зарождающуюся здесь науку о числе, ибо наука невозможна не только без категорий, но она невозможна и без суждений. *Суждения* (а также и необходимо вытекающие из них умозаключения) есть не что иное, как реальное приложение и функционирование самих же категорий. А основные, конститутивные категории числа должны привести к дедукции также и основных, конститутивных суждений о числе. И если бы мы это сделали, мы тем самым наметили бы и дали бы в некотором предварительном, но тем не менее систематическом очерке *науку о числе* в ее самом основном и самом первоначальном виде. И это сразу же математически конкретизировало бы все наши предыдущие дедукции, весьма отягощенные принципами общей диалектики и ориентированные только на голую идею числа, а не на логически-математическую структуру.

Это и значит, что мы должны перейти сейчас к математической *аксиоматике*, к диалектической дедукции основных аксиом числа вообще.

III. ОСНОВНЫЕ АКСИОМЫ ЧИСЛА (ЧИСЛО КАК СУЖДЕНИЕ)

А) ОБЩАЯ ТЕОРИЯ

§ 32. Обычные предрассудки.

Приступая к анализу основных аксиом числа, нельзя не упомянуть о главнейших предрассудках, до последнего времени господствующих в этой области. Их очень много, и мало-мальски обстоятельная критика их заняла бы слишком много места. Но наше сочинение не преследует ни исторических, ни полемических целей, и потому соответствующие указания могут быть только самыми краткими. Главным образом бросаются в глаза два обстоятельства, характерные почти для всех систем математической аксиоматики.

Во-первых, аксиоматика чаще всего преследует цели не чисто математические и даже не чисто логические. С аксиоматикой часто связывают, напр., гносеологические, если не прямо метафизические, цели и точки зрения. Одни стараются доказать, что наши аксиомы чисто опытного происхождения; другие уверяют, что их наличие, наоборот, указывает на априорное происхождение. Одни говорят, что аксиомам соответствует какая-то реальная предметность; другие, наоборот,— что это чистейшие фикции, о реальности которых нечего и ставить вопрос и которые функционируют как словесные знаки, совершенно условные и субъективные. Ясно, что все подобные суждения направлены к целям совсем не математическим и совсем не к чисто логическим. Эти рассуждения хотят протащить то или иное определенное (а часто и совсем неопределенное) мировоззрение и меньше всего стараются изъяснить смысл самих аксиом. Аксиоматику с такой точки зрения рассматривают, в сущности, только как пример для подтверждения и иллюстрации более общих, уже чисто мировоззрительных убеждений. Так можно рассматривать не только математическую аксиоматику, но все, что угодно, любую науку и любое знание, любое представление или идею человеческого ума.

Наша точка зрения в области математической аксиоматики должна быть совершенно иная. Нас интересует *сама* аксиоматика, аксиомы *сами по себе*. Философию здесь мы понимаем как смысловое уяснение и разъяснение самого же исследуемого предмета. Сначала нужно ведь понять, что такое математические аксиомы, и уяснить себе, как мы к ним приходим, а уже потом заниматься вопросами об их функционировании в той или другой области (напр., в психике развивающегося человека). С этой точки зрения Кант, как сказано было выше, напр., в своем учении о времени и пространстве занимается вопросами не принципиальными и не теми, которые составляли бы существо вопроса. Кант не задается вопросом о том, что такое время или что такое пространство. Он, *уже обладая определенным взглядом* на то и другое, ставит вопрос о том, *откуда происходит* то и другое, из чувственного опыта или из априорных форм субъекта. А между тем, то понимание пространства и времени, которым оперирует Кант, отнюдь не является так уже безупречным и разносторонним. Это очень узкое и очень бедное ньютонианское понимание, которое отсутствовало раньше в течение целых тысячелетий и которое весьма условно и сомнительно и с нашей современной точки зрения.

Такое положение дела оказывается возможным потому, что вначале не подвергается никакому анализу самое-то пространство и время, а ставятся вопросы, уже предполагающие определенное их понимание и указывающие на их судьбу уже в какой-нибудь инобытийной, в сравнении с ними самими, сфере. Можно иметь какие угодно интуиции времени и пространства, и можно как угодно решать вопрос об их реальности: это два совершенно разные вопроса. Решивши один из них, мы еще ничего не сказали для решения другого вопроса. А гносеологи и метафизики думают, что эмпиризм или априоризм уже сами по себе способны решить вопрос о существе [дела].

Мы не будем решать и даже ставить вопроса о том, опытного или априорного происхождения математические аксиомы, условны ли они и произвольны или безусловны и абсолютно необходимы, суть ли они реальности или только явления нашей психики, нашей физиологии, нашего словесного аппарата. Таких вопросов очень много; и разрешать их здесь — это значит писать большой том и уклониться от существа вопроса. Нас интересуют *сами* аксиомы, сама аксиоматика, ее *логическое и вообще смысловое содержание*. Нам нужно знать, каковы эти аксиомы и сколько их и почему их столько, а не больше и не меньше. И, только зная, что они такое по существу, мы могли бы ставить вопросы гносеологические или метафизические. В противном случае мы уподобились бы инженеру, который, не зная, что такое логарифмы, приступил бы к своим расчетам с таблицей логарифмов в руках. Сначала нужно знать, что такое предмет сам по себе, а потом уже говорить о его функционировании (в субъекте, в объекте или где угодно).

Во-вторых, общей особенностью современной математической аксиоматики является ее *формалистический и антидиалектический характер*. Выставляется ряд аксиом; и — неизвестно, почему, собственно, взяты эти аксиомы, а не другие и откуда можно почерпнуть гарантию полноты этого списка аксиом. Такая беспомощность вполне характерна, напр., для знаменитого Гильберта, которого математики почему-то особенно превозносят именно в этом отношении. Мы читаем его перечисление аксиом и — совершенно не знаем, откуда он их получил, как он к ним логически пришел и действительно ли все аксиомы тут перечислены. Ведь система аксиом должна быть такова, чтобы была действительно ясна ее полнота и логическая завершенность. У Гильберта же мы можем в крайнем случае сказать только то, что каждая из данных аксиом имеет в математике действительное значение, но совсем не можем сказать, что тут исчерпана вся аксиоматика, и не знаем, где гарантия ее логической законченности.

Аксиоматика, стало быть, должна ясно показать логическое, смысловое происхождение всех аксиом, чтобы мы были уверены в ее полноте и обоснованности. Тут не может быть простого и наивного *описания* аксиом, какое мы находим у Гильберта. Должна быть четкая их диалектическая *дедукция*, обоснованная как на общенаучной диалектике, так и на смысловом содержании самого понятия числа. Тут не может быть никакой случайности, никакого наивного описательства. Существо математической аксиоматики должно быть выявлено со всей логической последовательностью и строгой систематикой.

Такой диалектической систематики общих аксиом числа невозможно найти в современной философии числа. И построение ее — очередная задача современной науки.

§ 33. Сущность математической аксиоматики.

Важно прежде всего точно знать положение самой аксиоматики в системе математического знания вообще, а потом уже выяснится и содержание аксиом.

До сих пор мы занимались анализом всех тех конститутивных категорий, из которых складывается самое понятие числа. Конститутивны для понятия те его моменты, без которых оно не может существовать. Если наш анализ был правилен, то, собственно говоря, никакой другой отдел философии числа, включая и аксиоматику, ничего уже не скажет нам нового о понятии числа. Другие отделы философии числа раскроют логику отдельных типов числа, диалектику числовых операций и т. п. детали. Но самое понятие-то числа уже достаточно вскрыто предыдущим анализом конститутивных моментов понятия, и аксиоматика в этом смысле не вносит никакого принципиально нового учения в общую философию числа.

Тем не менее аксиоматика сама по себе имеет существенное значение, и ей должно принадлежать одно из фундаментальных мест в общей теории числа. От чего это зависит и как это происходит?

Число в своих числовых судьбах может мыслиться по-разному. До сих пор мы рассматривали число,