инобытийные одно в отношении другого и, следовательно, являющиеся только частями какого-то другого, более общего множества, могут слиться в новое множество, в котором и не узнаешь никаких бывших самостоятельных «частей», но в котором все элементы всех объединенных множеств сольются в новую цельность и подчинятся новой смысловой структуре. Тут важно не то, что два множества можно объединить в одно целое (это обычно делается и в арифметике с любыми числами), а важно то, что из этого объединения получается совершенно *новая смысловая структура*, новая цельность, имеющая весьма мало общего с каждым из объединяемых множеств, но заново освещающая и переделывающая элементы этих первоначально данных множеств. Это и зафиксировано в нашей основной формулировке.

§ 48. Формулировка трех выведенных аксиом при помощи понятий элемента и части.

1. Эта аксиома самотождественного различия может быть выражена иначе, и в связи с этим есть смысл в соответствующем видоизменении этой аксиомы и для интенсивного и экстенсивного числа. А именно, поскольку в этих аксиомах идет речь об инобытии, полезно ввести различие «элемента» и «части». Говоря кратко и обще, элемент есть *смысловой* момент целого, а часть — *инобытийный* момент целого. Например, если условно согласиться, что точное определение прямой есть то, которое всегда дается в школах («прямая есть кратчайшее расстояние между двумя точками»), то на основании этого можно сказать: элементом прямой является наличие двух точек и частью прямой является тот или иной ее отрезок. Это, однако, относится скорее к определению *понятия* прямой и к определению элементов понятия прямой, а не самой прямой, и потому можно привести более яркий пример. Если я разобью мелодию, разыгрываемую на скрипке, на отдельные ноты, то каждая такая нота будет *частью* мелодии; когда же я реально начинаю играть на скрипке и всю эту мелодию воспринимаю как целое, то каждая нота уже оценивается в сфере целого, и тогда она не часть целого, но *элемент* целого. Часть есть инобытие элемента точно так же, как и все части, т. е. *все* есть инобытие всех элементов, т. е. инобытие целого. *Целое* осуществлено во *всем*, и элемент осуществлен в соответствующей части. Целое объемлет части

и одухотворяет их, без чего они остались бы самими собою и не имели никакой связи ни между собою, ни с целым. Никакая отдельная линия, взятая сама по себе, не есть квадрат, и мы можем взять тысячу прямых, и из них никакого квадрата не получится. Но достаточно взять только четыре прямых и привнести извне идею квадрата, как вдруг получается и самый квадрат. Идея же четырехугольника тоже не имеет ничего общего ни с самими прямыми линиями, ни с линиями вообще; иначе пришлось бы сказать, что сама идея четырехугольника четыреугольна или четырелинейна, что было бы нелепостью. Итак, целое и все, т. е. элемент и часть, взятые сами по себе, не имеют друг к другу никакого отношения; они взаимно инобытийны и диспаратны. И только вступая в объединение, они начинают осмыслять и оформлять друг друга. В различиях формы этого объединения и коренится расхождение трех аксиом самотождественного различия.

2. a) Во-первых, *часть может быть подчиненной элементу, т. е. целое может в точности равняться сумме своих частей.* Другими словами, здесь *сначала* даются различия смысловые, а *потом* механически примыкают к ним различия фактические, инобытийные. Вернее, сначала проводятся различия смысловые, потом оказывается, что это же и есть различия инобытийные. Таково *арифметическое* число. Здесь *по смыслу* дается столько-то *элементов* (или единиц); и тут же оказывается: столько имеется и *частей*, т. е. столько же имеется различий и по *факту*, по инобытию; иначе выражаясь, сумма частей и есть все целое, целое в точности равняется сумме своих частей. Это возможно только тогда, когда дан смысл без инобытия, т. е. *абстрактный* смысл. Тут целое в полном смысле слова делимо на свои части, но возможно это только в том случае, если первоначальные различия установлены как чисто смысловые, а инобытийные только следуют за этими, не привнося ничего нового.

b) Во-вторых, отношение между элементами и частью может быть обратное, а именно *элемент может быть подчинен части и целое — сумме своих частей.* Это возможно, очевидно, когда вся система переходит в инобытие. Тут мы забываем о смысловых различиях и сначала даем волю инобытийным различиям. Когда установилась та или другая система инобытийных различий, т. е.

та или иная система частей, мы, не производя никаких специально смысловых различий, только фиксируем смысловым образом то, что получилось в результате инобытийных различий, и этим ограничиваемся. Такова система отношений в геометрической совокупности. Здесь, забывши о том, что такое чистая и абстрактная единица, чистая и абстрактная двойка, тройка и т. д., мы отдаемся во власть инобытийного раздробления, нагромождая путем бесконечного дробления одну часть на другую, а потом, выбравши то или иное взаимоотношение частей, которое получилось в результате инобытийного становления, фиксируем его как таковое, и — получается точка, линия, плоскость и пр. Здесь *элементы* (смысловые акты) следуют за своим инобытием, элементы следуют за частями. Может ли здесь целое равняться сумме своих частей? Очевидно, нет, но сумма частей образует здесь свое целое, независимое от того первоначального и абстрактного целого, из которого мы исходили. Целое есть везде — и в арифметике, и в геометрии. Но в арифметике оно равняется сумме своих частей, и сумма эта всецело им определена. В геометрии же целое перешло в инобытие, и потому оно уже не зависит от себя, но определено своим инобытием, т. е. суммой своих частей. В арифметике целое равно сумме своих частей, а в геометрии сумма частей равна своему (своему собственному) целому.

[c)] Наконец, в-третьих, *между частью и элементом может быть полное равновесие, и целое может ровно в такой же мере быть подчиненным сумме своих*[14] *частей, как и обратно сумма частей — целому.* Это происходит во множествах следующим образом. Здесь инобытие продолжает определять смысловую значимость элементов и сумма частей продолжает определять собою целое. Но это целое оказывается уже не чем-то противоположным первоначальному целому и инобытийным в отношении к числу, но оно оказывается ровно в той же мере чисто смысловой структурой, как и само арифметическое число, лишаясь того противостояния смысла и факта, которым инобытие как раз и отличалось от чистого смысла. В чистом смысле, мы знаем, нет положенности различия между бытием и инобытием; инобытие тут есть также бытие, оно определяет собою различие внутри бытия же, нисколько не мешая ему быть бытием, а только делая его внутренно раздельным. В инобытии же самая яркая особенность — это разрыв между смысловым бытием и алогическим инобытием и их несовпадение во всех существенных пунктах. Так вот, во множестве и оказывается снова снятой и уничтоженной эта противоположность бытия и инобытия, уничтожен это разрыв и снова восстановлена простота и неинобытийность чистого числа. Конечно, это с сохранением (теперь уже *смысловым* сохранением) той инобытийной регулировки, которая была достигнута на стадии примата частей над элементами, инобытия смысла над самим смыслом. Тут, стало быть, мы находим подчинение целого сумме частей, но сама сумма здесь такова, что она ничем не отличается от чисто смысловой структуры целого. Целое окунулось в инобытие, но не рассыпалось на бесчисленные части, что сулило ему это инобытие, а только вобрало их в себя *смысловым* образом, получило вместо абстрактной значимости фигурную разрисовку, но не перестало быть чистым смыслом.

3. Отсюда три формулированные выше аксиомы самотождественного различия могут быть выражены еще и таким образом.

Арифметическое число **есть такая совокупность элементов, в которой каждая часть подчинена соответствующему элементу и целое в точности равняется сумме своих частей.**

Геометрическая величина **есть такая совокупность элементов, в которой каждый элемент подчинен соответствующей части и сумма частей не равняется целому, но сумма эта сама определяет для себя самостоятельно свое целое.**

Множество **есть такая совокупность элементов, в которой каждый элемент и соответствующая часть находятся в полном равновесии, так что целое хотя и не равняется сумме частей, но эта последняя образует из себя как раз то самое целое, которое перешло в сумму частей.**

4. а) Относительно множества также может быть выставлен ряд положений, с полной очевидностью вытекающих из этой аксиомы и являющихся, собственно говоря, лишь иным ее выражением, хотя для математиков здесь лежат неимоверные трудности и парадоксы.

1. *Множество как целое* **больше** *своей части и, следовательно, больше всех своих частей*, потому что целое хотя и *состоит* из частей, но содержит в себе и то, чего нет ни в одной части.

2. *Множество как целое* **меньше** *всех своих частей и, следовательно, меньше и каждой правильной своей части*, потому что целое вмещается в сумме своих частей и часть содержит в себе целое (целое помещается в каждой части).

3. *Множество как целое* **равно** *и каждой своей части, и сумме всех своих частей*, потому что целое состоит только из своих частей, и больше не из чего, и данные части составляют именно это целое, и больше ничего.

Только диалектика может понять и совместить эти взаимно противоречащие утверждения.

b) Хотя внимательный читатель и вполне понимает, что указанные положения относительно множеств обладают чисто логическим характером, тем не менее во избежание недоразумений надо сказать, что в математике самый термин «множество всех частей» имеет совсем другой смысл, а именно тут имеются в виду все части независимо от их взаимного перекрытия, так что мощность множества всех частей множества всегда больше мощности этого последнего (напр., мощность множества всех частей счетного множества есть даже мощность континуума). Однако и без этого теория множеств не брезгует выражениями, указывающими, несомненно, на антиномию целого и части.

Множество τ называется частью множества φ, если всякий элемент τ принадлежит к φ. При этом если τ часть φ, но φ не часть τ, то τ — *правильная* часть φ; если же φ часть τ и τ часть φ, то τ — неправильная часть φ. Относительно правильной части вопроса не возникает. Но что такое «неправильная» часть? Ведь, в сущности говоря, когда φ и τ являются одно в отношении другого частями, то это возможно только в одном случае, а именно когда они эквивалентны, т. е. попросту когда φ и τ суть разные названия для одного и того же множества, так как все их элементы в этом случае совершенно одинаковы. Но тогда под «неправильной частью» множества можно понимать, очевидно, только совокупность всех неперекрывающих одна другую частей, из которых и состоит данное множество. Утверждая, что все элементы τ принадлежат φ, мы выделяем из φ некоторую определенную часть, соответствующую элементам τ, но когда мы к этому прибавляем, что также и все элементы φ принадлежат к τ, то мы из τ вырезаем определенную часть соответственно элементам φ, т. е. в результате мы начинаем эти вырезанные из φ и τ части считать *всеми* частями и φ, и τ, вполне соответственными входящим в это единое множество элементам.

Все это рассуждение тотчас же получает острейший диалектический смысл, как только мы его зафиксируем в таком тезисе, непосредственно вытекающем из самого рассуждения: всякое множество есть часть самого себя по одному тому только, что всякий его элемент есть именно его элемент. Тогда появляется необходимость утверждать и то, что всякое множество *меньше* себя самого, как, правда, и то, что всякое множество *больше* себя самого, ибо в этом суждении и «больше», и «меньше» и субъектом, и предикатом является одно и то же множество, и можно сколько угодно взаимно их переставлять и получать каждый раз утверждение, обратное предыдущему. Однако единственный здравый смысл этой антиномики заключается в выше развитой антиномике целого и всего, или целого и частей.

с) Но даже если брать термин «множество всех частей» в специфическом теоретико-множественном значении, то и тут дело не обойдется без антиномии, хотя формулировать ее можно иначе. А именно, «целое» и «часть» могут находиться в диалектическом противоречии только тогда, когда они рассматриваются в качестве *чистых* понятий (как это и сделано у нас выше), т. е. когда эти понятия сами являются самостоятельным субъектом со своей собственной судьбой, или самостоятельным организмом, а не обладают только лишь инструментальным характером, не оказываются только лишь средством, которое употребляет какой-то другой субъект («человек») для целей осмысления чуждого инобытия. Как чистое инобытие смысла есть его становление, т. е. его бесконечное распыление, так чистый смысл есть восстановление инобытия, т. е. его бесконечная собранность. Так «движение» есть инобытие «покоя». Но если движение совершается с бесконечной скоростью, то движущееся сразу находится во всех точках бесконечности; и так как дальше бесконечности уже нет никаких других точек (поскольку всех их она уже вместила в себе), то такое движение с бесконечной скоростью вполне тождественно с покоем. Поэтому диалектика отличается от прочих способов рассмотрения понятий тем, что она берет эти понятия как бесконечные сгустки бытия, как *пределы*. А в математике только там воочию видна диалектика, где идет речь о бесконечности, так как конечные величины хотя и подчинены диалектической антиномике, но последняя в них не выявлена непосредственно, а только с необходимостью предполагается при достаточно систематическом подходе.

Итак, «множество всех частей» множества должно с необходимостью и воочию выявить антиномику целого и частей в том случае, если будем оперировать с бесконечным множеством. И действительно. Пусть мы имеем множество φ *всех* вещей. Поскольку множество τ всех частей этого множества своею мощностью выше этого последнего, постольку множество φ эквивалентно только части множества τ. Но из чего состоит τ? τ состоит все из тех же вещей, из каких и φ, т. е. всякий элемент τ есть и элемент φ. А это значит, по указанному выше определению части, что τ эквивалентно некоторой части φ. Но если φ и τ эквивалентны частям друг друга, то, опять-таки по указанному выше, и сами φ и τ эквивалентны. Итак: φ и τ и эквивалентны, и неэквивалентны. τ, как множество всех частей φ, не эквивалентно φ; но так как φ есть множество *всех* вещей, то никакое τ не может его превзойти, и, будучи столь же бесконечным, оно совпадает с φ.

Поэтому, если среди аксиом учения о множествах попадается и аксиома о Potenzmenge, о множестве всех частей множества, то mutatis mutandis [15] и она не бесполезна для иллюстрации антиномики частей и целого. Эта аксиома формулирована у Френкеля так: «Если существует множество m, то существует и множество U, которое содержит в качестве элементов все подмножества m, и только их».

§ 49. Аксиома самотождественного различия в теории вероятностей.

1. Прежде чем формулировать аксиомы теории вероятностей, сделаем ряд замечаний, которые послужили бы к философскому уяснению своеобразия всей той совершенно специфической области в дополнение к общей установке, намеченной в § 9. С понятием вероятности мы вступаем в область того, что в логике называется модальными категориями, среди которых обычно насчиты-