он получен *из становления*, ибо наблюдались тут бесчисленные явления, переходящие одно в другое, и получен он *путем становления*, ибо для получения интеграла надо было исчерпать становление фактов, т. е. перейти к его пределу.

Так логически рождается эта удивительная категория интеграла.

4. Остается еще сказать несколько слов о том, что значит в логическом смысле получить *неопределенный интеграл*. Математики учат, что интегрирование всегда содержит в себе ту неопределенность, что к получаемому виду функции как первообразной мы должны еще прибавить величину c , именно произвольную постоянную величину. Объясняется это тем, что, поскольку производная от постоянного равняется нулю, в интеграле всегда должны быть те или другие постоянные, которые при дифференцировании исчезают, переходя от производной к первообразной. Мы, конечно, должны учитывать и их. Можно также сказать, что интегрирование функции в этом «неопределенном» виде дает нам интеграл как функцию только верхнего своего предела. Он ограничен «сверху», а не «снизу», т. е. если мы получаем в качестве интеграла некоторую кривую, то чертить мы ее можем, как угодно перемещая ее ординаты поступательно параллельно самим себе, ибо начало отсчета по x -ам остается совершенно неопределенным и потому произвольным. Это и называется *неопределенным интегралом*. Он получается всегда, когда мы идем от производной к первообразной. И если каждому интегралу соответствует только одна производная, то каждой производной соответствует *бесконечное количество* интегралов, правда различающихся между собою не структурой функции, но только тем или иным постоянным. Геометрически мы тут

получаем не просто кривую, но т. н. *семейство кривых*, т. е. бесчисленное количество *мест*, где чертится одна и та же кривая в зависимости от допущений той или другой точки отсчета по линии *x*-ов при черчении данной кривой.

Спрашивается: что же соответствует в логике этому неопределенному интегралу?

Чтобы ответить на этот вопрос, заметим, что в определенном интеграле мы имеем в виду его *абсолютное численное значение*, в то время как неопределенный интеграл, оставляя неопределенными исходные данные, дает только *метод* получения абсолютной численной величины. Если мы путем интегрирования получим закон падения тела, то ведь очень большая разница получится в характере данного падения реального тела в зависимости от того, с какой высоты начинается падение. Эту абсолютную данность исходных условий как раз и не охватывает неопределенный интеграл. И только определенный интеграл, когда функция интегрируется в точно данных пределах изменения аргумента от какого-нибудь x_1 до какого-нибудь x_2 , только такой интеграл и способен дать нам абсолютное численное значение возникающей здесь первообразной.

Имея это в виду, нетрудно теперь понять, что такое в *логическом смысле* неопределенный интеграл и что такое в *логическом смысле* определенный. Неопределенный интеграл есть понятие (а оно получается здесь как и при всяком интегрировании в качестве синтеза конечного и бесконечного), есть только *принцип* познания, а не *результат* познания, в то время как определенный интеграл есть именно *результат* познания. В одном случае понятие нам указывает, как надо рассуждать, *если данные условия именно таковы*. В другом случае понятие говорит, что получается при рассуждении относительно именно этих вот реальных условий. Одно дело — исходить из каких бы то ни было условий и утверждать, что если есть то-то, то обязательно должно быть и вот что. И другое дело — исходить из *данных реальных условий* и утверждать, что наблюдаемое явление начинается тем-то и кончается тем-то.

Это различие между понятием как принципом познания и понятием как результатом познания весьма небесполезно для логики; и математика дает для этого точный коррелят как раз в интересующей нас сейчас инфинитезимальной области. С одной стороны, мы имеем понятие яда, полученное нами путем интегрирования общего действия известного рода химических соединений на организм; оно для нас принцип для определения того, является ли данное химическое соединение ядом. С другой стороны, мы имеем понятие карболовой кислоты, ядовитость которой не есть просто общий метод отравления организма, но именно данная определенная картина этого отравления, отличная, напр., от отравления углекислым газом. Конечно, уже и производная, как мы видели, есть некоторый принцип познания, и это уже потому, что она есть предел; она тоже есть, как мы знаем, метод охвата бесчисленных мельчайших сдвигов в наблюдаемых нами явлениях. Однако интег-

рал, понимаемый как принцип, идет дальше и глубже. Он не просто дает нам способ раскрывать общие тенденции в развитии и становлении *признаков* понятия, как это делает производная, но *все эти признаки связывает в одно целое понятие*. Производная есть принцип познания признаков понятия, интеграл же есть принцип познания (или установления) самого понятия. Поэтому не нужно смущаться тем, что и производная, и интеграл одинаково суть принципы познания.

5. Констатируя эту совершенно специфическую принципность интеграла, мы замечаем, что интеграл в сравнении с производной получает как бы второе измерение. Если признаки понятия рисовали нам понятие как бы с внешней стороны (они ведь, как мы знаем, и есть не что иное, как образ соотношения понятия с изменяющимися вещами) и если совокупность признаков понятия есть как бы его видимая сторона, поверхность, то *само* понятие лежит *глубже* этих признаков, оно — «подставка», «подпорка» для этих признаков, *носитель* этих признаков. И значит, если производная останавливает нас в области только самих же признаков, давая возможность путем предельных переходов распределять и осознать их бесконечные переливы, то интеграл погружает нас как бы вглубь от этой поверхности и прикрепляет систему признаков понятия к некоему определенному их носителю. Вот почему математики охотно понимают интеграл *как площадь и объем*, по крайней мере как длину кривой. Здесь бессознательно играет роль именно многомерность или по крайней мере двухмерность интеграла в сравнении с внешней «поверхностью» производной.

Если расширить и углубить это представление об интеграле, то мы и перейдем к *определенному* интегралу в собственном смысле слова, т. е. к интегралу как к пределу суммы, к интегралу как к площади.

6. Гораздо больше интереса представляет для нас другое определение интеграла — *как предела суммы*. Это т. н. *определенный* интеграл, т. е. интеграл, в котором определены и верхний, и нижний пределы и который поэтому есть функция своих обоих пределов. Посмотрим, что он дает для логики.

Определенный интеграл зародился в результате попыток определения площадей и объемов таких, которые ввиду своей сложности не поддавались методам элементарной арифметики и геометрии. Если мы имеем прямоугольник, то площадь его вычислить очень просто. Это — найти произведение основания прямоугольника на его высоту. Но если, напр., одну из сторон прямоугольника заменить кривой, то для определения площади такой фигуры метод умножения основания на высоту уже не годится. Здесь издавна, еще с древнеегипетских времен, пытались свести такую фигуру на ряд таких прямоугольников, площадь которых уже не так трудно вычислить, и потом суммировали все такие прямоугольники. В наиболее совершенной форме этот метод проводится в интегральном исчислении.

Здесь берут такой «прямоугольник», верхняя сторона которого есть кривая линия и основание которого мыслится на оси x -ов, и разбивают его на прямоугольники путем перпендикуляров, восстанавливаемых к оси x -ов по мере движения x . Если мы будем количество таких прямоугольников беспредельно увеличивать и тем самым площадь каждого из них беспредельно уменьшать, т. е. если x будет меняться непрерывно, то в определенных пределах изменения x мы получим все увеличивающееся количество прямоугольников, которые в сумме будут стремиться к некоему пределу, что и есть *площадь* нашего «прямоугольника», или, как говорят, криволинейной трапеции. Геометрически, таким образом, интеграл есть площадь прямоугольника как *предел суммы бесконечно возрастающего числа бесконечно уermaющихся элементарных прямоугольников*, т. е. прямоугольников, возникающих при непрерывном возрастании x .

Это другое определение интеграла имеет очень важный логический смысл, если применить его к определению понятия.

Что могло бы значить понятие как предел суммы? Что это за предел и какая это сумма, чего, собственно, это сумма? Раз мы заговорили о сумме, значит, предполагаются слагаемые, части. Что же это за «части» в понятии? Конечно, это его *виды*, видовые понятия. Но тут не может быть *перехода* от родового понятия к видовому понятию, что мы находим в производной, которая ведь и есть метод получения частных понятий из общего. Тут не переход от рода к виду, но *составление рода из видов*. Переход здесь к виду делается только для того, чтобы полнее и расчлененнее представить самый род. Итак, родовое понятие, понятие как общее, есть сумма видовых понятий. Но это еще не интеграл.

Интеграл есть *предел* суммы. В таком случае, что же такое понятие как предел суммы его видов? О пределе мы имеем право говорить только тогда, когда имеется некая переменная величина, которая в результате своего увеличения или уменьшения может отличаться от другой, постоянной величины сколь угодно мало. В таком случае эта постоянная величина и есть *предел* данной переменной величины. Следовательно, для того, чтобы родовое понятие стало пределом для своих видов, необходимо, чтобы они, бесконечно мало отличаясь друг от друга, в сумме бесконечно мало отличались от этого родового понятия и в конце концов все расплывались бы в нем, образуя действительно целое и уже неделимое понятие.

Но если так, то роль предела здесь, очевидно, вполне аналогична пределу в случае с производной. Производная есть предел — как закон возникновения частного из общего, как принцип становления видов из родового понятия. Интеграл же как предел тоже есть некий закон и принцип, но только закон и принцип становления не видов из рода, а родового понятия из видовых. *Понятие как интеграл есть закон становления родовой общности из видовых понятий*, принцип возникновения рода из видов. И как при получе-

нии производной мы понимали дифференцирование не просто в качестве расчленения и различения, но в качестве непрерывного расчленения и различения и сама производная была только законом этого непрерывного становления родовой общности в виде бесконечного ряда видовых понятий, так и теперь под интегрированием мы понимаем не просто слияние видов в одну родовую общность, но слияние это мы понимаем здесь как происходящее в результате непрерывного перехода из одного вида к другому, непрерывного их сближения и сам интеграл и есть закон непрерывного становления суммирующихся видовых понятий в одно сплошное и неделимое родовое понятие.

7. Подобная точка зрения на род и вид не может не освежать традиционных затхлых схем «обобщения» и «ограничения». Традиционные «деревья Порфирия»¹⁰ слишком откровенно построены на застывших и готовых понятиях, чтобы подобные теории можно было принимать безоговорочно. Кроме того, все эти «обобщения» и «ограничения» открыто узаконивают пользование неясными категориями, что уж совсем не соответствует такой критической науке, которой является логика. Когда мы «делим» материю на «одушевленную» и «неодушевленную», можно ли сказать, что эти видовые понятия нам ясны и что ясен самый принцип, по которому происходит это деление? Когда мы делим «тело» на «организмы» и «неорганические тела» или «одушевленное» — на «разумное» и «неразумное», можно ли похвалиться ясностью логического метода этих и подобных разделений? Конечно, нет. Это — вполне наивное и примитивное отношение к логическому делению и узаконивание некритического подхода к тому, что такое род и что такое вид.

Даже и не напирая обязательно на такие категории, как производная или интеграл, необходимо сказать, что наша логика, оставши от всех наук на целые столетия, ничему не научилась и в математике, а в математике — гораздо более тонкое и критическое отношение к роду и виду, чем в логике.

Я укажу хотя бы на тот фундаментальный факт, что математика, производя деление, знает не только результаты деления как таковые, но и *метод их получения из цельной общности*. Каждое видовое понятие существует тут не просто само по себе, но оно таит в себе закон своего получения из общего понятия. Возьмем то, что знает уже младший школьник. Треугольники делятся на остроугольные, прямоугольные и тупоугольные. Остроугольные — те, в которых каждый угол меньше 90° ; прямоугольные — те, у которых один угол равняется 90° ; и тупоугольные — те, у которых один угол больше 90° . Вот простейшее геометрическое деление. Разве сравнить его с такой, напр., чепухой, как деление европейцев на французов, англичан, немцев и т. д., французов — на парижан, марсельцев, бордосцев, а парижан — по улицам и переулкам Парижа и т. д.? Если спросить таких знатоков деления, чем же, собственно, отличается француз от англичанина или англичанин от американца, то едва ли он сразу и хорошо ответит на этот вопрос. Географический принцип тут едва ли годится: француз

может родиться и жить в Америке. Психические признаки очень текучи: возможен хладнокровный француз и живо чувствующий англичанин. Язык? Но француз может родиться в Америке; и условия его жизни могут сложиться так, что он совсем не будет знать французского языка и будет знать английский. Таким образом, принцип деления европейцев на французов, англичан и т. д. логически по крайней мере неясен. (Правда, эта классическая путаница с делением европейцев совсем не обязательна для формальной логики и есть в сущности только плохая формальная логика.) Далее, нечего, конечно, и спрашивать здесь, как один вид относится здесь к другому виду и каков вообще принцип взаимоотношения видов на фоне единого и общего понятия. Это — сплошной туман и сплошные условности. И сравнить с этим деление треугольников в геометрии: тут не только точно указано видовое различие для каждого вида, но и видно, как *путем вариаций видового различия образуются новые виды*. Вы увеличиваете один из углов вашего остроугольного треугольника. Покамест вы не дошли до прямого угла, вы будете получать бесконечное количество остроугольных треугольников, подчиняющихся одному принципу, и никакая бесконечность здесь вас не смущает. Но вот вы достигли прямого угла. Сразу картина меняется. Планомерно, точно и отчетливо вы получаете новый принцип, и этот новый принцип тоже охватывает у вас целую бесконечность разного рода прямоугольных треугольников; и эта их бесконечность охвачена одним простым и ясным признаком. Так же поступаете вы и при переходе к тупоугольным треугольникам.

Что тут интересно логически? Логически тут интересно то, что в видовом понятии мы имеем не просто замороженную и застывшую совокупность понятий, но эта совокупность непрерывно меняется, нарастает или убывает, и существует закон этого изменения, указывающий на критические переломы этого становления и тем создающий из него четкую структуру всех возможных его направлений. Таким образом, уже элементарное деление треугольника в геометрии не имеет ничего общего с той некритической чепухой, которая часто лежит в основе «деления» в логике.

Приведем пример сложнее. Вот у нас имеется понятие *кривой второго порядка*, или, что то же, понятие конического сечения. Имеется общее уравнение кривой второго порядка. Если мы возьмем дискриминант старших членов этого уравнения, то в зависимости от знака этого дискриминанта мы будем получать или гиперболу, или параболу, или эллипс. Когда этот дискриминант меньше нуля, мы имеем гиперболу. Когда он равен нулю, мы имеем параболу. Когда он больше нуля, получается эллипс (окружность является частным случаем эллипса). Здесь опять мы имеем видоразличие не как застывшую сумму признаков (а в традиционной логике мы часто не в силах перечислить даже эти застывшие признаки видовых понятий, как в приведенном выше примере с «европейцами»), но здесь мы получаем один вид из другого путем *планомерного изменения этого последнего*: в этом делении дан закон

возникновения видов, а не просто эти виды в застывшем и абсолютно изолированном виде.

Возьмем *деление движений* в механике. Имеется общее уравнение динамики: сила равна произведению массы на ускорение. Беря различные силы, мы и получаем различные виды движения. Если к материальной точке приложена только одна упругая сила, то, подставляя ее в это уравнение и в дальнейшем интегрируя это последнее (т. е. переходя от ускорения данной точки к ее координатам как функциям времени, или, другими словами, к самому закону ее движения), мы увидим, что наша точка совершает т. н. гармоническое колебание. Если кроме упругой силы к данной точке приложена еще какая-нибудь сила сопротивления, напр. пропорциональная первой степени скорости, то — после тех же математических операций — мы увидим, что колебание движущейся точки окажется затухающим. Если материальная точка притягивается к какому-нибудь телу с силой, прямо пропорциональной массе и обратно пропорциональной квадрату расстояния до этого тела, то наша точка будет двигаться вокруг этого тела по одной из кривых второго порядка. И т. д. и т. д. Словом, сколько существует разных сил, столько же, вообще говоря, и видов движения. И этих сил, этих движений бесконечно множество. Правда, в данном примере мы имеем дело с дискретными силами и не ставим вопроса об их взаимном переходе, так что не возникает вопроса и о взаимопереходе движений. Но даже и при таком подходе мы здесь получаем все же замечательный образец деления, логическое совершенство которого несоизмеримо с логической слабостью традиционной теории. Ведь тут обычно все же есть некоторого рода *закон* для частного. Варьируя это общее — пусть даже дискретно, — мы получаем каждый раз оригинальные частности, не говоря уже о том, что само это варьирование есть совершенная логическая точность.

Изучение различных математических наук и приучение своего ума к такому более совершенному логическому оперированию с родом и видом неизбежно приводят и к категории *интеграла* как к одному из весьма совершенных и четких выражений общности вместо традиционного яичного и внешне-механического объединения частных в общем. Приведенные примеры из математики и механики показывают, что более тонкое и, можно сказать, животрепещущее понимание общего пронизывает даже элементарные отделы этих наук, не имеющих никакого отношения к понятию интеграла. Интеграл же только суммирует в себе ряд принципов, действующих то там, то здесь по всей математике. В прекрасной и совершенной логической форме интеграл дает нам такую общность, которая 1) возникает из частных в условиях их сплошной текучести и взаимопроникновения и которая 2) есть предел их взаимодействия, служащий законом и принципом этого последнего. Эти моменты в логическом определении интеграла, взятые сами по себе, чрезвычайно просты и вполне очевидны: непрерывность, предел, закономерное появление частного из общего (когда общее

рассматривается как функция вещи) — разве это может считаться для нас чем-то неожиданным и маловероятным? А ведь это и есть не что иное, как интеграл. Это и есть понятие как интеграл и мышление как сплошное дифференцирование и интегрирование.

12. ПРОИЗВОДНАЯ, ДИФФЕРЕНЦИАЛ И ИНТЕГРАЛ НА ФОНЕ ОБЩЕГО УЧЕНИЯ О ЧИСЛЕ

Выше мы уже натолкнулись на существенное логическое тождество дифференциала и интеграла. С известной точки зрения к этому тождеству присоединяется и производная. Указать существенное место для каждой такой категории — значит иметь ясное представление, что такое число вообще. Кроме того, здесь мы как раз встречаемся в лоб с тем *приматом практики над теорией*, который очень часто отодвигается на задний план именно в наиболее конкретных вопросах. Очень легко выставить этот примат как знамя, как ярлык, как принцип. Но чем конкретнее научная область, тем обыкновенно все меньше и меньше заговаривают об этом примате. Сейчас мы увидим, что наше исследование строится как раз обратно: чем конкретнее рассуждение о числе, тем ярче выступает у нас примат практики над теорией.

1. Но прежде всего отдадим себе отчет в том, что именно заставляет нас *отождествлять* дифференциал и интеграл.

Мы видели, что то и другое есть синтез конечного и бесконечного. Заметим к этому (хотя для нашего внимательного читателя это, собственно говоря, излишне), что мы вообще не мыслим ни конечного, ни бесконечного без их синтеза и тождества. Только абстрактная метафизика разрывает эти категории окончательно и гипостазировует, абсолютизирует каждое из них в отдельности и в отрыве одно от другого. Для нас все конечное, как бы оно мало ни было (пусть это будет мельчайший отрезок прямой), уже обязательно содержит в себе бесконечность (бесконечность еще меньших отрезков или точек); и мы не мыслим себе никакого бесконечного, которое бы не было в то же самое время в некотором смысле конечным. Уже здесь становится заметным, что понимание этого неделимого синтеза и тождества то как конечного, то как бесконечного никак не может быть голой теорией (ибо теория тут одинаково говорит и за бесконечное, и за конечное), а является только практикой, решается практикой. Однако сейчас мы этого касаться не будем и только констатируем, что тождество конечного и бесконечного неизбежно и что, в частности, оно же лежит в основе и дифференциала, и интеграла, и производной. В анализе без него обойтись нельзя уже потому, что все эти три последние категории существенно связаны с *пределом*. Интеграл прямо есть предел и в качестве такового определяется даже в элементарных руководствах. Дифференциал же, правда, так не определяется, но это — только недоразумение. Ведь сами же руководства, определяя дифференциал, говорят нам: пусть мы имеем