

рассматривается как функция вещи) — разве это может считаться для нас чем-то неожиданным и маловероятным? А ведь это и есть не что иное, как интеграл. Это и есть понятие как интеграл и мышление как сплошное дифференцирование и интегрирование.

12. ПРОИЗВОДНАЯ, ДИФФЕРЕНЦИАЛ И ИНТЕГРАЛ НА ФОНЕ ОБЩЕГО УЧЕНИЯ О ЧИСЛЕ

Выше мы уже натолкнулись на существенное логическое тождество дифференциала и интеграла. С известной точки зрения к этому тождеству присоединяется и производная. Указать существенное место для каждой такой категории — значит иметь ясное представление, что такое число вообще. Кроме того, здесь мы как раз встречаемся в лоб с тем *приматом практики над теорией*, который очень часто отодвигается на задний план именно в наиболее конкретных вопросах. Очень легко выставить этот примат как знамя, как ярлык, как принцип. Но чем конкретнее научная область, тем обыкновенно все меньше и меньше заговаривают об этом примате. Сейчас мы увидим, что наше исследование строится как раз обратно: чем конкретнее рассуждение о числе, тем ярче выступает у нас примат практики над теорией.

1. Но прежде всего отдадим себе отчет в том, что именно заставляет нас *отождествлять* дифференциал и интеграл.

Мы видели, что то и другое есть синтез конечного и бесконечного. Заметим к этому (хотя для нашего внимательного читателя это, собственно говоря, излишне), что мы вообще не мыслим ни конечного, ни бесконечного без их синтеза и тождества. Только абстрактная метафизика разрывает эти категории окончательно и гипостазировует, абсолютизирует каждое из них в отдельности и в отрыве одно от другого. Для нас все конечное, как бы оно мало ни было (пусть это будет мельчайший отрезок прямой), уже обязательно содержит в себе бесконечность (бесконечность еще меньших отрезков или точек); и мы не мыслим себе никакого бесконечного, которое бы не было в то же самое время в некотором смысле конечным. Уже здесь становится заметным, что понимание этого неделимого синтеза и тождества то как конечного, то как бесконечного никак не может быть голой теорией (ибо теория тут одинаково говорит и за бесконечное, и за конечное), а является только практикой, решается практикой. Однако сейчас мы этого касаться не будем и только констатируем, что тождество конечного и бесконечного неизбежно и что, в частности, оно же лежит в основе и дифференциала, и интеграла, и производной. В анализе без него обойтись нельзя уже потому, что все эти три последние категории существенно связаны с *пределом*. Интеграл прямо есть предел и в качестве такового определяется даже в элементарных руководствах. Дифференциал же, правда, так не определяется, но это — только недоразумение. Ведь сами же руководства, определяя дифференциал, говорят нам: пусть мы имеем

готовую, как бы то ни было полученную *производную*, и потом оказывается, что эта производная есть не что иное, как отношение *дифференциалов* функции и аргумента. Но тогда что же такое эти дифференциалы? Ведь то, что производная есть известного рода предел, этого-то математики уже во всяком случае не могут отрицать. А это значит, что и отношение данных дифференциалов есть предел, или, другими словами, что и каждый из них тоже в некотором смысле как-то связан с пределом. Ведь не могут же числитель и знаменатель дроби не иметь никакого отношения к тому частному, которое получается от деления числителя на знаменатель. Значит, дифференциал функции по меньшей мере *связан* с тем пределом, которым является производная этой функции. Пусть мы не будем говорить, как именно он связан, но самая связь эта, очевидно, отрицаться ни в каком случае не может.

Итак, категория дифференциала указывает на некоторого рода предельный переход. Предельный переход есть переход при помощи бесконечного становления. Следовательно, поскольку самый-то предел есть нечто конечное, необходимо с полной точностью утверждать, что *он есть синтез конечного и бесконечного и что в этом пункте он совершенно неотличим от интеграла*, который тоже есть некоторого рода предел.

Остается сюда же присоединить и саму производную, которая тоже есть некоторого рода предел. Значит, *в смысле общего синтеза конечного и бесконечного производная, дифференциал и интеграл совершенно тождественны*.

Это интересным образом запутывает все дело; и математики забавно барахтаются в этой логической путанице, несмотря на кристальную *математическую* ясность их построения. Можно, конечно, исключить момент предельности из дифференциала, пользуясь тем методом, когда говорят, что солнце нужно только ночью, так как днем же и без него видно. Правда, тогда дифференциал ничем не отличишь от бесконечно-малого просто. Но иные готовы и на это, только бы не понимать дифференциал вместе с пределом. Путаница эта забавная.

К этому надо присоединить и еще одно обстоятельство, тоже не благоприятствующее ясности. Могут сказать, что если даже все эти три категории есть пределы, то во всяком случае *разные* пределы. Однако мы тогда спросим: *чем же они разные?* То, что они могут быть разными в арифметическом смысле, т. е. в смысле конечных чисел, это, разумеется, не может здесь иметься в виду, так как конечные количественные различия не создают разных категорий даже и в самой арифметической области. Но может быть, эти три категории различны своей бесконечностью? Так говорить тоже едва ли имеет смысл. Ведь бесконечность во всех трех случаях есть только непрерывное становление предела. Как таковое оно совершенно одинаково в трех случаях. Может быть, это бесконечное становление происходит тут разными способами? Несомненно. Но разный способ приближения к пределу тоже не может создать тут особых *категорий* предела. Этот способ приближения к пределу так

же нехарактерен для *категории* предела, как и бесконечное многообразие арифметических операций не создает новой *категории* конечного числа, а относится к ней как к одной и единственной.

Выходит дело, что *ни конечными средствами, ни бесконечными, ни, следовательно, средствами синтеза конечного и бесконечного никак нельзя провести разницы между производной, дифференциалом и интегралом*. Скажут: позвольте, дифференциал функции вовсе не есть ее производная (в общем случае); это *произведение* производной на произвольное приращение аргумента! Однако я не знаю, что тут нового дает произведение. Пусть будет y производная $2x$. Пусть произвольное приращение аргумента будет 5 . Я не понимаю, что тут «дифференциального» в $10x$. И чем принципиально $2x$ отличается от $10x$? $10x$ в пять раз больше $2x$. Так что же, значит, везде, где в арифметике и алгебре мы умножаем какое-нибудь выражение на 5 , мы тем самым уже получаем «дифференциал»? Точно так же если интегралом для $2x$ является x^2 , то я опять-таки никакого принципиального различия между $2x$ и x^2 не вижу. Это элементарная алгебра; и при чем тут анализ, я не знаю.

Совершенно очевидно, что все эти внешние математические операции имеют какой-то не просто математический, а *логический* смысл. И в этом-то «смысле» и заключается все дело. Именно *его* математики имеют в виду, когда говорят о производной, дифференциале и интеграле. *Формулы* же здесь только результат этих смысловых операций. Надо осмыслить этот результат *сознательно*, подобно тому как математики осмысливают его *бессознательно*. Нет ничего проще для математика, как «перейти к пределу». Однако *логически* это весьма сложная операция. Математик в противоречии со своей сознательной теорией бессознательно думает, что к пределу можно перейти *путем каких-нибудь операций*. Однако сущность предела как раз в том и заключается, что совершенно *нельзя* перейти к нему *путем тех или других математических операций*. Сколько бы мы ни вычисляли квадратный корень из двух или отношение длины окружности к диаметру, мы именно *никогда не приходим ни к какому пределу*. Надо же в конце концов усвоить себе эту основную идею предела. Переход от переменной величины, связанной каким-нибудь пределом, к самому пределу есть переход *к новой логической категории*, которую никакими вычислениями получить совершенно невозможно. Это *логический скачок*, а не математическая операция внутри одной и той же логической категории. Так логика властно врывается в математику, путая все математические карты и превращая стройную математическую теорию в полный хаос. И надо во что бы то ни стало выбраться из этого хаоса, из установленной выше путаницы — путем систематического логического учения о числе вообще. Иного пути не видится. Только точнейшим образом отграничившись от всех соседних математических категорий, можно претендовать на ясность этих категорий производной, дифференциала и интеграла.

2. Начнем с основного вопроса: *что такое число?* Конечно, об этом тоже можно было бы написать целую книгу, но мы ограничимся здесь кратчайшим и наибошим соображением.

Что число есть всегда некоторого рода *раздельность*, это бросается в глаза прежде всего. Но для раздельности нужно по крайней мере два элемента и переход от одного к другому. Что такое «два», мы еще не знаем, поскольку мы только еще ставили вопрос о том, что такое число. Мы пока имеем просто некоторое *нечто* и просто некоторое *иное* этого нечто¹¹, к которому это нечто *переходит*. Употребляя старую диалектическую терминологию, мы тут имеем 1) бытие, 2) становление и 3) ставшее (т. е. это самое «иное», к которому совершен переход от «нечто», т. е. результат становления). Чтобы из этих категорий получить число, надо исключить из них всякое *качественное содержание*, т. е. надо оставить в них только *акты полагания*, отбрасывая то, что именно тут полагается. Это элементарный переход от «качества» к «количеству», развивать который мы здесь не будем и который будем предполагать хорошо известным из общей диалектики.

Это первое.

3. Дальше. Полученные три категории не есть нечто метафизически раздельное. Это не три разные вещи или субстанции. Это нечто одно, в котором есть и первое, и второе, и третье. Однако, будучи чем-то одним и неделимым, это общее в каждой такой категории выступает по-разному. Всю эту целокупность мы можем понять и просто как «бытие», как элементарный акт полагания, и просто как становление, и просто как ставшее. Тут возникает основное разделение числа, без которого мы не доберемся до таких специфизированных категорий, как производная, дифференциал и интеграл, а именно в результате этой структурализации мы получаем тут три типа числа наиболее общие, наиболее абстрактные. Уже и на них видно, что мышление не есть только теория и что практика входит в самую внутреннюю сущность мышления. В самом деле, что такое здесь теория? Теория здесь говорит нам о неразрывной значимости трех основных категорий — бытия, становления и ставшего. Правда, строго говоря, и это вовсе не есть теория, а просто результат эмпирического наблюдения действительности. Но допустим, что эти категории откуда-то спустились на нас в готовом виде. Спрашивается: а на основании чего мы вдруг подчеркиваем одну категорию и оттесняем другую? На основании чего мы рассматриваем общую цельность трех категорий то в свете одной из них, то в свете другой, то в свете третьей? Что это за дикий произвол и для чего эта схоластика нам нужна?

Все дело в том, что *практика*, именно *практика* заставляет нас производить все эти комбинации. Именно она, и только она, каждый раз решает вопрос, на какой категории из этих трех нам утвердиться и какую из них принять за основную. Перейдя к возникающим отсюда трем типам числа, мы сейчас же убедимся, насколько широк и глубок примат практики в мышлении и как без

него невозможно отличить ни конечного, ни бесконечного (ибо теоретически это одно и то же), ни бесконечно-малого от чисел натурального ряда (да, и это тоже одно и то же!), ни дифференциала от интеграла и интеграла от производной.

Тут-то и происходит проверка гибкости и четкости и просто даже конкретности вообще нашего логического метода. Эти три — и подобные им — категории можно встретить где угодно, и прежде всего во всех изложениях диалектики. Но как редко соединяется с ними простое и жизненное представление.

Можно сказать попросту, что эти три категории, взятые сами по себе, *едва ли имеют какой-нибудь познавательный смысл*. И почему? Потому, что они *ни к чему не относятся*; потому, что они *беспредметны*; потому, что неизвестно, какому *реальному* (и уже не *категориальному*) бытию они соответствуют. Можно сказать даже больше. «Бытие», «становление», «ставшее», взятые как чистые категории, *даже еще не есть мышление*. Мышление тут еще не началось. Или, вернее, мышление тут началось (раз уж мы заговорили о подобных категориях), но оно *в этих категориях еще не выразилось* как такое; они, эти категории, есть только бесплотная и бессильная абстракция — даже измышление, не говоря уже о бытии.

4. Что же нужно для того, чтобы здесь *началось мышление*? Если мышление есть только отражение материи и движется только самой же материей, то, очевидно, необходимо, чтобы эти категории стали тоже чем-то материальным и подвижным. Необходимо, чтобы эти категории *материально утверждались*. И тут опять-таки мы должны бороться с той склонностью к абсолютизированию абстракций, которая соблазняет умы даже в вопросе о материальном утверждении. Что это за «материальное утверждение»? Чтобы не впасть в гибельные абстракции, необходимо сейчас же выдвинуть два пункта.

Во-первых, это есть не что иное, как *практика*, которая единственно только и способна превратить сухие и [не]подвижные категории в живую ткань мышления. Практика не есть использование и фактическое применение *уже готового* мышления. Но это есть *то, благодаря чему впервые только и начинается само мышление*. Практику здесь не надо понимать как-нибудь узко. Тут должно быть самое широкое понимание практики, ибо здесь она вообще все то, что переводит неподвижные категории в жизнь. Но вопрос стоит тут строго и бесповоротно: или практика образует самую сердцевину мышления, без которой оно не может и начаться, или нет ровно никакого мышления. Общеизвестно учение Ленина о практике и одобрение им той стороны соответствующего учения Гегеля, которая вводит практику в самое нутро мышления.

Во-вторых, человеческий ум настолько легко поддается гипнозу абстракций, что даже и это введение практики в самую сердцевину и нутро мышления он склонен понимать нежизненно и отвлеченно. Ведь если *на самом деле и всерьез* нет никакого *только* «теоретического» мышления, если всерьез самое «наитеоретичнейшее» мышле-

ние не может сдвинуться с места без практики (физической, биологической, психической, социальной и т. д. и т. д.), то мы это должны воочию показать *на самом же мышлении*. Тут невозможно отделяться общими фразами и надо прямо указать пальцем, где же это *в мышлении* практика, где это она кроется в понятиях, в суждениях, в умозаклечениях. Дело не в том, что мы готовое понятие *практически применяем* (такая точка зрения предполагает, что понятие образовалось без всякой практики и *до* нее, т. е. это есть в сущности кантианство). Дело должно заключаться в том, чтобы *само понятие, само суждение, само умозаклечение* несло на себе следы этой практики и даже не просто несло эти следы, но чтобы при их помощи впервые только и возникало как понятие, как суждение или как умозаклечение. Как это сделать и как это можно было бы здесь не ограничиться фразой, а прямо ткнуть пальцем на понятие, суждение и умозаклечение как на глубочайший синтез теории и практики?

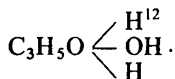
Нам думается, что конкретным показателем этого тождества, или единства, теоретического и практического в логическом мышлении является его *структура*. Структура как раз выражает и отвлеченный смысл, и его материальное утверждение. Понятие как *структура*, суждение как *структура*, умозаклечение как *структура* — вот где воочию видна *материальность* мышления, его практически действенная природа, его бессмысленность вне практики и без материального утверждения. Тут, конечно, не место давать подробный анализ того, что такое структура (это роль специального исследования), но мы ограничимся простым приемом.

А именно, мы ограничимся простым указанием на то, что структура есть один из весьма распространенных в науке принципов и что на нем иной раз строится даже целая наука. Оторванность нашей логики от реальных наук, ее чудовищная отсталость от научных методов и приводят к полному игнорированию того, что такое структура в логическом мышлении. Если бы мы внимательнее относились к современным наукам, то и наша логика не была бы столь абстрактной.

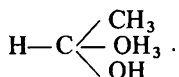
Я беру такую науку, как *органическая химия*. В значительной своей части она построена именно на принципах структуры. Здесь мы имеем то или иное химическое соединение; и оказывается, что *конкретные химические и физические свойства вещества зависят здесь только от формы и порядка соединения отдельных атомов*. Одна и та же химическая формула соответствует *совершенно разным веществам* — в зависимости от того, в каком порядке соединяются указанные в ней химические элементы. Такие химические соединения, которые отличаются между собою не качеством и не количеством входящих в них элементов, но исключительно только структурой их распределения, называются *изомерами*. Явление изомерии глубоко изучено в современной химии, даже обследовано много разных ее видов. Для нас будет достаточным здесь только один-два примера.

Если мы возьмем, напр., такую формулу, как $[C_3H_8O]$, то этой формуле *ровно никакого химического соединения не соответствует*. Это именно «теория» в худшем смысле слова, ибо настоящей и жизненной теорией она может стать исключительно только в том случае, если будет показано, что она значит *практически*. Другими словами, с практикой впервые только и возникает самое *понятие* того химического соединения, которое соответствует приведенной формуле. Поскольку, однако, сама практика не есть мышление, но становится им только в соединении с теорией, она не создает новых смыслов, или новых сущностей, она только превращает их в живую материю, т. е. делает структурными. И вот оказывается, что упомянутой формуле соответствуют целых *три химических соединения*, т. е. три разных химических вещества, отличающихся между собою, однако, только структурой связывания элементов.

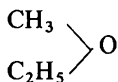
Тут мы имеем т. н. 1) первичный алкоголь, структура связей которого



Структура эта, значит, характеризуется тем, что углерод остается на месте, а из восьми частиц водорода три объединяются дважды порознь с кислородом и, кроме того, остающаяся одна частица водорода соединяется с группой кислород—водород. Но вот 2) другая схема соединения *тех же самых частиц*:



И получается уже т. н. вторичный алкоголь. Наконец, 3) структура



дает эфир.

Точно так же одни и те же элементы при одном расположении дают малеиновую кислоту, при другом — фумаровую кислоту. Одни и те же элементы дают при одной структуре антрацен, а при другой — фенантрен. Или из одних и тех же элементов имеем при одной структуре винно-каменную кислоту, при другой — виноградную. И т. д. и т. д.

На подобных примерах с замечательной ясностью выступает то, что значит «только теория», все ее бессилие и все отсутствие в ней познавательной ценности. В этой самой формуле C_3H_8O , относящейся к целым трем разным химическим веществам, с максимальной очевидностью выступает то, что значит практика для мышления — такая, что если ее нет, то нет и самого понятия, и что

значит понятие как структура, где признаки не просто перечислены (это «голая теория»), но связаны между собою в единственно допустимом порядке, повелительно продиктованном практикой и жизнью материального мира.

Если мы поймем, что такое структура в химии, то нетрудно будет применить этот принцип в логике. Раз наши теории получают не только свое жизненное значение, но даже и свою смысловую, «теоретическую» нагрузку исключительно только из практики, то и в них должны созревать эти структуры, которые невозможно вывести из самих понятий и которые могут возникнуть только практически и материально. Другими словами, к полученным выше трем логическим категориям мы должны применить *структурный* принцип, т. е. рассмотреть их не просто как сумму категорий (хотя бы и логически выведенных), но как *целое*, получающее каждый раз совершенно особое и внешне самостоятельное значение исключительно в зависимости от формы их объединения, от их структурного взаимоотношения, от выдвигания одних из них и отодвигания других, от того, что с чем из них соединяется сначала и что — в дальнейшем.

8. Переходим к этим трем типам числа, или к трем его структурным понятиям, ибо они, очевидно, выражаясь химически, изомерны.

Арифметическое число, или конечное, есть отдельный и простой акт полагания (т. е. «бытие»), и в свете этих отдельных и изолированно-неподвижных актов (это и есть счет, и прежде всего натуральный ряд чисел) предстает общечисловая совокупность бытия, становления и ставшего. Если мы возьмем 1, 2, 3 и т. д., то единица, напр., обязательно есть «нечто» — значит, она есть «бытие»; далее, она обязательно дробима до бесконечности, ибо иначе это уже не будет обыкновенной реальной единицей. — значит, она есть «становление»; и наконец, она есть обязательно и результат такого становления, т. е. и «ставшее». Всю эту целокупность трех основных категорий мы, однако, в случае числа натурального ряда просто *полагаем*, раздельно, неподвижно-изолированно *полагаем*, закрывая глаза и на становление, и на ставшее. Вся эта категориальная совокупность дана тут только в свете раздельных полаганий. Можно также сказать, это арифметическое число есть синтез конечного и бесконечного в *конечном*.

Выдвигание второй и третьей категорий создает еще два новых типа числа. Понимание числа по типу становления создает нам сферу *инфинитезимального* числа, или становящейся бесконечности, а выдвигание ставшего — сферу *трансфинитного* числа, или завершенной бесконечности. Всех этих вопросов мы уже касались в предыдущем, и сейчас для нас важно только отграничение *инфинитезимального типа числа*.

Предложенное отграничение достаточно ясно говорит нам, в чем инфинитезимальный тип совпадает с арифметическим и трансфинитным и в чем резко от них отличается.

Если не гипостазировать понятия метафизически, то вовсе нельзя считать, что в бесконечно-малом математического анализа или даже в непрерывности ровно нет ничего раздельного и изолированно-конечного. Если бы действительно в непрерывно следующей прямой *абсолютно* не было никакой раздельности, то она *превратилась бы в одну точку*. Ведь как прямая, напр., ни непрерывна, мы все же *переходим* по ней, т. е. переходим *от одной ее точки к другой*. Как же это было бы возможно, если бы в непрерывности не было никаких прерывных точек? Самая непрерывность есть не что иное, как сплошное заполнение *прерывного*. А если этого прерывного нет, то и заполнять нечего, т. е. нет и самой заполненности, нет самой непрерывности. А я думаю, что даже и точки нельзя мыслить вне категории раздельности. Но это уже другое. Важно то, что в бесконечно-малом и в непрерывности *обязательно есть раздельность и прерывность*, и в этом — тождество анализа с арифметикой.

Равным образом едва ли сейчас найдется такой глупец, который стал бы мыслить натуральный ряд чисел вне всякой непрерывности. Я не буду здесь входить в глубину логической теории натурального ряда, но достаточно будет уже и такого формального соображения. Допустим, что натуральный ряд чисел есть только прерывность. Спросим тогда: что же, эта прерывность в нем *везде* или *не везде*? Раз мы сказали, что здесь *только* прерывность, это значит, что прерывность здесь *нигде не прерывается*, что прерывность эта дана здесь *непрерывно*. Если бы прерывность натурального ряда чисел где-нибудь в нем прерывалась, это означало бы, что в этом числовом промежутке мы уже не имели бы раздельного полагания все новых и новых единиц (без чего натуральный ряд немислим), а получили бы здесь непрерывность и сплошность, т. е. натуральный ряд чисел исчез бы, прекратился бы. Значит, прерывность его *непрерывна*, как и его непрерывность одинаково *прерывна*. Каждое число его конечно, но при условии, что оно и бесконечно; и оно бесконечно так, что оно в то же время и конечно.

Все дело тут в том, что арифметика на первый план выдвигает конечное и раздельно-устойчивое, рассматривая бесконечное и непрерывное только как задний фон, а анализ выдвигает бесконечное и непрерывно-становящееся, рассматривая как задний план именно конечное. *То, что* именно они полагают, одно и то же. Но *то, как* именно они полагают, это — разное. Это — *изомеры*, различие которых — чисто структурное.

Нам кажется, здесь мы имеем замечательный образец проникновения практики в самые недра мышления. Дело обстоит вовсе не так, что мышление существует само по себе, а *потом* уже оно применяется на практике. Но дело обстоит так, что без практики мышление не может осуществиться и вообще не может даже просто начаться. Вот перед нами т. н. конечное число натурального ряда и бесконечно-малое математического анализа, или попросту прерывность и непрерывность. *По существу, по смыслу* прерывность

и непрерывность есть совершенно одно и то же; складывается то и другое совершенно из тех же самых категорий. Но вот практика повелительно перетасовывает эти категории, дает им разное направление, по-разному их осмысливает. И в результате — из одного и того же «теоретического» построения — получаются две таких колоссальной важности установки, как прерывность и непрерывность.

Так же точно можно было бы отграничить инфинитезимальный тип числа *от трансфинитного*, который, наоборот, отвергает чистое становление и базируется на таком бесконечном становлении, которое уже остановилось, закончилось, завершилось. И тут точно так же нетрудно установить пункты тождества и пункты различия.

Вывод: инфинитезимальный тип числа, ничем не отличающийся абстрактно-теоретически от числа арифметического и от числа трансфинитного, резко расходится с ними своей собственной смысловой комбинацией, повелительно вызванной к жизни исключительно практическими потребностями мышления. Является ли данное и единственное «множество» конечным или бесконечным, прерывным или непрерывным, становящимся или устойчивым, это вопрос практики. Число «пять» может быть и конечным числом натурального ряда, и дифференциалом, и интегралом, и производной в зависимости от практики мышления. *Само по себе* «пять» ровно ничего не значит, или, если выражаться точно, оно ровно ничего не значит *познавательно для числа*. Всякий смысл есть всегда смысл *чего-нибудь*, что уже не есть просто самый смысл, но дается самостоятельно, практически. Такое же абстрактно-теоретическое «пять» есть только голый смысл, без того, что им осмысливалось бы. А в таком случае оно уже не есть смысл и никакого познавательного значения для числа не имеет (точно так же, как неизвестно, что за химическое соединение $\text{H}_3\text{C}_8\text{O}$, если при этом не задана никакая структура).

Идем дальше.

9. Теперь мы отбрасываем в сторону как арифметическое, так и трансфинитное построение числа и сосредоточиваемся исключительно на инфинитезимальном. Что мы тут должны предпринять, чтобы получить конкретные результаты? Конкретность требует ясных разграничений и четких переходов между разграниченными элементами. Число, как первейшее такое разграничение, является, согласно предыдущему, как раз таким переходом от одного к другому. Ясно, что и в инфинитезимальной области первичное различие должно быть именно таково: одно (бытие, «нечто», «это», акт полагания, изолированное и простое утверждение), становление (переход) и ставшее (исчерпавшее себя и первичное одно и потому остановившееся, завершившееся одно). Здесь также только практика может решить, когда и где применить ту или другую категорию и каково различие возникающих здесь инфинитезимальных чисел.

Именно соответственно этим трем категориям мы получаем здесь три основных инфинитезимальных понятия: *бесконечно-малое*, *непрерывность* и *предел*. Тут, разумеется, может идти долгий спор

по части терминологии. Однако, по-видимому, не должно вызывать сомнения, что если мы берем становление с точки зрения «бытия», т. е. с точки зрения «нечто», «этого», то тут мы должны получить «становящееся нечто», «становящееся это», некое бытие или что бы то ни было именно в процессе непрерывного становления. Но что же это тогда такое, если не *бесконечно-малое*, которое как раз и определяется как то, что «может стать» меньше любой заданной величины? Нам кажется, что также ясна и *непрерывность*, которая есть становление как именно становление, т. е. положенное¹³, утвержденное становление, и *предел*, который определяется именно как то, к чему вечно стремится переменная величина, и в котором стремление, следовательно, взято именно с точки зрения ставшего.

Мы опять-таки настаиваем на том, что *теоретически* совершенно не существует никакой разницы между бесконечно-малым, непрерывностью и пределом, ибо теоретический и смысловой состав этих категорий совершенно один и тот же. И только *практика* может решить вопрос, на что тут можно и нужно обратить внимание, какую категорию акцентировать, подчеркивать, класть в основу и какую отодвигать, брать только в виде фона, допускать только как материал для осмысления другими категориями. Словом, эти категории тоже *изомерны*.

Говорится: бесконечно-малое есть то, что может стать меньше любой заданной величины, или что имеет своим пределом нуль. А что такое предел? Предел для переменной величины есть то, разница между чем и переменной величиной может стать меньше любой величины, или, что то же, стремится к нулю. А что такое непрерывность, напр. непрерывная функция? Функция непрерывна в данной точке тогда, когда бесконечно мало ее приращение в случае бесконечной малости приращения ее аргумента. Вот три определения. По своему *категориальному составу* это совершенно *одно и то же определение*: везде тут 1) то, что стремится к пределу, 2) предел, к которому происходит стремление, и 3) самое стремление. В первой категории на первом плане *то, что* стремится, но тут же указано и на самое стремление, и на предел этого стремления. Во второй категории подчеркнуто *то, куда* стремление, но тут же сказано и о том, что именно стремится, и о самом стремлении. И наконец, в третьей категории подчеркнуто *самое стремление* (или, точнее, соотношение двух стремлений, поскольку определялась непрерывная *функция*), но тут же сказано и о бесконечно-малом, т. е. о нулевом пределе, не говоря уже о том, что стремится тут именно аргумент и функция, т. е. нечто. Следовательно, основное и существенное содержание понятий бесконечно-малого, непрерывности и предела — одно и то же. Не то, что эти понятия только *предполагают* одно другое, но они *просто тождественны по содержанию*, и разница тут только в *порядке и форме комбинации одних и тех же категорий*, т. е. разница тут *только*, следовательно, *структурная*. Только практика может решить, где тут бесконечно-малое, где предел и где чистая непрерывность.

10. Только после всех этих разграничений и различий мы можем судить о месте дифференциала, производной и интеграла на фоне общелогической теории числа.

Разумеется, поскольку мы вовсе не задаемся тут целью дать логику математического анализа как системы, а интересуемся только некоторыми его категориями в применении к логике, мы не будем подробно анализировать все эти три, только что полученные нами категории — бесконечно-малого, непрерывности и предела, а сосредоточимся только на последней.

Мы берем инфинитезимальную категорию *предела* и смотрим на нее теми же самыми расчленяющими глазами, какими смотрели и на число вообще, и на его инфинитезимальный тип. Тут мы тоже расчленим 1) «то, что», 2) «то, как» и 3) «то, куда», т. е. «нечто» (бытие), становление и ставшее.

Будем говорить о пределе (а всякий предел уже есть соединение того, что стремится к пределу, с самим этим стремлением, т. е. синтез конечного и бесконечного) и будем его рассматривать, считать как «то, что стремится к пределу». Как предел, это есть нечто устойчивое и, в частности, конечное. Однако в то же время это не есть конечное в абсолютном смысле, но то, что само вовлечено в стихию непрерывного и бесконечного становления. Это *дифференциал*, который как таковой есть переменная величина, но который в основе все же есть синтез конечного и бесконечного, и синтез — типа предела, поскольку в его основе лежит производная (а она всегда есть предел).

Далее, продолжаем говорить о пределе. Но на этот раз пусть наш предел будет не тем, что еще только стремится к своему пределу, но *самим этим стремлением*, или становлением. Это есть *производная*, которая есть прежде всего предел; но это не просто предел, предполагающий соответствующее становление, а предел *отношения* двух становлений, т. е. такой предел, который предполагает рассмотрение одного становления с точки зрения другого становления, т. е. основан на становлении становления, т. е. рассматривает становление именно как становление. Совершенно ясно, что в ряду инфинитезимальных категорий предельность тут дана с сугубым выдвиганием на первый план именно становления. Производная в логическом смысле есть именно метод становления дифференциала некоторым новым пределом, который и есть интеграл.

Интеграл тоже есть прежде всего предел, как и дифференциал и производная, т. е. одинаково с ними синтез конечного и бесконечного. Однако из трех основных категорий в нем подчеркнуто не то, что становится, и не самое становление, но *ставшее*, то, чем стало становящееся, исчерпавши всю свою бесконечность и тем дойдя до своего предела.

Мы и тут настаиваем на полном *существенном тождестве дифференциала, производной и интеграла*. И только практика решает, что тут надо выдвинуть из трех моментов, одинаково данных во

всех трех случаях, то ли, что стремится к пределу, самое ли стремление или то, куда идет это стремление, или его предел. Все дело, следовательно, в структуре этих понятий или, точнее, в разных структурах одного и того же понятия.

Можно сказать еще и так, как мы сказали, выставивши *метрическую* точку зрения на инфинитезимальное число. Можно сказать, что различие дифференциала, производной и интеграла зависит от того, *чем мы будем их измерять, от единицы измерения*. Это есть только другой способ для выражения принципа практики. Мы можем измерять общее инфинитезимальное число, взятое как предел, при помощи отдельных «единиц». Мы можем взять самую эту операцию «счета». И мы можем взять результат, то, что получается после такого инфинитезимального счета наших инфинитезимальных единиц. Из общего инфинитезимального числа, взятого по типу предела, получаются три указанные выше категории — дифференциала, производной и интеграла.

II. Сделаем сводку всего нашего анализа инфинитезимальных категорий на фоне общего учения о числе, и мы убедимся, как сложно здесь сплетение логических точек зрения, руководимое практикой, и как глубоки те простейшие и элементарнейшие понятия, которые дает математический анализ на первых же страницах своих учебников. Вот эта сводка.

- А. а) То, что становится чем-то.
- б) То, чем становится нечто.
- в) Становление чего-то чем-то.
- Б. I. Арифметическое число.
- II. Трансфинитное число.
- III. Инфинитезимальное число.
 - 1. Бесконечно-малое.
 - 2. Непрерывность.
 - 3. Предел.
 - а) Дифференциал.
 - б) Производная.
 - в) Интеграл.

Таким образом, каждая из этих изученных нами категорий — дифференциала, производной и интеграла — состоит по крайней мере из *пяти разных пластов*.

1) Прежде всего, на основе всего и в качестве наиболее абстрактной наметки залегает *общекатегориальный* слой первого логического расчленения вообще: мы тут имеем самое первое полагание бытия, которое тут же стремится к другому полаганию, т. е. становящееся, становление и ставшее в их целокупной данности и взаимоотноженности.

2) Далее, эта общекатегориальная структура выступает в *числовом* виде, т. е. с отвлечением от чистой качественности, и только в виде самих актов полагания с невниманием к тому, что именно полагается. В этом общечисловом слое мы различаем три разных типа.

3) Общечисловая структура выступает далее в виде *инфинитезимальной*: все числовые категории погружаются в стихию чистого и безраздельного становления.

4) Из этого последнего слоя образуется еще новый: под действием принципа *предела*. Тут и залегают изучаемые нами категории дифференциала, производной и интеграла.

5) Эти последние категории выступают раздельно и самостоятельно.

Это логическое раскрытие инфинитезимальных категорий есть не что иное, как перевод на логический язык того, что говорится в математике. Возьмем, напр., интеграл. Интеграл есть предел суммы. Это значит, что, во-первых, это есть некоторое *предельное* понятие вообще. Как раз это имеется нами в виду в *четвертом* пункте, где интеграл рассмотрен нами под принципом предела. И так как не всякий предел есть интегральный предел, то для отражения того, что это именно предел *суммы*, мы, во-вторых, ввели различие с дифференциалом и производной: интеграл есть предел как ставшее, в то время как дифференциал есть то, что только еще становится пределом, а производная — метод этого становления. Это наш *пятый* пункт. Таким образом, наши четвертый и пятый пункты можно отбросить только в том нелепом случае, если интеграл, во-первых, не считать пределом и, во-вторых, не считать пределом суммы.

Далее, существует не только предел суммы как результат некоего специфического становления, но и числовое становление вообще. Раз переменная величина может бесконечными способами стремиться к своему пределу, то, значит, существует и становление вообще. Интеграл как предел суммы есть только частный случай общего учения о бесконечно-малом, непрерывно стремящемся к пределу. Отсюда наш *третий* — общеинфинитезимальный слой интеграла. Как можно было бы отвергать его? Это значило бы, что интеграл как предел суммы есть единственная инфинитезимальная категория и что нет никакой общеинфинитезимальной области, куда входили бы и другие пределы, другие способы стремления к пределу.

Далее, инфинитезимальная область, как построенная согласно принципу числового становления, уже тем самым предполагает, что существуют и другие способы числового построения. И опять-таки только при том бессмысленном предположении, что, кроме инфинитезимального построения числовой области, не существует никакого другого построения, можно было бы отвергать наш *второй* слой в изучаемых категориях. Раз есть инфинитезимальная структура, значит, есть и общечисловая структура. И она очень ощутительна, ибо только она отличает число от понятия. Число «равнодушно» к своему качественному заполнению. Оно предполагает только самые *акты* реальности без внимания к тому, что такое сама эта реальность. Система таких актов реальности и образует число, *общечисловую структуру* бытия и мышления. И это наш *второй* пункт. Отрицание его есть утверждение того, что, кроме инфините-

зимальной числовой структуры, нет никакой другой числовой структуры и что она не есть только вид этой общечисловой структуры.

Наконец, невозможно отрицать и того, что сама общечисловая структура интеграла тоже есть только вид некоей еще более общей смысловой структуры. Отрицать это — значит утверждать, что всякое бытие только и есть числовое бытие и что всякое мышление только и есть числовое мышление. Чтобы избежать этой нелепости, приходится в глубине общечисловой структуры интеграла видеть еще *общелогическую, общекатегориальную* структуру. И она, оказывается, есть не что иное, как первичное логическое определение вообще, когда мы находим самое общее «нечто» в его «переходе» в «иное». Знать, что именно *эта* общелогическая структура лежит в основе интеграла,—это очень важно. Это возводит категорию интеграла к первичным логическим установкам вообще и делает его глубочайше укорененным и в мышлении, и в бытии. Это наш *первый пункт*.

Такие же — соответственно — пять слоев нетрудно наметить и в понятии производной, и в понятии дифференциала. В пятом слое они резко отличаются друг от друга. В четвертом — они уже неразличимы, но зато все вместе резко отличны от инфинитезимальной области в ее общности, будучи ее специфическим выражением. В третьем — они слиты с инфинитезимальной областью вообще, но зато все вместе резко отличаются от арифметической и трансфинитной области. Во втором — они сливаются с этими областями в одно неразличимое целое, но зато оказываются все вместе резко отличными от сферы общекатегориальной. И наконец, в первом своем слое они совпадают с общекатегориальной областью, с некоторыми первичными логическими категориями, дальше которых идти уже некуда. Дальше вообще логика (не говоря уже о математике) кончается и начинается само бытие, отражением которого и являются эти первичные логические установки.

12. Весь этот логический анализ трех категорий — дифференциала, производной и интеграла — есть, повторяем, только попытка, и попытка, далекая от всяких абсолютных претензий. Можно и должно возражать против нее по ее содержанию. Однако в логике недопустимо одно возражение, которое тем не менее обывателю приходит прежде всего на ум: «Это очень сложно! Это схоластика!» Дело в том, что простота и ясность жизненная, к сожалению, очень мало соответствуют простоте и ясности научной и логической. Казалось бы, какая это «простая и ясная» вещь — кривизна линии, кто же ее не понимает? Однако это обывательское представление о кривизне для математики и логики — только смутное понятие. И кому кажется, что тут и объяснять нечего, пусть он развернет учебник дифференциального исчисления и попробует разобраться в главе о кривизне. Без хорошей математической подготовки за курс средней школы он, можно сказать наперед, ровно ничего не поймет в этой главе. А кто ж не знает того, что такое кривизна! Все видели, как висит веревка, привязанная за оба конца. И тут тоже найдется

немало таких противников схоластики, которые забракуают всякое расчленение такого «простого и ясного» факта. Но такое отношение к «простым и ясным» фактам есть реакционное мракобесие против науки, ибо ясно, что никакая житейская простота и ясность фактов не могут удержать математику от нового — научного — их разъяснения. И то, что эта прикрепленная в обоих концах веревка располагается по цепной линии, связанной с гиперболическим косинусом, это обстоятельство есть то, за что нужно только благодарить математиков и механиков.

Поэтому как бы «просты» ни были сами по себе эти операции дифференцирования и интегрирования (с ними знакомится уже студент-первокурсник), это нисколько не мешает их логической сложности. Можно даже выставить такое общее наблюдение: чем проще и яснее жизненное явление, тем труднее бывает его логически описать. Чего проще красный, синий, зеленый цвет! Но дать *логическое* их понятие очень трудно.

Однако нужно, конечно, согласиться с тем, что очень плоха та логика, которая только и остается в пределах сложных конструкций и не ведет к познанию жизненной простоты соответствующего явления. Наша логика и исходит из этой простоты, и кончает ею, оставляя за собой право пользоваться разными сложными конструкциями на пути от этой первой и наивной простоты к простоте последней и мудрой. Мы исходим из того, что мышление есть отражение материи, и на этом строим всю логику. Теперь, после разнообразных логических построений, мы опять приходим к действительности, но приходим обогащенные, уже вооруженные точными понятиями одной из точнейших человеческих наук. Мы приходим к *жизненно-логическому* значению основных категорий математического анализа.

13. ТРИ АСПЕКТА ТЕОРИИ БЕСКОНЕЧНО-МАЛЫХ В ПРИМЕНЕНИИ К ЛОГИКЕ

Если бросить общий взгляд на пройденный нами путь, то с точки зрения главнейших направлений в логике может быть справедливо указано, что у нас кое-что остается весьма слабо расчлененным, и прежде всего что у нас в отчетливой форме не проведено различие логики объемной, логики содержания и логики структурной. Несомненно, в нашей характеристике метода бесконечно-малых для логики мы использовали все эти три исторические системы логики. Однако до сих пор у нас не было повода производить в тщательной форме это различие и мы нерасчлененно пользовались всеми тремя типами логики. Сейчас не мешает дать это в более точном и критическом освещении.

1. Несомненно, во всех наших рассуждениях о методе бесконечно-малых в логике мы стояли преимущественно на *объемной* точке зрения. Объясняется это тем, что к такой точке зрения математика