

повторить без изменения: «Если известно, что события  $A$  и  $A_1$  несовместимы между собой и, с другой стороны, события  $B$  и  $B_1$  также между собою несовместимы, причем  $вер. A = вер. B$  и  $вер. A_1 = вер. B_1$ , то вероятность факта  $C$ , заключающегося в наступлении события  $A$  или события  $A_1$ , равна вероятности факта  $C_1$ , заключающегося в наступлении  $B$  или  $B_1$ , т. е.  $вер. (A \text{ или } A_1) = вер. (B \text{ или } B_1)$ ».

Пусть для какой-нибудь категории лиц, вступающих в брак, вероятность овдоветь в течение трех лет равна вероятности получения из данной урны белого шара, а вероятность овдоветь после трех лет равна вероятности появления черного шара. Тогда вероятность овдоветь вообще равняется вероятности появления белого или черного шара. Разумеется, несовместимость события может быть какая угодно и отношения между отдельными вероятностями могут быть какие угодно. Всегда одна последовательность вероятностей будет конгруэнтна другой последовательности при условии тождества соответственных отдельных вероятностей.

*е) АКСИОМА ВЫРАЖЕНИЯ ИЛИ ПОНИМАНИЯ  
(ИЛИ АКСИОМА ВЫРАЗИТЕЛЬНОЙ ИЗМЕРИМОСТИ)*

**§ 69. Общий принцип выразительной измеримости.**

1. В § 35 была формулирована общая установка для математической аксиоматики в области выражения: число есть *выразительный* акт полагания. Там же выяснялась и сущность выражения или понимания. Сейчас мы кратко это повторим.

Бытие есть нечто. Это значит: оно имеет *смысл*. Ведь смысл и значит быть чем-то. Смысл бытия отличен от самого бытия, ибо бытие *имеет* смысл, но еще не есть самый смысл. Выражение же бытия не только не есть само бытие, но не есть смысл бытия. Смысл *выражается*, но *не есть само* выражение. Смысл может и не выражаться, и это не мешает ему существовать. Выражение предполагает, что есть нечто выражаемое, а «нечто» есть смысл. Следовательно, выражение в диалектическом смысле позже смысла, как и смысл диалектически позже, чем «бытие». В смысле, как таковом, [нет] ничего внутреннего или внешнего. Смысл просто есть. В сравнении

с бытием он есть позднейшее, но, когда он появился, он стал внутренним для бытия. В выражении же всегда есть нечто внешнее. Но это внешнее выражает смысл, а это значит, что оно делает его из внутреннего внешним. Выражение — синтез внутреннего и внешнего, тождество внутренней осмысленности и внешней явленности. Смысл обращен к своему осмысленному бытию, выражение же обращено к инобытию, к внешнему, оно выносит тайный смысл бытия наружу и делает его ясным и видимым всюду.

Смысл бытия уже предполагает инобытие. Но оно еще не целиком вошло в него. Смысл бытия еще не вобрал в себя всего выраженного своего инобытия. А это необходимо, так как смысл бытия, раз уж он появился, должен охватить все возможные судьбы этого бытия. Формулируя выше разные диалектические этапы «измерения» (§ 66.2, ср. также рассуждение о диалектике перехода от аффинной геометрии к метрической, § 63.3e), мы уже столкнулись с проблемой выражения. Именно: эйдос сам по себе есть только вообразительно данный смысл, но еще не есть выражение; выражение же начинает диалектически жить только с момента появления абсолютно внеэйдетического бытия, абсолютно внесмыслового, инобытийно становящегося. Как же нарастает эта выразительность по мере дальнейшего диалектического продвижения и усложнения эйдоса?

Первые два этапа этой выразительности, зародышевых этапа, мы уже имели; это конгруэнция *непрерывности* и конгруэнция *конгруэнтности*. Первая из этих позиций (давшая нам первоначальную теорию групп, наибообщую метрическую геометрию и первое наибообщезмеримое множество) только еще начинает некое общение с абсолютным инобытием. Идеальное число, числовой первообраз (конструированный при помощи принципов едино-раздельности) впервые здесь *предполагает* инобытие как некую самостоятельную сферу. Тут еще далеко до полного синтезирования числа с его абсолютным инобытием. Но важно, что здесь число *постулирует* бытие этого инобытия, в то время как чистый эйдос даже его и не постулировал. Постулирование чего-то как отличного от себя есть первый этап объединения с ним.

Вторая из упомянутых позиций (как мы разъясняем в § 66.2), позиция конгруэнтности (давшая нам правила счета, Паскалеву и непаскалеву геометрию, и «аксиому

выбора», и «аксиому о несовместимых событиях»), синтезирует идеальное число, или числовой эйдос, с его инобытием гораздо ближе, глубже и интимнее. Если на стадии непрерывности внешнее инобытие входило в идеальное число только по своему смыслу, то сейчас оно входит уже и по своей субстанции, так что эйдос уже перестал быть бесплотным смыслом, но получил, так сказать, свое *тело*, стал *фактом*. Раньше он не был фактом. Он был только эйдосом, или смыслом, и всякое инобытие он мог вмещать в себя только смысловым же образом. Теперь он *субстанциально* отождествляется с инобытием, и так как инобытие смысла есть именно материал, тело, то смысл теперь и получает от инобытия тело, которое отныне становится его собственным телом, и тем самым превращает[ся] в самостоятельный факт. Итак, тело как *ставшее*, число как факт есть субстанциальное тождество становящегося смысла и его инобытия. Но и тут мы сталкиваемся только с примитивными зародышами выразительности.

Дело в том, что на стадии наличного бытия, или ставшего, числовой эйдос хотя и вместил в себя инобытие по его субстанции, но он все же остался замкнутым в себе. По существу, чистый смысл как раньше был дан сам по себе, без всякой связи с внешним, так остался он и теперь, с тем единственным различием, что он получил тело и стал фактом. Разумеется, уже одно это немного приблизило его к внешности, но это приближение — фактическое, а не оформленно-выявленное. Если смысл стал *фактом*, то это и значит, что он стал ближе к действительности *фактически*. Но ведь смысл и есть всегда смысл; и если он стал фактом, то не для того, чтобы перестать быть смыслом (и, следовательно, обесмыслиться), но чтобы стать смыслом *своего факта*. Раньше он был смысл просто, смысл идеального бытия. Теперь он стал фактом, т. е. стал смыслом своей *фактической судьбы*. Но для этого мало одного факта, одной наличности бытия. Для этого нужно, чтобы ставшее, факт, *уже* будучи таковым, т. е. *уже вместивши* в себя инобытие субстанциально, начало вмещать в себя *еще новое* инобытие.

Но что значит для *факта* вмещать инобытие? Когда смысл вбирает в себя свое инобытие, он внутренне разделяется, различается, становится раздельным, превращается

в координированную раздельность. Когда же *факт* вбирает в себя свое инобытие, он внутренне раскалывается, дробится, множится, растягивается и сжимается, делается компактным или пористым и т. д., т. е. претерпевает некую свою жизненную судьбу. Если чистый смысл превратился в смысл своего факта, или существования, то он являет собою все эти судьбы своего фактического деформирования. Это-го и значит, что он стал *выразительным смыслом*. Это же значит также и то, что он стал не просто мыслимым смыслом (как раньше), но и *пошмаемым*.

2. Как же подойти теперь к этой новой категории с точки зрения математической аксиоматики?

Инобытие потому и есть инобытие смысла, что оно, как таковое, никакого смысла в себе не содержит и вполне алогично. Входя в тождество со смыслом, оно распределяется, разливается, распластывается по структуре смысла, сплошно заполняет ее. Это значит, что оно переводится, так сказать, на язык смысла. Но если выразиться математически, т. е. рассуждать об алогизме инобытия в отношении к *числу*, то упомянутое отождествление окажется не чем иным, как *измериванием* числа. Число измеряется мерой, инобытийной к себе. Измерение и предполагает, с одной стороны, инобытийный материал, из которого сделана мера, а с другой — совпадение (полное или приближенное) этого размеренного материала с измеряемым предметом. Некоторым измерением числа, минуя внутренне-эйдетическое инобытие, было уже превращение его из чистого числа в становящееся, что и заставило нас заговорить в § 66.2 о метрической геометрии. Но там измерение свелось просто к гипостазированию идеального числа без привлечения всякого другого инобытия. «Меряли» мы и на стадии конгруэнтности, ограничившись измерением, адекватным измеряемой структуре. Теперь мы столкнулись лицом к лицу с новым абсолютным инобытием, которое может и быть, может и не быть адекватной мерой для числа, так как теперь речь идет о *самом факте* числа, о дроблении не содержания числа (когда оно, например, из целого становится дробным), но о дроблении самого факта числа, т. е. о напряженности *самой категории* числа. Следовательно, новое измерение числа и пространства покажет нам, насколько сохраняется самое понятие числа, величины фигуры и т. д. В отношении, например, геометрии мы будем

говорить не о различиях в пространстве (отличие прямой от кривой, точки от линии, подобия от перспективы и пр.), но о различиях *самого пространства*, о различиях в структуре *самого* пространства, так что речь пойдет о кривизне не в пространстве, но о кривизне *самого* пространства. Это и значит, что мы перешли к *выразительной измеримости*.

### § 70. Аксиома выражения в арифметике.

В предыдущем выразительная измеримость уже назревала: мы получили категорию арифметического действия (§ 62.2), последовательности арифметических действий (§ 63.1) и внутреннего строения этих действий (§ 65.2). Внутреннее становление числа, т. е. его внутренняя измеримость, т. е. арифметическое действие, отныне должно выявиться вовне, чтобы стать выражением. Но проявиться вовне оно может только тогда, когда оно перестанет быть изолированным и единичным арифметическим фактом и превратится в осмысливающее начало для некоего внешнего становления. Ведь выражение и есть смысловым образом наполненное становление. Другими словами, последовательность действий, которая на стадии простого и чистого становления была лишь системой преобразований, теперь [приобретает] самодовлеющее значение — в виде определенного ряда или рядов чисел, структура которых и будет определяться теми или иными действиями. Мы получим арифметические *ряды* или вообще арифметические комбинации чисел, законом построения каковых рядов и комбинаций будет то или иное действие или совокупность действий. Отсюда и аксиома.

Аксиома выражения в арифметике: **арифметический [ряд] основан на тождестве внутренне-внешних направлений самого становления. Или: существует то усложнение арифметического действия, которое основано на том, что ряды чисел подчиняются в своей структуре тому или иному арифметическому действию или их системе.**

2. а) В отделе арифметики мы увидим, что сюда относятся т. н. *модули*, или ряды чисел, подчиненные действиям сложения или вычитания, *кольца* — с действиями сложения, вычитания и умножения и *поля*, или тела, — с четырьмя основными арифметическими действиями. Особую область составляют т. н. *группы* с более широким законом объединения элементов, чем те или иные