

ла, но оно — внешне ко всей смысловой сфере. Потому оно есть абсолютная алогичность, т. е. его различия уже не идут вслед за сущностными различиями, но остаются именно инобытийными в отношении их. Существенные различия здесь прямо уничтожаются, а в алогическом становлении образуются новые, свои собственные различия, уже не соответствующие сущностным различиям и несоизмеримые с ними.

4. Вот почему непрерывность есть совокупность таких моментов (или точек), которые абсолютно неотличимы друг от друга, т. е. неотличимы *как такие*, — другими словами, неотличимы *по своему собственному смыслу*, по своей идеальной сущности. Но эти моменты здесь вполне различимы и различны *по актам своего полагания*, по реальной своей воплощенности, по субстанциальной положенности. Поэтому в непрерывности и существует некая как бы *протяженность*, хотя и неизвестно, чего именно это есть протяженность.

Следовательно, мы будем правы, если нашу общую аксиому из § 35 мы в настоящем случае интерпретируем математически следующим образом: *число есть величина, так или иначе определенная с точки зрения непрерывности.*

§ 60. Аксиоматическая диалектика непрерывности.

1. Однако это не конец, а только еще начало математической интерпретации. Нам предстоит формулировать модификации этого принципа непрерывности в арифметике, геометрии, теории множеств и теории вероятностей. Но еще раньше этого мы должны всмотреться в самое понятие непрерывности, так как оно в математике формулировано очень разносторонне, хотя, как всегда, сами математики поступают тут вполне слепо и не знают, как свести воедино данные ими же самими несходные формулировки.

2. Дело в том, что понятие непрерывности математически (и философски) можно формулировать с разной степенью общности и конкретности. Но если мы хотим осуществить всю гамму конкретизации, что согласно с нашим общим диалектическим учением, то у нас нет никакого иного пути, как только применить ту самую пятисоставную схему, которая действует у нас везде. Другими словами, непрерывность должна рассматриваться как супра-акт, как едино-раздельный акт

полагания, как становление, ставшее и выразительно-эманативная энергия полагания. Не трудно формулировать супра-акт непрерывности, поскольку в основе последней лежит не что иное, как алогическое становление числа. Тут мы могли бы или повторить соответствующую аксиому § 35, или сказать: всякое число есть непрерывная величина. Этим самым и формулируется то, что мы в диалектике называем супра-актом.

3. Труднее подыскать математическое выражение для последующего диалектического развития понятия непрерывности. Прежде всего, что такое непрерывность как бытие, т. е. как положенность, как едино-раздельная структура? Если в супра-акте непрерывность бралась в своем последнем принципе и не рассматривалась в своем конкретном строении, то сейчас, с переходом в едино-раздельную структуру, мы должны понять ее как нечто различенное, как то, что выявляет свою едино-раздельную структуру, поскольку она выражена в этой идеально-смысловой неразличимости. Такой различной структурой безразличного может явиться здесь только *протяжение, наполнение*, или, если угодно, *непроницаемость* непрерывности. Ведь перечисленные моменты абсолютно проницаемы один для другого, поскольку мы там говорили о смысловом самотождестве. В пятерке все единицы абсолютно тождественны и проницают одна другую. В непрерывности же мы находим глухую стену между отдельными ее моментами; и если они тут слиты по смыслу, то часто по своему факту они абсолютно взаимонепроницаемы, ибо в том только и заключается сущность протяженности, разрывающей бытийные полагания сущего в их абсолютную внеположность. Следовательно, если говорить о едино-раздельности в сфере самой непрерывности, то это будет не что иное, как некая наполненность, протяженность или непроницаемость.

4. Математически это есть в точности то, что известно под именем аксиомы Архимеда. Ее можно формулировать чисто арифметически. И тогда она примет такой вид:

если $a > 0$ и $b > 0$, то *всегда* $a + a + a + \dots + a > b$.

Можно ее формулировать и геометрически: **если один и тот же отрезок откладывать на прямой достаточное число раз, то общая сумма всех отрезков всегда выйдет за пределы любой точки на этой же прямой.**

Эту аксиому математики справедливо называют аксиомой непрерывности. Однако очень мало сказать, что это есть аксиома непрерывности. Ведь существует много других *выражений для непрерывности*; и если гнаться за логической точностью, то необходимо указать ту категорию, под которой развита эта аксиома Архимеда. Размышление показывает, что тут имеется в виду не столько непрерывность вообще, сколько один определенный ее тип, а именно, непрерывность в аспекте ее полноты и непроницаемости. Что, собственно, хочет сказать аксиома Архимеда? Она хочет сказать, что когда мы откладываем отрезок во второй раз, то его начало должно совпасть с концом уже отложенного отрезка, а когда мы откладываем его в третий раз, то начало третьего должно совпасть с концом второго и т. д. Другими словами, мы хотим этим сказать, что если на прямой отложен данный отрезок, то во второй раз мы уже не можем помещать его на то же самое место, но необходимо выйти за пределы первого отрезка, и так же — во второй раз, и т. д. Следовательно, в аксиоме Архимеда имеется в виду только тот аспект непрерывности, который мы выше обозначили как непроницаемость, протяженность, или полноту.

5. За бытием следует инобытие, и за смыслом следует становление. Что такое непрерывность как становление? Она уже сама по себе с самого начала есть становление. Но теперь мы в сфере самого этого становления различаем бытие, становление, ставшее и выразительную форму. Что же такое теперь становление самого становления в этой общей сфере непрерывности?

Становление есть процесс, и процесс неразличимого, алогический процесс. Непрерывность, следовательно, должна теперь мыслиться как алогический процесс, как наплывание и размыв неразличимости. Чем, однако, определяется здесь наплывающая неразличимость? Тем, что она не имеет в себе ни одной твердой, устойчивой точки, в частности не имеет никакого определенного конца. Если даны какие-нибудь две точки, то, имея дело с непрерывной величиной, мы сможем между ними вставить еще одну точку, как бы ни было мало это расстояние. Такое представление непрерывности уже содержит в себе идею процесса, и притом явно процесса бесконечного и непрерывного. Поэтому аксиома непрерывности на этой диалектической стадии развития непрерывности

может быть формулирована так: **в непрерывной величине различие каждых двух ее моментов может быть как угодно мало. Или: в непрерывной величине расстояние между любыми ее двумя точками может быть сделано меньше любой заданной величины.** Этим выразится уже не полнота и не непроницаемость, но именно наплывание, становление непрерывности.

6. За становлением следует ставшее. Непрерывность должна быть также и ставшим. Ее процессуальность где-то должна остановиться, и ее становление должно натолкнуться на некую твердую границу, которая уже не может быть чисто идеальной границей, как раньше, т. е. границей фигуры, но должна быть границей неразличимой протяженности. Неразличимое протекание и расплывание где-то должно остановиться. Однако, будучи подлинным становлением, оно ведь не может реально остановиться. Ее границей, как и границей вообще, может быть только идеально-смысловое. С другой стороны, это идеально-смысловое не должно быть здесь границей такого же идеально-смыслового, так как в этом случае мы совсем покинули бы сферу алогического, вне-смыслового становления. Следовательно, непрерывная величина должна быть текуче-неразличимым, вне-смысловым становлением, т. е. оно никогда не должно кончатся, но это становление должно иметь идеально-смысловую границу, чтобы перейти вообще из становления в сферу ставшего. Это значит, что непрерывная величина имеет *предел*. Предел ведь не есть сама непрерывная величина, которая потому и непрерывна, что не имеет никаких ни начал, ни концов (ибо иначе она была бы прерывна). И тем не менее предел как-то присутствует в этом непрерывном потоке, и не только присутствует, но даже направляет его, управляет им, осмысливает его. Это и значит, что он присутствует здесь идеально-осмысленно, поскольку функции всего идеально-осмысленного в реальном-вне-смысленном заключаются в осмысливании, в направлении алогического потока, в оформлении. Сам же этот непрерывный алогический поток продолжает быть реально-алогичным, неразличимым, наплывающим, уходящим в безраздельную мглу бесконечности.

Вейерштрасс формулировал коренящуюся здесь аксиому геометрически, но ее легко понять и чисто арифметически: **если на отрезке имеется неограниченный ряд**

следующих друг за другом точек, то существует такая (предельная) точка, что на любом расстоянии от нее имеется точка ряда. Это то, что мы могли бы назвать аксиомой непрерывности на той стадии диалектического развития этой непрерывности, когда она превращается в «наличное бытие», в ставшее.

7. а) Наконец, понятию непрерывности необходимо придать еще более богатое и значительное содержание, когда оно выходит уже за пределы и категории ставшего. Именно, после ставшего мы констатировали новый переход в смысловую сферу, но такую, где даны не просто внутренние различия смысла самого по себе, но куда вобраны и все различия по факту, которые были при [в]несены становлением и ставшим. Это как бы расцветший смысл, почему мы и именовали эту область как эманативную, энергийную и выразительную. Наша непрерывность должна не просто быть внешним фактом, несущим на себе идеальный смысл, т. е. не просто неразличимым, бесконечным процессом, содержащим в себе идею предела, но наша непрерывность должна теперь *растворить* одно в другом, т. е. в ней должна быть теперь уже преодолена самая антитеза реального факта и идеального смысла, или, другими словами, законченность и различимость предела должна раствориться в хаотической и неразличимой бездне фактического становления. И это возможно только в том случае, если непрерывность перестанет быть и голой протяженностью, исполненностью, и голой, неохватной процессуальностью и перестанет содержать в себе идеальный смысл только как невыполнимое задание (предел). Но что же такое протяженность, содержащая в себе и свое ставшее, и самый смысл этого ставшего становления? Это, несомненно, есть некий *образ*, некая выразительная форма, где всякое различие снова (как в чисто идеальной области) влечет за собой и различие по факту, но тут различие происходит не до факта, а после факта, после инобытийного осуществления, так что различие обладает здесь не просто идеальной бесплотностью чистого ума, но еще и активно полагающей определенно сконструированную сферу инобытийной действительностью. Прежний «предел», к которому мы пришли в связи с категорией ставшего, должен перестать быть только идеальным заданием и должен быть конструирован как

реальная выразительность каждой точки алогического становления. Предел должен быть как бы окутан этим становлением со всех сторон; и мы должны как нащупывать его в самом становлении, так и нащупывать, полагать становление при полагании самого предела.

Такое понимание непрерывности лежит в основе постулатов Дедекинда и Кантора.

б) Дедекинд формулирует аксиому непрерывности так:

«Если все точки прямой распадаются на два класса такого рода, что каждая точка первого класса лежит влево от каждой точки второго класса, то существует одна, и только одна точка, которая производит это разделение прямой на два класса, это рассечение прямой на два куска».

С первого взгляда совершенно не видно, почему постулат непрерывности Дедекинда обладает указанными выше свойствами. Чтобы это уразуметь, начнем с житейских образов. Когда я смотрю сейчас на георгины, то их пышные темно-красные цветы хотя и составляют нечто целое со всем садом, но это целое дано тут в прерывных образах. Когда же я с георгин перевожу глаза на небосклон, то я вижу, что густая синева в зените постепенно, *непрерывно* переходит в голубизну ближе к горизонту и на самом горизонте почти уже теряет всякий голубой оттенок и становится белесоватой и почти белой. Наконец, когда я смотрю просто в зенит, то никакого перехода из одного цвета в другой я вообще не замечаю, и переход происходит только по вполне однородному густо-синему полю.

Аксиома непрерывности, основанная на чистом становлении, предполагает переход по одному пустому и равномерному пространству. Тут просто происходит бесконечное количество актов полагания, слившихся в одно общее протяженное полагание, т. е. тут полагание есть полагание только бытия, чистого бытия, вне всякой качественности. Тут имеются в виду только самые акты полагания и совершенно игнорируется смысл того, что именно полагается. С другой стороны, аксиома Архимеда, основанная на четком различении одного заполненного пространства от другого, вовсе не говорит о чистом становлении в непрерывном потоке, но только говорит о тех различиях, которые вносятся в этот поток единораздельной структурой числа. Аксиома Архимеда относится к непрерывности в аспекте единораздельной струк-

туры того, что вовлечено в поток непрерывности. Это есть непрерывность георгин, левкоев, роз, резеды и пр. цветов на общем фоне сада. Ведь сад тоже есть нечто целое, и эта целостность непрерывно разлита по всем отдельным цветкам и деревьям, входящим в состав сада. Вот о такой-то непрерывности и говорит аксиома Архимеда. Это непрерывность прерывных предметов.

Наконец, можно переходить и от одного предмета к другому, от одного качества к другому и все же соблюдать непрерывность не как непрерывность прерывного, но именно как становящуюся непрерывность, как непрерывность чистого становления. Для этого нужен только постепенный переход от одного качества к другому, непрерывное изменение, скажем, синего в голубой. Тут, следовательно, будут происходить не просто акты полагания неизвестно чего, но вместе с этими актами будет полагаться и определенная качественность. С «бытием» будет вместе полагаться и «наличное бытие», но то и другое сольется в одну новую, уже энергично-выразительную безразличность, так что и бытие будет становиться, и сама качественность будет в той же мере непрерывно становиться.

Вот это-то качественное, образное, или, как мы выражаемся, [эту] энергично-выразительную непрерывность, и имеет в виду Дедекинд. А именно, для чего ему понадобилось делить прямую на *два класса точек*? Предыдущие аксиомы непрерывности вполне обходятся без этого. Понадобилось ему это потому, что он при всем бытийственном переходе одних точек в другие, при всей взаимной неразличимости все же хочет их как-то различить, *сохранить их качественное своеобразие*. Точно так же, как и мы, хотя и видим постепенный переход от синего к голубому, все же совершенно определенно различаем синий цвет от голубого, точно так же и Дедекинд для демонстрации явления непрерывности прежде всего указывает на полную прерывность, на полную различимость и даже раздельность двух классов точек. Что бы тут ни происходило, но требуется, чтобы было *два различимых* класса точек, так как только этим путем и можно сохранить их качественное своеобразие. Но что же оказывается дальше? А дальше оказывается, что эти два класса разделены *только одной и единственной точкой*, что конец правой стороны линии, точка деления и начало левой стороны линии оказываются

одной и той же *одной и единственной* точкой. Это и значит, что синее переходит в голубое постепенно, *непрерывно* *.

Таким образом, если под аксиомой Архимеда лежит интуиция отдельных тел, под аксиомой непрерывности в аспекте бесконечного процесса лежит интуиция пустого и темного пространства, то под аксиомой Дедекинда лежит интуиция поля, качественного пространства, расцветающего в непрерывном разнообразии своих красок.

Интересным является также и постулат Кантора о непрерывности, вызванный сходными же интуициями. Кантор ** говорит: если на прямолинейном отрезке OM имеется два неограниченных ряда отрезков $OA, OB, OC, \dots, OA', OB', OC' \dots$ из которых первые растут, а вторые уменьшаются таким образом, что отрезки $AA', BB', CC' \dots$ постоянно уменьшаются и в конце концов становятся меньше всякого данного отрезка, то на отрезке OM существует такая точка X , что OX больше, чем все отрезки первого ряда, и меньше, чем все отрезки второго ряда.

В этом постулате Кантора лежит тот же принцип, что и у Дедекинда, но в то время как последний подчеркивает в одном энергичном образе момент устойчивости, стабильности процесса нарастания, у Кантора, наоборот, подчеркивается момент подвижности этого нарастания. У Дедекинда каждая точка процесса квалифицируется сразу тройным образом — как конец предыдущего периода, начало последующего и как точка, отделяющая одно от другого. У Кантора, наоборот, каждая точка процесса мыслится как только *достигаемая* в этом тройном смысле; она как бы еще только собирается быть концом одного, началом другого и разделением. Обе картины — и Дедекинда, и Кантора — рисуются на фоне синтетически-качественной, энергичной выразительности. Постулат Дедекинда, другими словами, есть диалектический синтез постулата Архимеда и постулата становящейся непрерывности (синтеза) при посредстве постулата Вейерштрасса.

§ 61. Аксиома непрерывности в отдельных математических науках.

1. Формулировка аксиом непрерывности, развитая в предыдущем параграфе, легко приобретает и чисто

* Определение непрерывности у Р. Дедекинда. Непрерывность и иррацион. числа. Пер. С. Шатуновского. Од., 1909.

** <...> 1871. V 128²⁰.