взять какой-нибудь отрезок $\langle CD\rangle$ и сравнивать вероятность положения точки M на $\langle CD\rangle$ с длиной $\langle l_{CD}\rangle$ и $\langle l_{AB}\rangle$. Тогда задача получает определенность и мы сможем выставить такой принцип: *вероятность того, чтобы точка M оказалась на определенном отрезке $\langle CD\rangle$ прямой AB, пропорциональна длине этого отрезка.* Отсюда следствие: если M во что бы то ни стало находится на AB, т. е. вероятность этого ее нахождения равна единице, то *вероятность ее нахождения на $\langle CD\rangle$* равна $\langle \frac{l_{CD}}{l_{AB}}\rangle$.

Этот принцип непрерывной вероятности дает возможность решать массу задач, например, хотя бы знаменитую задачу о попадании иглы в ту или иную параллель [линий], начерченных на горизонтальной плоскости (задача эта была решена еще Бюффоном). Большинство задач подобного рода требует, однако, применения методов интегрального исчисления.

§ 62. Взаимодействие аксиом едино-раздельности и становления.

1. Достигнутая нами ступень числового становления имеет значение не только сама по себе, но она получает новое глубокое значение и в смысле взаимоотношения с предыдущей группой аксиом. Дело в том, что отвлеченно-диалектическое становление, математически специфицируемое в категорию непрерывности, будучи приложено к аксиомам предыдущей группы, впервые делает возможной разнообразную их модификацию — соответственно своей принципиальной алогичности, а предыдущие аксиомы едино-раздельности, будучи приложены к чистому алогизму непрерывности, впервые делают возможным получение различных новых оформлений уже из этого алогического материала непрерывности.

Остановимся сначала на воздействии, получаемом от аксиом непрерывности аксиомами едино-раздельности в арифметике.

2. а) Что касается *арифметических* аксиом едино-раздельности, то их видоизменение в зависимости от категории становления выясняется тотчас же, как мы вникнем в сущность становления, инобытийного, как мы знаем, в отношении идеального. Становление потому и есть становление, что оно есть выход смысла наружу, самоотчуждение смысла. Его мы поэтому называем еще алоги-

ческим. Алогичность в том и заключается, что она вносит вне-логический принцип. Так, например, идеальная структура *логически* предполагает категории различия, тождества, движения и пр. вида ⟨...⟩ привходит алогический принцип, то он может на любом моменте приостановить логическое следование категорий и, следовательно, взять их в какой угодно комбинации, в какой угодно несвязанности. С другой стороны, только если целиком проводить принцип становления, или непрерывности, можно поручиться, что все логически выведенные категории действительно имеют реальный смысл. Ибо может оказаться, что логически-то мы вывели их правильно, а реально они осуществляются частично и враздробь. Итак, категория непрерывности, примененная к категориям единораздельности, *впервые ставит вопрос об их реальном и совокупном действии*, впервые исследует формы осуществления всех категорий, из которых диалектически выросло число.

b) Имея это в виду, можно исследовать полученные нами до сих пор аксиомы. Скажем вообще, что результатом этого исследования должно явиться учение об арифметических *операциях*, *действиях*. Больше всего это понятно на аксиоме самотождественного различия (§ 25). Если эта аксиома гласит, что из всяких a и b составляется некое вполне определенное c, то в этом смысле она еще не была учением об арифметической операции сложения. Эта аксиома, если ее брать в строгом и собственном смысле слова, гласит только, что всякое число есть некая составленность из каких-нибудь единиц-элементов. Тут ставилось ударение на самой этой составленности, на ее результате, на c, а не на $a+b$. Чтобы сосредоточиться не на результате составленности, а на самом процессе этого составления, нужно мыслить себе некий алогический фон, на котором и развертывалась бы эта картина процесса составления, т.е. необходимо выдвижение на первый план момента *становления*. Поставивши акцент именно на становлении c, на самый процесс складывания $a+b$, мы и получаем категорию арифметического сложения (и, стало быть, вычитания).

Также можно было бы показать, что раздельное применение категории подвижного покоя дает операции умножения и деления, а применение на[22] категории определенности — операции возвышения в степень, извлечения корня и логарифмирования. Однако мы не будем тут производить этих дедукций, так как им посвящается в дальнейшем специальный отдел диалектики арифметики; и это было бы уже превращением аксиоматики в диалектику уже реального состава науки, чего следует избегать. Аксиоматика только дает, как мы говорили, перспективу на науку, а не самое содержание науки.

c) Однако уже тут мы видим, что приложение принципа непрерывности к аксиомам едино-раздельности дает нам в руки очень важное орудие. Прежде всего мы получаем возможность рассматривать полученные категории в их процессуальном становлении. Мы получаем возможность осуществлять каждую полученную категорию в ее изолированном виде, отвлекаясь от ее логической связи с другими категориями (потому-то становление и есть алогический принцип). Мы, наконец, впервые получаем возможность взять все их и вместе, в то время как раньше они только логически предполагали одна другую. В частности, не что иное, как именно принцип непрерывности и становления, дает возможность распространить законы ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности *на всю сферу* арифметических чисел. Раньше речь могла идти только о самих законах как таковых, теперь речь идет об их всеобщей приложимости, вытекающей из того только, что тут мы имеем дело вообще с арифметическим числом.

d) Впрочем, если гнаться за логической точностью и последовательностью, то, в сущности говоря, на рассматриваемой диалектической ступени мы еще не имеем права говорить о законах счета в полном объеме, хотя они уже выведены, и притом еще на предыдущей — едино-раздельной ступени. Дело в том, что вся едино-раздельная ступень есть ступень только идеального смысла, если под реальным понимать непрерывное или прерывное ее осуществление. Этим мы действительно вывели как арифметическое действие, так и законы счета (т. е. законы ассоциативный, коммутативный и дистрибутивный). Однако, согласно общему идеальному характеру сферы едино-раздельности, нужно считать, что там выведена только *категория* арифметического действия и *категория* законов счета. Теперь, когда мы стоим на базе непрерывности, мы можем превратить эту отвлеченную категорию действия и закона счета в реальные действие и счет. Реальное действие предстает перед нами в виде многочисленных арифметических операций. Однако представить себе тут же в развитой форме и законы счета как всеобще-значимые мы еще не можем, так как здесь мало одного принципа непрерывности. Ведь последний гласит только о непрерывном *следовании* и равномерном *развертывании* идеальной, едино-раздельной структуры, но еще ничего не говорит о *комбинирующих функциях* этой непрерывности. Для того чтобы складывать, умножать и пр., нужно только знать, что счет как идеальная значимость, т.е. попросту счет как перебегание по натуральному ряду чисел, зависит только от своих количественных заданий и что самая эта операция ровно ничего от себя не привносит в эти последние. Это только и содержится в арифметической аксиоме едино-раздельности, и это с привнесением принципа непрерывности разветвляется на отдельные типы арифметических операций. Когда же ставится вопрос о законах счета (в смысле ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности), то тут надо кроме этого еще быть уверенным, что не только самая операция не привнесет ничего нового в сравнении со своими количественными заданиями, но ничего нового не привнесет и тот *самый натуральный ряд чисел*, путем пробегания по которому вперед и назад мы осуществляем данную операцию. Позже (§ 65) мы увидим, что эта уверенность возникает только на основе аксиомы *конгруэнтности*, которая только впервые и обеспечивает полное и безразличное осуществление и использование в арифметике законов счета, которые, однако, в виде идеальной и отвлеченной структуры выведены уже на ступени едино-раздельности.

3. Далее, в *геометрии* мы получаем, очевидно, разные *фигуры*, образец выведения которых дан выше, в § 55. Если там была дана и общая дедукция фигуры, то здесь ввиду наличия реального континуума необходимо говорить уже об их осуществлении, в то время как прочие категории (конгруэнтности, метрики и пр.) в дальнейшем еще более специализируют у нас наше геометрическое построение.

4. В *теории множеств* соответственно мы находим учение об искомых операциях, которые, как это и должно быть, вполне специфичны, как специфичны и способы

построения геометрических фигур, хотя, в сущности, это есть только разная комбинация на основе непрерывности все так же основных категорий идеальной едино-раздельности.

a) Так что понимается в теории множеств под *сложением*? Это такая операция, в результате которой 1) каждый элемент из нового множества (=из суммы) принадлежит какому-нибудь из слагаемых множеств и 2) всякий элемент любого слагаемого множества принадлежит новому множеству. Сумма тут есть единственное вполне определенное множество. Надо строго различать множество самих слагаемых и множество их элементов. Элемент слагаемого есть элемент и суммы, но само слагаемое не есть элемент суммы, а только его *часть* (потому что одно множество есть часть другого, если все его элементы принадлежат к этому последнему). В связи с этим надо точнейшим образом себе уяснить, что множество ни в коем случае не есть сумма своих элементов. Представление о множестве как сумме возникает только при условии наличия слагаемых как *множеств*, так что сумма есть всегда сумма множеств, а не сумма элементов, или, иначе, множество есть сумма всех *любых* множеств из его элементов (особое множество — то, которое состоит только из одного элемента). При «нулевой инобытийности» арифметического числа эти свойства сложения не были так ярко выражены в арифметике. В теории же множеств, которая вся строится на идее специфического порядка, различие между элементом и частью обладает принципиальным значением даже в такой простейшей операции, как сложение. Категория *самотождественного различия* дана тут более выпукло потому, что она осуществлена на материале континуума, хотя континуум тут и вобран в само число и внутренно отождествлен с ним (что и породило собою, как мы знаем, самую категорию множества).

b) Еще яснее можно видеть осуществление категории *подвижного покоя*, именно — в т. н. *умножении*. В теории множеств *произведением* системы множеств называется множество таких элементов, из которых каждый принадлежит одному какому-нибудь множеству данной системы, а в каждом множестве данной системы есть один, и только один, элемент, входящий в это первое множество. Таким образом, здесь мы имеем в виду, собственно говоря, *взятие общей части*, потому что здесь берется множество тех элементов, которые являются *общими* для всех данных (перемножаемых) множеств. В то время как для сложения и вычитания достаточно было только растянуть все элементы слагаемых в одну, так сказать, линию (забывши, что такое множество каждого из таких слагаемых) и рассматривать полученные элементы как нечто целое и тем самым модифицировать категорию самотождественного различия с точки зрения непрерывности, здесь, в умножении, мы должны сначала *сравнивать* перемножаемые[23] множества, перебегая от одного к другому, с целью достигнуть успокоения, которое только тогда и может быть получено, если мы в результате этого сравнения получим нечто *общее*, одинаковое. И тогда, сколько бы мы ни бегали, мы будем бегать только, так сказать, в одном и том же круге, т. е. будем, в сущности, стоять на месте. Это-то и есть теоретико-множественное понимание «умножения».

5. *Теория вероятностей* также обладает рядом операций, которые в смысле отвлеченного принципа ничем не отличаются от категорий идеальной едино-раздельности, но которые по своему видоизменению в связи с принципом непрерывности приобретают ряд оригинальных черт, усиленных, конечно, кроме того, еще и своеобразием самой теории вероятностей. Тут мы имеем теорему *сложения* вероятностей: если событие $[A]$ состоит в поступлении одного из двух несовместимых фактов a и b, причем вероятность $a=p_1$ и вероятность $b=p_2$, то вероятность $A=p_1+p_2$. Тут мы имеем теорему *умножения* вероятностей, касающуюся уже *совместимых* событий: вероятность совмещения событий A и B равна произведению вероятности события A на вероятность, которую приобретает событие B, когда становится известным осуществление факта A. Некоторым осложнением тех же категорий является, например, понятие *математического ожидания*, равного алгебраической сумме произведений каждого возможного значения данной величины на его вероятность, причем для математических ожиданий существует также своя теорема сложения. Имеет полную реальность и *возведение* вероятности *в степень* (когда исчисляется вероятность осуществления определенного числа из рассматриваемых событий при указанном числе опытов). И т. д.