единицы и вместо прямой из двух точек мы имели бы только отвлеченную арифметическую двойку. Надо это самотождественное различие погрузить в инобытие, т. е. надо, чтобы различие стало безразличием, а самотождество стало постоянным самопротивоположением. Тогда мы получаем самопротивополагающееся безразличие, т. е. алогическое становление, а это и делает впервые возможным перейти от арифметики к геометрии, от числа к пространству, т. е. впервые дает возможность сплошным образом соединить две различающиеся точки. Пусть у нас имеются две различные точки. Это еще не значит, что у нас есть прямая, так как тут пока только чисто арифметическое, отвлеченно-смысловое самотождественное различие точек. Но вот мы представили себе, что эти две точки переходят одна в другую в порядке самопротивополагающейся (или в каждый момент все новой и новой) неразличимости, т. е. в порядке *инобытийной* структуры самотождественного различия точек. Тогда это значит, что мы *от одной точки к другой проведем прямую*, т. е. впервые получим самую прямую, ибо между нашими двумя точками появилась целая бездна различных точек, но все они не отличны одна от другой.

И вот этот сложнейший диалектический процесс конструирования прямой из точек Гильберт хочет перепрыгнуть одним глупым словечком «сочетание».

Общую установку для диалектического получения основных геометрических элементов читатель найдет ниже, в § 55.3, 4.

§ 47. Аксиома самотождественного различия в теории множеств.

1. Множество отличается от простого арифметического числа инобытийным гипостазированием входящих в него единиц или — в дальнейшей идее упорядоченности, что и модифицирует принцип самотождественного различия вполне своеобразно, совсем не арифметично и совсем не геометрично. В арифметическом числе все единицы и тождественны, и различны, и во множестве все элементы тождественны и различны. Но во множестве каждый элемент еще заново отличается от другого элемента; тут как бы *различные* единицы. И понимать это надо не в том смысле, что эти единицы только различны, а в том, что они, будучи и различными, и тождественными, одновременно *положены* в инобытии, так что са-

мотождественное различие оказывается здесь положенным в инобытие (как в геометрии), хотя это инобытие (в отличие от геометрии) мыслится здесь только числовым образом. Каждая единица оказывается здесь как бы меченой, откуда подобное инобытийное гипостазирование и является зародышем идеи порядка, перво-принципом упорядочивания. Таким образом, в глубине самого понятия множества лежит нечто, указующее на то, что принципиально всякое множество может быть мыслимо как упорядоченное и даже как вполне упорядоченное.

Во множестве отдельные единицы *различны*; и при этом говорится, что *не важно*, чем они различны: значит, тут играет роль сама *категория* различия. Но единицы эти также и тождественны между собою: значит, имеется в виду самотождественное различие. Наконец, поскольку единицы самотождественно различны и во всяком арифметическом числе, приходится искать спецификум еще в другом. А это и есть *инобытийное* полагание самотождественного различия, но без геометрической пространственности этого инобытия.

2. Однако необходимо остановиться на самой идее порядка ввиду неясностей, царящих в самой теории множеств. Основной логической невязкой в этом вопросе является то, что обычно множество определяют без помощи понятия инобытийного гипостазирования. Эти «определения» обычно сводятся к словесной тавтологии: множество — это множество. Мало того, существует термин «упорядоченное множество» и даже «*вполне* упорядоченное множество», хотя тут же существует утверждение, что всякое множество можно представить как вполне упорядоченное множество. Это обычная неясность у математиков, подавляющее большинство которых совершенно не имеет никакой логической школы ума. И она весьма затрудняет понимание математического материала, заставляя верить не формулировкам и не словесным (главным образом буквенным и вообще значковым) нагромождениям, но лишь конкретному исследованию и шаг за шагом прослеживать способы манипуляции над данным числовым материалом.

а) В вопросе об упорядоченности множеств и получается такая невязка: множество вполне определяется без момента инобытийной положенности числа, а тем не менее еще до введения этого момента уже пускаются в ход такие методы, которые имеют смысл в условиях упорядоченности. Именно, различаются понятия *мощности* и *типа* множества. Мощность множества — это то, что обще всем *эквивалентным* между собою множествам; тип есть то, что обще всем *подобным* между собою множествам. Что же такое эквивалентность и подобие? Одно множество эквивалентно другому, если элементы одного могут быть приведены во взаимно однозначное соответствие с элементами другого множества. Подобно же одно множество другому тогда, когда оба они «могут быть наложены друг на друга». Наложение же выставляется как возможное только в случае, когда взаимно однозначное соответствие между элементами обоих множеств связано с относительным порядком каждой пары элементов того и другого множества. Отсюда мы вправе сделать вывод, что эквивалентность, т. е. взаимно однозначное соответствие, мыслится здесь вне принципа взаимоналожения и подобия, т. е. вне принципа упорядочивания. Спрашивается, в чем же, собственно говоря, два множества могут быть эквивалентными? Идеи порядка элементов нет; следовательно, остаются элементы, *абсолютно изолированные друг от друга.* Но что же тогда значит взаимно однозначное соответствие? Это может значить только вот что: мы берем один элемент из первого множества; потом берем другой элемент из первого множества, *забывая о первом его элементе* (ибо отсутствие порядка есть отсутствие фиксируемой последовательности и, стало быть, полный ее разрыв), и сопоставляем [13] с каким-нибудь другим элементом из второго множества; так же поступаем с двумя третьими, четвертыми и т. д. элементами вплоть до полного их исчерпания. Когда все исчерпано и одно множество оказалось соответствующим другому, мы говорим: два множества эквивалентны. Другими словами, в эквивалентности (и, значит, в мощности), как эта категория устанавливается в теории множеств, *нет ровно никакого иного соответствия, кроме чисто количественного*, голого арифметического. Одно множество соответствует другому — это значит в таком понимании только то, что арифметическое количество элементов одного в точности равняется количеству элементов другого множества и мощность есть просто количество. Правда, нередко тут же говорят, что это в конечных множествах мощность ничем не отличается от количества, а в бесконечных множествах они представляют собою совсем разные вещи. Но такое утверждение логически может иметь только тот смысл, что всякое множество есть обязательно бесконечное множество, потому что конечное множество есть просто самое обыкновенное число, и нет никакой нужды вводить новые и неясные термины в область, известную хорошо уже всякому школьнику.

b) Итак, теоретики множества ошибаются, когда думают, что множество можно определить вне категории инобытийно-числового гипостазирования. Они ошибаются тут точно так же, как и тогда, когда думают, что возможно какое-то множество *вообще* и что не всякое множество может быть мыслимо *вполне упорядоченно*. С точки зрения беспристрастной логики, т. е. для чистой мысли, *только и может существовать вполне упорядоченное множество, и никакое другое*. Все прочее есть только абстрактные моменты, которые, конечно, необходимо изучать каждый в отдельности, памятуя, однако, что всякий абсолютный отрыв этих моментов от цельного понятия множества грозит провалом самого предмета, что и происходит, когда, отрывая множество от идеи порядка, просто покидают сферу теории множеств и переходят в обычную, я бы сказал, пошлую арифметику.

c) С другой стороны, мы тут же должны отметить, что, несомненно, есть полный смысл в том, чтобы вводить в теорию множеств понятие мощности и эквивалентности, отличая их как от чисто арифметических конструкций количества и равенства, так и от дальнейших построений в теории множеств относительно типов и подобия. Только вводить их надо не так, как это делается обычно. Систематическое изложение всех этих вопросов мы проводим в соответствующем отделе нашего исследования; здесь же скажем только несколько слов — для того чтобы оправдать понимание всякого множества как потенциально упорядоченного множества, да и то сделать это целесообразно только при разъяснении аксиомы подвижного покоя (§ 52).

Вопрос сводится, к *разным диалектическим ступеням упорядочивания*. Математики думают, что упорядочивание может быть разным только в смысле различия частей множеств, с каковой точки зрения «*вполне* упорядоченным» множеством называется такое, каждая часть которого имеет «первый элемент». Но понимать так упорядочивание — это значит то же самое, как если в геометрии вместо различия вида кривых проводили бы только различие в их длинах. С диалектической точки зрения существует несколько форм более глубокого упорядочивания, являющихся формами не самих упорядоченных множеств, но формами самой *категории* их упорядочивания (§ 52. 4). К числу этих форм принадлежит и то упорядочивание, которое при взаимном сравнении множеств порождает из себя картину эквивалентности и категорию мощности. В данном месте мы только запомним, что *всякое* множество так или иначе связано [с] инобытийно-числовым гипостазированием, т. е. потенциально с идеей порядка. Интересует же нас здесь совсем не самое упорядочивание (это всецело относится к области проявления категории подвижного покоя), но, высказывая что бы то ни было о множестве, нужно помнить, что множество (в особенности конечное) только и отличается от обыкновенного арифметического числа идеей инобытийно числового полагания.

3. Имея все это в виду, как ответить на вопрос о проявлении категории самотождественного различия в области множества?

Множество есть число, возвратившееся из инобытия к самому себе. Арифметическое число есть просто число. В нем не положено никакого различия между ним самим как бытием и каким-нибудь инобытием, которое было бы внешним в отношении него. Число по своему смыслу есть вследствие этого то же, что и число по своему бытию, т. е. по актам своего полагания. Сколько раз случился акт полагания, столько единиц мы фиксируем и в числе. Его смысловое, т. е. в данном случае количественное, содержание находится в полном соответствии с его бытийным содержанием; и даже нельзя сказать, что тут происходит «соответствие». Соответствовать одно другому может тогда, когда эти взаимно соответствующие предметы как-то отличны друг от друга. В арифметическом же числе не положено самого различия между его смыслом и его фактом. И это понятно, потому что различие между тем и другим предполагает переход чистого смысла в инобытие. А число арифметическое есть чистый смысл.

Что теперь происходит в экстенсивном числе и в геометрической совокупности? Здесь *инобытие* чистого числа. Это значит, что и тождество тут инобытийно, равно как и различие инобытийно. Инобытийное различие — это значит различие не чисто смысловых актов, но различие таких актов полагания, которые сами по себе еще ничего не говорят о различиях смысловых, о смысловых полаганиях. В арифметическом числе акт полагания равносилен акту смыслового различия. В геометрической же совокупности акт полагания еще ничего не значит как смысловое полагание. Это и есть признак того, что число перешло в свое инобытие. Оно расползается тут по актам своего полагания, но это совершенно не касается его смысловой разделенности, которая или прямо отсутствует (как в континууме), или обладает актами инобытийной связанности упомянутых актов (как во всякой геометрической фигуре).

Множество совмещает в себе все особенности и интенсивного числа, и экстенсивной фигурности *. Множество арифметично, ибо вся его математическая судьба разыгрывается в чисто числовой сфере, и тут нет и помина о каком-нибудь пространстве. С другой стороны, множество есть всегда инобытийное полагание, откуда образуется и упорядоченность, т. е. некая фигурность, а это уже заставляет вспомнить о геометрии. Откуда получается фигурность в экстенсивном числе? Она получается из того, что акты полагания различным образом расставлены. Но почему они различным образом расставлены? Потому что имеется в виду не просто самый акт полагания (и их количество), но и то поле, на котором совершается полагание, которое, будучи измеренным, и дает различное расстояние и промежутки. Это и значит, что тут существенную роль играет инобытие, ибо «поле», где совершаются акты полагания, в точном диалектическом смысле есть только *иное*, чем самые акты. Теперь спрашивается: а если будет разная «расставленность» актов *в самом числе*, то как возможна такая конструкция? Ясно, что чистое экстенсивное бытие будет здесь *вобрано* в сферу самого числа и произойдет синтез чистого числа и чистой его инобытийности. Когда такой синтез произведен, мы получаем понятие множества. Но тогда

* Клейн сообщает, что сам Кантор сказал ему однажды, что он, Кантор, хотел достигнуть в теории множеств «истинного слияния арифметики и геометрии» («Элем. матем. с т. зр. высшей». 1933. I 397).

числу необходимо вернуться из инобытия к себе самому, пережить отрицание своего отрицания и от этого получить новое утверждение.

В общей диалектике доказывается, что отрицание отрицания никогда не приводит к простому повторению того, что уже было утверждено. В синтезе тезис не просто повторен, но дан в соответственно новом плане; он здесь не только просто он, но еще и свое иное, еще и все инобытие, от которого он, взятый сам по себе, так резко отличался. Во множестве мы имеем как раз прекрасный пример этого диалектического возвращения к самому себе: тут дана и вся числовая природа, и вся инобытийно-геометрическая, но это уже не есть ни арифметическая, ни геометрическая совокупность, а нечто третье, высшее и более общее.

4. В связи с этим аксиома самотождественного различия примет форму, аналогичную с геометрией, но с переходом к чисто числовой интерпретации. В геометрической совокупности даны абсолютно изолированные по акту своего полагания элементы. Но в геометрии они даны сами по себе, без влияния на числовое содержание совокупности. Здесь же *смысловое содержание множества будет в точности соответствовать инобытийным актам полагания.* Соответственно изменится и формулировка аксиомы.

Аксиома самотождественного различия в теории множеств: **множество есть совокупность абсолютно изолированных элементов, возвратившихся из инобытия к самим себе.** Или подробнее: **множество есть совокупность элементов, абсолютно изолированных по актам своего полагания, но отождествленных или различенных в точном соответствии с этими актами, однако же в их чисто числовом понимании.**

5. Эту формулу выражают в теоретико-множественной аксиоматике иначе. Даже, собственно говоря, нельзя и сказать, что иначе. Дело в том, что обычная аксиоматика, с которой приходится встречаться в изложении теории множеств, слишком слепая и связанная; и никогда не знаешь, почему авторы берут эти, а не другие аксиомы и почему дают им то, а не иное выражение. Поэтому можно говорить только о более или менее отдаленном соответствии наивно-эмпирических обобщений конкретной теоретико-множественной аксиоматики с нашими ак-

сиомами, выведенными в строжайшей системе с сознательным применением самого глубокого и точного философского метода — диалектического.

Именно, нашей аксиоме самотождественного различия в теории множеств соответствует, по-видимому, та аксиома Цермело и других, которая известна под названием аксиомы *объединения*, хотя и т. н. аксиома *спаривания*, по-видимому, говорит в значительной мере о том же самом. Аксиома объединения (Vereinigung) гласит у Цермело — Френкеля так: «Если m есть множество, содержащее по крайней мере один элемент, то существует объединенное множество, которое содержит в качестве элементов все вместе элементы m и также — только эти». Аксиома спаривания (Paarung) гласит: «Если a и b — два различных множества, то существует множество $\langle a, b\rangle$, которое содержит в себе множества a и b — и только их — и которое может считаться парой a и b». Взятые сами по себе, эти аксиомы весьма важны, потому что очень важно отметить различие отношения, в которое вступают между собою элементы разных множеств в зависимости от объединения самих множеств. Так, если город состоит из улиц, а улицы — из домов, то дома суть элементы вовсе не города, а только улицы; если дома в каком-то смысле могут считаться элементами города, то это надо фиксировать специально, что, по-видимому, и сделано в «аксиоме объединения». То же соответственно и в «аксиоме спаривания».

Однако такая формулировка весьма формалистична и недостаточна. Прежде всего, тут совершенно не подчеркнут спецификум множества; и аксиома сформулирована так, что она применима и к любой совокупности, и прежде всего к чисто арифметической. Эта аксиома говорит ведь только то, что если мы имеем сумму 5 и 7, то она будет содержать в себе все единицы пятерки и все единицы семерки, и только их. Такая безобидная вещь, конечно, тоже очень интересна, но место ее в арифметике, а не в теории множеств. Далее, совершенно не показано, зачем понадобилась такая аксиома и как она связана с самим понятием множества. Между тем в нашей — чисто диалектической — дедукции со всею ясностью показано, откуда получается такая аксиома и каково специфическое значение ее в теории множеств. Именно, показано, каким образом множества, инобытийные одно в отношении другого и, следовательно, являющиеся только частями какого-то другого, более общего множества, могут слиться в новое множество, в котором и не узнаешь никаких бывших самостоятельных «частей», но в котором все элементы всех объединенных множеств сольются в новую цельность и подчинятся новой смысловой структуре. Тут важно не то, что два множества можно объединить в одно целое (это обычно делается и в арифметике с любыми числами), а важно то, что из этого объединения получается совершенно *новая смысловая структура*, новая цельность, имеющая весьма мало общего с каждым из объединяемых множеств, но заново освещающая и переделывающая элементы этих первоначально данных множеств. Это и зафиксировано в нашей основной формулировке.

§ 48. Формулировка трех выведенных аксиом при помощи понятий элемента и части.

1. Эта аксиома самотождественного различия может быть выражена иначе, и в связи с этим есть смысл в соответствующем видоизменении этой аксиомы и для интенсивного и экстенсивного числа. А именно, поскольку в этих аксиомах идет речь об инобытии, полезно ввести различие «элемента» и «части». Говоря кратко и обще, элемент есть *смысловой* момент целого, а часть — *инобытийный* момент целого. Например, если условно согласиться, что точное определение прямой есть то, которое всегда дается в школах («прямая есть кратчайшее расстояние между двумя точками»), то на основании этого можно сказать: элементом прямой является наличие двух точек и частью прямой является тот или иной ее отрезок. Это, однако, относится скорее к определению *понятия* прямой и к определению элементов понятия прямой, а не самой прямой, и потому можно привести более яркий пример. Если я разобью мелодию, разыгрываемую на скрипке, на отдельные ноты, то каждая такая нота будет *частью* мелодии; когда же я реально начинаю играть на скрипке и всю эту мелодию воспринимаю как целое, то каждая нота уже оценивается в сфере целого, и тогда она не часть целого, но *элемент* целого. Часть есть инобытие элемента точно так же, как и все части, т. е. *все* есть инобытие всех элементов, т. е. инобытие целого. *Целое* осуществлено во *всем*, и элемент осуществлен в соответствующей части. Целое объемлет части