Геометрические же положения должны быть только примером и приблизительным выражением. Аксиома дает *перспективу* в науке. И в свете этой перспективы должны появляться сначала более общие, а потом и более частные теоремы.

§ 52. Аксиома подвижного покоя в теории множеств.

1. Во множествах подвижной покой будет, как и везде, отражать на себе своеобразие данной множественной сферы. Множество отличается от арифметического числа тем, что элементы, из которых оно состоит, находятся между собою в инобытийном, а не в чисто количественном взаиморасположении. Тут, говорили мы, также *геометрическая* система взаиморасположения, но только с одним отличием от нее: это не пространственная, но чисто числовая фигурность. Поэтому множество и есть синтез арифметического числа и геометрической величины. Подвижной покой есть, как мы уже знаем, идея порядка. Во множестве, стало быть, содержится свой собственный порядок, упорядоченность,—такая, что в ней участвуют не просто счетно-числовые моменты и не только пространственное расположение элементов, а и то и другое вместе, в их синтетической воссоединенности.

Имея это в виду, можно было бы просто сказать, что множеству свойственна упорядоченность, или, что то же, всякое множество есть упорядоченное множество. Но тут не будет подчеркнут момент специфически множественной упорядоченности. Ведь упорядочено все—и числа, и геометрические фигуры, и множества, и даже континуум. Раз дается аксиома для множества, то должен быть отмечен и спецификум множества. Он и отмечается у нас во всех аксиомах о множествах. Однако в аксиоме подвижного покоя упорядоченность имеется в виду специально. Она, конечно, захватывается так или иначе решительно во всех аксиомах, поскольку упорядоченность (и притом специфически множественная) находится во всех множествах. Но в аксиоме подвижного покоя упорядоченность находит свое специальное выражение, поскольку упорядоченность и есть не что иное, как результат проявления именно подвижного покоя. Аксиому поэтому можно было бы так формулировать (аналогично предыдущим аксиомам множества).

Аксиома подвижного покоя в теории множеств: **множество есть совокупность определенным образом взаимо-**

расположенных элементов, возвратившихся из инобытия к самим себе. Или подробнее: **множество есть совокупность элементов, взаиморасположенных так, что, будучи различными по актам своего внешнего полагания, они отождествляются в результате этих актов в чисто числовую совокупность.**

2. Самое яркое, что имеется в математической литературе на темы этой аксиомы, это знаменитая теорема Цермело о том, что *всякое множество может быть сделано вполне упорядоченным множеством* *, вернее, всякое множество *может быть мыслимо как вполне упорядоченное множество.* Об этом стоит сказать несколько слов.

Прежде всего эта теорема Цермело с философской точки зрения может считаться вполне излишней. С философской точки зрения *вообще множества не существует без идеи упорядоченности.* Только философская нечеткость мысли в соединении с разного рода математическими вкусами и предрассудками может требовать какого-то множества вне идеи упорядочения. В § 47. 1—2 мы уже указали на невозможность даже простого отличения множества от обычного конечного арифметического числа, если не будет принята во внимание идея порядка. Последняя, таким образом, входит в самое определение множества. Поэтому и у нас она формулируется уже в числе аксиом идеальной (т. е. самой первой и существенной) структуры числа. Можно и не доказывать теорему Цермело, и все-таки она должна содержаться решительно во всяких теоретико-множественных построениях. Ей поэтому лучше и называться не теоремой, но именно аксиомой.

Далее, входя в существо доказательства этой аксиомы у Цермело, мы убеждаемся, что основная идея этого доказательства вполне интуитивна и непосредственна и что, собственно говоря, можно было бы и не давать его в этом развитом виде и ограничиться указанием на основную совершенно непосредственную очевидность самой структуры всякого множества.

Именно, центральная идея доказательства сводится вот к чему. Предполагая вначале, что данное множество неупорядоченно, мы берем его в виде всех его частей (уже

* Mathem. Ann. 59 Bd.

тут, конечно, содержится petitio principii [17], потому что раз множество расчленимо на несколько различных частей, то это значит, что оно вполне упорядочено, но — не будем настаивать на этом). В каждой такой части выбираем произвольно какой-нибудь элемент, который мы называем «отмеченным» элементом этой части (опять операция, возможная только при условии, что множество *уже* мыслится вполне упорядоченным, но — не будем настаивать и на этом). Далее следует самое интересное. Цермело называет «γ-частью» *всякую* часть рассматриваемого общего множества, такую, которая *вполне упорядочена при помощи этого отмеченного элемента* (тут опять указанное выше petitio principii, но — простим и это прегрешение), а именно: если a есть любой элемент этой γ-части, A — определенный им отрезок, $M — A$ — дополнительная часть к A до данного общего множества, то для этой $M — A$ отмеченным элементом оказывается как раз a. Вот это и есть основание всего доказательства. Грубо говоря, мы берем произвольно любой элемент из данного множества и *на нем строим ориентацию в отношении всего множества.* Ведь как можно вообще ориентироваться в том, что неразличимо? Нужно схватиться за какую-нибудь любую точку в этой неразличимости и в отношении этой точки ориентировать все прочие. Мы как бы чиркаем спичку в темной комнате и этим освещаем все, что в ней находится. Платон бы сказал: если есть что-нибудь *одно*, то это значит, что есть все. Ничего другого Цермело не высказывает в употреблении и в самом понятии своей «γ-части». Уже только одного «отмеченного» элемента достаточно, чтобы мы знали и весь отрезок (отрезком, который определен через элемент a, в теории множеств называется множество всех элементов, порядки которых ниже порядка a), и все, чего не хватает в данном отрезке по сравнению со всем первоначальным множеством, т. е. чтобы «γ-часть» была вполне упорядочена. Мы берем, следовательно, любой элемент из данного множества, становимся на нем как на некоей твердой точке и с него смотрим вперед и назад и во все стороны, озирая и сравнивая все, что во множестве вообще находится. Это и есть — и у Цермело, и по существу — единственный принцип упорядочения вообще; и конечно, во всяком множестве с необходимостью *мыслится* такая ориентация.

В дальнейшем Цермело берет две или несколько таких «γ-частей» (в этом случае одна из них, конечно, будет отрезком другой) и берет любые вообще элементы данного множества, входящие в «γ-части» (их порядок, очевидно, будет тот же, что и порядок соответствующих «γ-частей», а множество, обнимающее все «γ-части» и все входящие в них элементы, будет, конечно, вполне упорядоченным множеством). Остается только приравнять данное множество этому множеству всех «γ-частей», и — теорема доказана. Приравнивается же оно опять по тому же принципу. Пусть в M входят какие-нибудь части, которые не суть «γ-части». Тогда остается дополнительное множество до M, в котором также будет найден «отмеченный» элемент, т. е. получится новая «γ-часть», которая охватит и полученное множество «γ-частей» с этим «отмеченным» элементом, и таким образом все данное множество окажется состоящим из «γ-частей», т. е. вполне упорядоченным множеством.

Всего этого можно бы и не упоминать. Тут важно то, что мы уже сказали: в неразличимом берется одна точка, с которой сравнивается вся остальная неразличимость и, следовательно, всякая другая точка этой неразличимости. Больше ничего и нет в доказательстве Цермело. Такой характер доказательства с полной очевидностью удостоверяет, что множество, если его мыслить как твердое и законченное понятие, вообще не может обойтись без идеи порядка и что это является одной из самых основных аксиом теории множеств.

Можно сказать еще и так. Множество немыслимо без своих элементов (нуль-множество не есть исключение, так как нуль-множество и нуль просто — это совершенно разные вещи); множество и есть не что иное, как множество именно *элементов*. Но если это так, то элементы *должны находиться между собой в каком-нибудь отношении*. Ведь «множество» — это только неудачный термин; тут надо было бы говорить именно о единстве, а не о множестве. Единство же есть единство *чего-нибудь*. В том, что математики называют множеством, с философской точки зрения содержится именно *единство взаимоотношений элементов*. Раз есть элементы, то в силу самого своего понятия они находятся в некоем определенном взаимоотношении, а *это и значит, что они вполне упорядочены*. Понятие полной упорядоченности уже содержится в понятии элемента (т. е., другими словами, в самом понятии множества), так же как понятие протяженности содержится в понятии пространства.

3. Хотя подробная диалектика упорядоченного множества будет нами изложена в специальном отделе о множествах, необходимо и сейчас ради уяснения уже занятых позиций наметить перспективу по вопросу об упорядоченности и показать, какие вообще возможны виды упорядочения с диалектической точки зрения.

Итак, мы различаем чистое арифметическое число (в котором инобытийно-нулевая упорядоченность) и голую идею порядка — категорию подвижного покоя,— которая, конечно, может рассматриваться и сама по себе, без всякого применения к числу или к чему бы то ни было. Разные виды (или, если угодно, ступени) упорядочения возникнут в зависимости от того, как мы будем трактовать взаимоотношение голого инобытийно-нулевого числа и голого порядка (точнее, голой идеи порядка). В зависимости от того, как близко и как глубоко число и порядок проникли друг в друга, от этого будут меняться и виды упорядоченности. Тут та же последовательность диалектических категорий, что и везде.

1) Прежде всего, порядок есть перво-принцип. Это значит, порядок есть некая неразличимость актов полагания вообще. Все акты полагания слиты в одно, но не просто в один акт (актов тут именно много, бесконечно много, и они все друг от друга отличны), а в одну общую смысловую неразличимость. Акты полагания порядка различны, но смысловой результат этих актов — полная неразличимость. Отсюда получается конструкция, в одно и то же время неразличимая — по смысловой взаимослитости всех актов полагания порядка и различная — по самим этим актам. Это есть упорядоченность континуума. Континуум есть, конечно, как и всякое множество, *вполне упорядоченное* множество. Тут идея порядка присутствует актом своего полагания, своей субстанцией, так сказать, и этих актов множество, они рассыпаны в полную необозримость, но не своим смысловым содержанием.

2) Далее, идея порядка начинает более глубоко и осмысленно внедряться в инобытийно-нулевое число. Именно, она внедряется в противоположность первому случаю вполне смысловым образом, избегая, однако,

своего субстанциального воплощения. Там воплощалась субстанция порядка без его смысловой структуры; тут же воплощается смысловая структура без ее субстанции. Там мы имеем упорядоченность, в которой было дано очень много актов полагания, но ввиду отсутствия принципа структурности порядка все эти акты полагания в смысловом отношении оказались слитыми в одну общую неразличимость; здесь же воплощается сама структурность порядка, т. е. зависящая от него как от принципа фигурность, но ввиду отсутствия субстанциальности и как бы овеществленности порядка вся эта фигурность остается чисто идеальной, абстрактной, она не принимается в расчет как таковая, а только продолжается такой же «субстанциальный» и континуальный учет этой фигурности, что и раньше. Тут мы — в области *топологии.*

Это уже не просто континуум, ничем не заполненный, но фигурность, рассматриваемая топологически. Топология занимается, как известно, изучением свойств фигур в отвлечении от конкретной формы с единственным условием — *непрерывности* деформации. Фигура не должна разрываться, во всем же остальном она может быть деформирована как угодно. Это значит, что в топологическом рассмотрении фигурность дана не целиком, но только абстрактно, как понятие, и воплощается она на континуальном фоне так, что важным оказывается не самая структура фигуры, а только те моменты, которые входят в определение отвлеченного понятия данной фигуры. Это так в геометрической топологии, в analysis situs[18]; это так и в теоретико-множественной топологии. Здесь множество тоже упорядочено так, что еще не дается порядка во всей его конкретной и законченной структурности. Вместе с чистой континуалогией топология рассматривает упорядоченность множества только с точки зрения внешних актов полагания порядка, вне структуры самого порядка — хотя в отличие от чистого континуума топологическое множество уже воплощает на себе идею порядка, пока в самом абстрактном и только понятийном его смысле.

3) Обе установки — упорядоченность субстанциально-актуальная и упорядоченность абстрактно-смысловая — должны объединиться вместе так, чтобы множество оказалось упорядоченным и в том и в другом отношении. Другими словами, должны существовать множества,

которые сохраняют свою фигурность и в своих преобразованиях не нарушают ни субстанциальной, ни смысловой упорядоченности. Как и везде в диалектике, здесь отвлеченная идея, соединяясь со своим инобытием, с алогическим (в отношении себя самой) материалом, порождает уже конкретный образ, в котором нельзя отделить идею от инобытия и инобытие от идеи. Здесь появляется чистая фигурность, в которую воплотилась идея порядка, и мы впервые можем увидеть ее стройные контуры. Однако если прослеживать этот ход идей в геометрии, то с этой фигурностью еще не получится обыкновенная элементарная геометрия. Это будет так называемая *проективная геометрия*, отличающаяся от обыкновенной тем, что ей не свойственна идея *измерения*, не свойственны *метрические* установки, представляющие собою уже дальнейшее диалектическое воплощение идей порядка. Аналогично с этим мы должны требовать категорию *проективного* множества в отвлечении от всякой идеи размерности.

Одна и та же диалектическая конструкция этого тройного вида упорядоченности — *континуальной, топологической и проективной* — может быть выражена и зафиксирована разно. Во-первых, мы уже указали одну категориальную схему: континуум может трактоваться как первопринцип, и тогда топологическая множественность будет определена через положенность чистого и абстрактного порядка, а проективное множество будет положенностью и воплощенностью порядка как структурно выработанного порядка. Можно сказать, во-вторых, и иначе: континуум и топологическая структура есть воплощенность из идеи порядка его категории самотождественного различия (можно привести, например, Энриквеса, который прямо говорит, что учение о континууме и вообще топология вырастают на аксиомах сочетания (взаимопринадлежности), что соответствует, как мы видели, нашей категории самотождественного различия); проективное же множество есть воплощенность вместе и самотождественного различия, и подвижного покоя (по Энриквесу, это будет «сфера действия аксиом сочетания» и «аксиом порядка»). Можно диалектически понять то же самое еще и так: континуум — неоформленный и внутри не расчлененный тезис; топологическое множество — антитезис, ибо присоединение фигурности пока только абстрактно — как структурно безразличный акт полагания. Проективное множество — синтез, воплощенность в числовой сфере чистой и законченной, конкретной структуры (т. е. фигурности). Мы уже знаем, что диалектически возможны самые разнообразные конструкции одного и того же смыслового обстояния; и поэтому настаивать на какой-нибудь одной из предложенных конструкций нет никаких оснований. Тут важна только нарастающая смысловая сложность упорядочения: континуум, топос и проективное множество.

В данном месте нецелесообразно давать полную диалектику всех видов упорядочения, так как это является предметом целого специального отдела нашего исследования. Поэтому мы не касаемся пока таких построений, как *аналитическое* множество или *измеримое* множество, представляющих собою еще дальнейшие диалектические этапы упорядочения. Предыдущие замечания были только образцом исследования данного вопроса.

4. Стоит упомянуть еще и о том, что в математической литературе мы имеем попытки определить и самое *понятие* порядка. Это, конечно, редкость, потому что большая часть основных понятий в математике вообще не определяется никак. Кажется, никто еще не дал определения таких понятий, как «точка», «линия», «сумма», «множество» и т. п. К числу этих определяемых только вербально понятий принадлежит и изучаемая нами здесь категория порядка. У Френкеля * мы находим следующее определение этой категории: «Множество R обладает следующими характеристическими для него свойствами: 1. если m_1 и m_2 — два различных элемента множества M, R_1 и R_2 — соответствующие им остатки из M, то или R_2 есть подмножество для R_1, или R_1 есть подмножество для R_2 (именно смотря по тому, появляется ли m_1 раньше m_2 или m_2 раньше m_1); 2. если m_1 и m_2 — два различных элемента M, то в R входит по крайней мере один остаток R_0, содержащий один из обоих элементов m_1 и m_2 (а именно элемент, появляющийся в M на более позднем месте; если m_1 стоит раньше m_2, то, например, соответствующий m_1 остаток R_0 хотя и содержит m_2, но он не содержит m_1); 3. объединенное множество каждого множества остатков от M (т. е. каждого подмножества для R)

* *A. Fraenkel.* **Einl. in d. Mengenl.[2], 213.**

есть в свою очередь остаток от M — следовательно, элемент от R». Множество R с такими тремя свойствами и есть то множество, при наличии которого упорядочивается множество M.

[a)] Это определение упорядочивающего множества способно сначала поставить философствующего только в тупик. Однако тщательное расследование этого определения вскрывает как всю беспомощность математической мысли поставить философскую проблему, так и ее весьма поучительную слепоту, но все же в своей слепоте бессознательно правильно нащупывающей логический аппарат, который тут пускается в ход человеческим сознанием.

b) Возьмем *первое* свойство множества R. Здесь указывается, что каждому элементу из M соответствует некий определенный остаток до всего M, который пока мыслится как неупорядоченный. Выставляется требование, чтобы эти неупорядоченные куски множества M тоже находились между собою в отношениях целого и части. Что такое требование вполне естественно, в этом сомневаться не приходится. Но тут с первого же шага совершается обычная в математических рассуждениях petitio principii; а именно, требуется определить, что такое порядок множества или что такое упорядочивающее множество. Но при этом уже предполагается, что M упорядочено (так как имеется в виду, что m_1 раньше m_2 или наоборот). Ведь только зная порядок элементов в M, и можно будет сказать, какой остаток и для какого [элемента] окажется частью или подмножеством. Что m_1 раньше m_2, это Френкель знает; и что значит этот порядок, его нисколько не смущает. Но для R он почему-то не знает, как понимать порядок, и вдается тут в сложное рассуждение.

Однако не будем на этом настаивать. Закроем глаза на то, что в определении порядка здесь уже фигурирует категория порядка и неизвестное определяется здесь через другое неизвестное. Что же дальше? Зачем понадобился этот переход к «остаткам» и какое это имеет отношение к идее порядка? Тут, однако, необходимо указать, что математик пошел на ощупь вполне правильно. Хотя в смысле принципиальной мыслимости и не существует никакого неупорядоченного множества, но мы можем условно занять такую позицию, что есть некое множество, но что в нем все спутано и неразличимо и является как бы бесформенной глиной или песком. Как при такой позиции прийти к идее упорядоченности? Очевидно, необходимо прежде всего отбирать из этой глины те или другие порции, для того чтобы потом их как-нибудь обделать, объединить и придать им ту или иную форму. Первое свойство множества R_1, о котором говорилось выше, и есть, очевидно, не что иное, как распределение алогической массы множества M на отдельные взаиморазличимые куски, о величине которых можно судить и которые являются один в отношении другого целым или частью. Но если это так, то философский смысл первого свойства заключается в том, что тут элементы множества M перестают мыслиться в своей отвлеченности, но *что они переходят в свое инобытие и в нем воплощаются*. Когда мы берем элемент m_1 и смотрим на то, что еще остается в M, то хотя этот остаток по условию еще и мыслится неупорядоченным, но уже гораздо в меньшей степени, мы как бы уже видим здесь, где он начинается и где кончается. Изрезавши все множество R на такие куски (путем противопоставления данного куска соответствующему элементу из M), мы, очевидно, получаем не что иное, как *то же самое множество M, но уже как отраженное на R*, и само-то R оказывается не чем иным, как множеством всевозможными способами полученных следов всех элементов M, множеством всевозможного воплощения всех отвлеченных элементов этого последнего на его алогическом материале. Действительно, так оно и должно быть: порядок предполагает, что есть отвлеченная идея и есть реальный, но алогический материал, который этой идее подчиняется. Так вот, кромсание этого материала на куски, которые потом превратятся в упорядоченные элементы, есть первый необходимый этап упорядочивания, и смысл этого первого свойства множества R, очевидно, сводится *к переходу отвлеченного элемента в свое инобытие*, причем переход тут совершается пока не целиком, а только по *факту* элемента: элемент получил для себя инобытийную субстанцию, но она еще остается без воплощения подлинного *смысла* элемента, остаётся грубым и необработанным куском.

c) Перейдем ко *второму* свойству множества R. Здесь утверждается, что если имеется в M два каких-нибудь элемента, из которых один позже другого (опять предполагается идея порядка!), то в R должен быть хотя бы один остаток, содержащий в себе один из этих элементов. При этом если идея порядка здесь подлинно функционирует, то этот остаток должен содержать в себе именно позднейший элемент из этих двух, так как остаток, соответствующий элементу m_1, может содержать в себе элементы только высшие, чем m_1, а таковым является только m_2 (раз соблюдается последовательность перехода от m_1 к m_2). Другими словами, это второе свойство множества R связывает его с множеством M в том смысле, что до сих пор отдельные «части» R мыслились только в своем взаимном различии, но не мыслились ни в каком взаимном порядке, теперь же они мыслятся *как продолжение тех или иных элементов* из M. Второе свойство множества R предполагает, что порядок в R может быть только в том случае, если, взявши что-нибудь из M, мы этого уже не встретим в R, а встретим только то, что выходит за его пределы. Здесь, очевидно, устанавливается ориентация отдельных моментов R в отношении элементов M. Каждый момент R отныне, оказывается, начинает нести на себе энергию целого M, т. е. отвлеченно взятый элемент M не только перешел в свое инобытие, в R, субстанциально, но он перешел по *смыслу*. Остается, стало быть, только подтвердить, что все эти «части» R, отныне получившие смысл элементов, сами суть нечто целое, т. е. образуют некое самостоятельное множество. Тогда и окажется, что упорядоченное множество действительно конструировано из вполне алогического материала.

Это фиксируется в *третьем* свойстве множества R.

d) Если теперь оглянуться на весь пройденный путь в определении множества R, то можно, очевидно, так понимать это определение. В § 48. 3 мы уже столкнулись с понятием т. н. Potenzmenge, т. е. множества всех подмножеств данного множества, причем его мы понимали как объединение всех *частей* (а не элементов) данного множества. Употребляя философскую терминологию, мы говорили, что Potenzmenge в отношении самого множества есть «все» в отношении «целого», причем это такое все, которое дано всевозможными способами комбинирования своих моментов, поскольку множество всех частей множества предполагает и взаимное перекрытие элементов последнего. Множество R, которое служит для упорядочения множества M, *есть*, очевидно, *не что иное, как именно это Potenzmenge*. И тут заложена весьма важная идея. В самом деле, что такое целое, из которого исключена идея порядка? Что такое целое, в котором нет никакой конфигурации отдельных моментов? Очевидно, что только очень отвлеченно понимаемое целое — скорее *принцип* целого, чем само целое. Но что же тогда будет порядком этого целого, что внесет в него определенную последовательность моментов и создаст в нем четкую конфигурацию? Тут требуется, очевидно, внесение в это целое каких-то внутренних различий. Чтобы нечто получило структуру, необходимо внутри него отличить одно от другого. Но это значит внести в него некое инобытие. Чтобы была структура бытия, необходимо внести в него инобытие, так что оно уже само для себя оказывается своим инобытием. Оно заново осуществляется на этом инобытии, но осуществляется целиком, так что инобытие перестает быть чем-то внешним для него, а становится им же самим, т. е. его структурой, его упорядоченностью. Это инобытие, однако, может быть рассматриваемо и само по себе — стоит только отвлечься от того целого, которое мы воплощали. Ведь можно же, например, иметь идею карандаша и на ее основе изготовить самый карандаш, а потом забыть о существовании самой идеи карандаша (т. е. о том, что изготовленная вещь есть именно карандаш) и рассматривать карандаш просто как некое физическое тело, указывая, что вот это — дерево, вот это — графит, вот это — краска, вот это — цилиндрическая форма и т. д. Что это будет такое? Оно будет, конечно, тоже некой цельностью и, следовательно, множеством, но, раз мы забыли об идее карандаша, оно уже не будет для нас самим карандашом, не будет *целым* карандаша, но зато будет *всеми* частями, *всем*, из чего состоит карандаш. Это есть Potenzmenge карандаша; и это-то, как ясно, и есть то, что *вносит в отвлеченную идею карандаша определенную последовательность ее элементов*. Это наше множество R с указанными тремя свойствами.

e) Таким образом, математическая мысль, установившая в этом виде самую идею порядка (или упорядоченного множества), действовала здесь хотя философски и слепо, но на ощупь шла правильно. Наша задача — внести в эту математическую мысль философско-логическую ясность, которая и будет достигнута, как это ясно из предыдущего, следующим образом.

1) Идея порядка как таковая не может быть «определена», поскольку она является исходной; и мы видели, что Френкель ее вовсе даже не определяет, а предполагает готовой и только рассуждает о сфере ее применения. Но можно часто увидеть в ней то последнее зерно, которое остается неизменным при всех возможных ее функционированиях. 2) Это зерно заключается (и это особенно видно на втором свойстве множества R) не в чем ином, как в категории *подвижного покоя*. Второе свойство только ведь о том и говорит, что от одного момента *можно перейти* к другому. 3) Эта категория подвижного покоя может, однако, по-разному применяться в зависимости от сферы своего функционирования. Мы можем ее понимать a) *отвлеченно-арифметически*. По-видимому, это именно понимание Френкель имеет в виду, когда он говорит о том, что m_1 *раньше* m_2 (или наоборот). В таком виде идея порядка в собственном смысле еще не нарушается. Это скорее принцип порядка, чем самый порядок («инобытийно-нулевая упорядоченность»). Совсем другое получится, если категория подвижного покоя b) перейдет в свое инобытие и начнет в нем воплощаться. Это создаст тот материал, без которого не может быть и самого порядка (поскольку порядок есть всегда порядок чего-нибудь). Однако в чисто инобытийном смысле категория подвижного покоя дала бы геометрическую, а не теоретико-множественную упорядоченность. Необходимо ей из инобытия вернуться к себе, т. е. все эти инобытийные, геометрические «части» положить в себе, в сфере чисто числовой, отождествить с чистым смыслом, поднять в свою сферу. Тогда эти «части» получают опять чисто числовой характер, но уже с той идеей расставленности и распределенности, которая была характерна для чистого инобытия. Это и есть теоретико-множественная упорядоченность. 4) Следовательно, в упомянутом математическом определении упорядочивающего множества мы имеем не определение порядка, но — на основе уже имеющейся определенной идеи порядка — конструирование именно *теоретико-множественной* упорядоченности, возникающей в отличие от абстрактной идеи порядка на основе инобытийно-алогических модификаций. Все это, с одной стороны, подтверждает правильность защищаемого в нашем исследовании места как самой идеи порядка, так и всей теории множеств, с другой же — показывает

слепую и бессознательную целесообразность математической мысли, идущей своими путями без философских методов и логической выучки.

f) Существует еще иное определение порядка — при помощи понятия *упорядоченной пары* и однозначной *функции**. Но чтобы не затягивать изложения, мы не станем его анализировать.

§ 53. Аксиома подвижного покоя в теории вероятностей.

1. Согласно аксиоме подвижного покоя, математическая вероятность **должна** быть такова, чтобы было видно, как она переходит в другую вероятность и как ее движение на этом останавливается. Чтобы выявить свое движение, вероятность, очевидно, должна в самой себе таить свое изменение. Как это возможно? Пусть мы имеем некое событие A, и пусть его вероятность равняется a. Чтобы вероятность оказалась в движении, надо событию A некоторым образом меняться. Если событие A мыслится некоторым образом в процессе изменения, то и вероятность его a, очевидно, тоже окажется изменяющейся. Но поскольку никаких иных причин и событий, кроме A, мы не знаем, остается, чтобы самое осуществление этого A повлекло за собою появление новых факторов и новых событий, способных изменить содержание нашего A. Другими словами, если вероятность приходит в движение, то это значит, что она относится к событиям взаимно зависимым, т. е. к *совмещению* событий. Действительно, та вероятность, с которой мы имели дело при изучении аксиомы самотождественного различия (§ 49.8), касалась событий, независимых одно от другого, и это мы там подчеркивали. Поэтому одна вероятность там только *отличалась* от другой и *отождествлялась* с ней, но не было видно, как она *переходит* в другую. Теперь же по факту самой вероятности, по ее осуществлению мы начинаем видеть, как она *становится* другой вероятностью, подобно тому как в арифметике за a следует b, и если уже за a следует b, то необходимо сказать, что b возникает *после* a, что, следовательно, между этими двумя числами существует строго определенный порядок. Но в теории вероятностей мы оперируем не просто с числами, а с числами в зависимости от случайных фактов, с числами как структурами бытия случайного.

* *Hausdorff.* Grundz., 70.