

На точках пространства, может быть, яснее, чем на других математических образах, демонстрируется диалектическая сущность числового выражения вообще. Кривые второго порядка, явившись пра-символом соответствующей структуры пространства, суть наилучшие образы выразительной силы числа вообще. Сферически мы пребываем в ровном и блаженном самодовлении, не нуждаясь ни в каком инобытии, в спокойном обладании бесконечность [ю]; параболически мы устремляемся в неведомую мглу бесконечности и теряем память о себе и, значит, о всем ином; гиперболически мы строим великую крепость из материалов самой инобытийной бесконечности, что и приводит нас к воспоминанию об утерянной власти над бесконечностью, хотя оно тут пока еще бессильно, а власть эта только еще зрится здесь, но не осуществляется; и, наконец, эллиптически мы вновь завоевываем потерянную бесконечность, и она отныне равномерно плещет перед нами в твердых и обозримо-конечных берегах.

§ 72. Аксиома выражения в теории множеств.

1. После дедукции выразительной измеримости в геометрии нет нужды доказывать, что выразительная измеримость должна быть присуща и множеству. Метризация множеств, однако, во многих отношениях гораздо гибче и тоньше, так как пространственный материал геометрии все еще достаточно тяжел и неповоротлив. Мы не станем здесь излагать подробное исследование по метризации множеств, хотя это является весьма тонкой и увлекательной темой. Я здесь ограничусь только ссылкой на литературу⁶⁰. Дальнейшее же будет посвящено, так сказать, евклидовским построениям в области теории множеств.

2. а) Выше (§ 70) было указано, что для характеристики сферы числового выражения имеет завершающее значение выразительная проработка всей числовой сферы как таковой, минуя всякие различия внутри нее самой. Там же было указано, что такая точка зрения удобнее всего может быть проведена сразу в отношении арифметического числа и множества. К этому и необходимо перейти сейчас. Разумеется, и для прочих математических наук это должно иметь основоположное значение. В отношении геометрии, например, мы уже столкнулись с различием конечных и бесконечных элементов (§ [71]);

это различие было уже использовано нами, хотя самые эти категории только теперь должны стать непосредственным предметом философской рефлексии. Типы бесконечности, рассмотренные в § 71, также суть внутренне анализируемые структуры, но и там не ставился вопрос о самой категории конечного и бесконечного. Наконец, в предыдущем мы, конечно, и вообще много раз оперировали этими понятиями без всякого их анализа, поскольку они еще не были полагаемы как таковые. Вся сфера становления, например, связана с проблемой конечного и бесконечного. Но и она еще пока не требовала непосредственного анализа этой проблемы. Вот к этой последней и надлежит нам теперь перейти.

б) Итак, нами получено число во всем своем логическом завершении. Его едино-раздельная упорядоченная определенность дала нам возможность оперировать с ним как с абсолютно устойчивой структурой, а его становление привело нас к разнообразным числовым операциям, точные законы которых также получили для нас необходимое диалектическое обоснование. Теперь мы забываем все внутренние различия числа, обозначая их одним и по возможности наиболее широким термином. Это для нас просто определенность числа как такового, или, иначе, выразительно-числовая определенность. Спросим себя: куда же пойдет число дальше? Ведь дальше уже начинается вне-числовая сфера, т. е. сфера даже вообще не количества, а, например, качества или какой-нибудь другой категории, смотря по выбору той или иной диалектической системы. Но мы не можем переходить в эту вне-числовую сферу, не покидая исследуемой нами математической области вообще. Как же в таком случае мы могли бы в целях еще большей конкретизации понятия числа и множества привлечь и это вне-числовое бытие?

с) Способ такого привлечения нам хорошо известен. Это способ выразительных форм. Выражение как раз дает возможность смотреть на вещь извне и таким образом учитывать ее внешний антураж, но в то же время оно отнесено только к самой же вещи и ни к чему другому. Итак, на числе и множестве должно почтить вне-числовое качество. Но какое же именно это качество? Поскольку число есть внутренне равнодушная сама к себе определенность, исключаяющая всякое вне-

числовое качество, постольку необходимо думать, что никакая специфическая качественность здесь неприменима. Но тогда это значит, что к числу применима качественность вообще, качество как отвлеченная категория, другими словами, потенция качеств, принципиальная возможность получить то или иное вне-числовое существование. Иначе говоря, число, или множество, *заново осуществляется, но осуществляется во вне-числовой среде*. А это и оказывается источником ряда дальнейших весьма важных и даже основоположных математических категорий.

3. а) Рассмотрим способы этого осуществления, или полагания, числа во вне-числовой среде. До сих пор мы находили в числе только специфическую определенность, которую мы выше назвали выразительно-числовой определенностью. Что теперь будет с нею делаться, если мы ее заново станем полагать, но полагать уже во вне-числовой среде, так как всякая иная среда уже нами использована для конструирования самого числа?

Полагаем числовую определенность в чистом виде. Мы ничего к ней не прибавляем и ничего от нее не отнимаем. Мы просто полагаем ее как таковую во вне-числовом инобытии и — смотрим, что из этого получается. Получается то, что называется *конечным* числом и *конечным* множеством. В самом деле, что нужно для наличия конечного числа? Если оно конечно, оно имеет конец, т. е. свою определенную границу. А если оно имеет границу, оно, во-первых, твердо сопротивляется всякому уходу за эту границу, так что всякий уход за эту границу есть уже нарушение самого принципа конечности. А во-вторых, наличие границы неуклонно ведет к возможности дробления внутри того, что обладает этой границей, ибо ограничить — это диалектически и значит превратить в дробимое. Другими словами, конечность есть не что иное, как вне-числовая определенность, но только определенность, взятая в чистом виде, т. е. в своем *бытии*, в своем *принципе*. Это есть просто едино-раздельность, но не та идеальная, при помощи которой впервые только еще производилось отличие одной единицы от другой в пределах данного числа, но та едино-раздельность, которая перешла во вне-числовую данность, где она и осуществилась как таковая, т. е. осуществилась в своем принципе, так что число «три» или «четыре» отныне для

нас оказывается не просто результатом различения и отождествления в определенном порядке следуемых единиц, т. е. не просто результатом счета, но результатом фиксирования данного числа *извне*, результатом того, что это число твердо положено вне себя и что ему дальше некуда двигаться (так как все дальнейшее есть уже вообще не число, но — вне-числовая область). Все числа, обладающие таким свойством, являются уже не просто едино-раздельными, но и *конечными*.

б) Математики много рассуждают о конечных величинах. Некоторые даже прикидываются, что они совершенно не знают, что такое бесконечность, и утверждают, что им известны только конечные величины. Однако еще, кажется, ни один математик не дал определения того, что же такое конечность по своему существу. Более или менее определенное понятие конечного может быть дано только вместе с категориями бесконечного, и к этому мы перейдем сейчас же. Но здесь пока необходимо отметить, что единственная область, где можно искать определение конечности, — это область вне-числового и, даже шире, вне-смыслового бытия. *О чистом смысле нельзя сказать, конечен ли он или бесконечен. И о числах, взятых самих по себе, совершенно нельзя сказать, конечны ли они или бесконечны.* Возьмем число «два». Профану кажется, что это есть конечное число. Оно, конечно, *может* быть конечным числом и в качестве такового обычно и принимается. Но тут у математиков немного слабеет память, и они забывают свое же собственное утверждение, что если «два» рассматривать как предел некоей переменной величины (начиная, например, хотя бы с той же единицы), то эта переменная может приближаться к своему пределу как угодно близко, никогда не сливаясь с ним целиком. Другими словами, от единицы до двойки залегает та же самая непроходимая бездна, что и в тех предметах, которые обозначаются математическими значками ∞ и ω . Скажут, что это уже другой подход к двойке. Но я как раз и утверждаю, что суждение о конечности или бесконечности двойки зависит от подхода, от точки зрения, и что сама двойка по себе не есть ни только конечное, ни только бесконечное.

с) Итак, в чем же сущность конечного? Только переход во *вне-числовую область*, в область, так сказать, вещественную, материальную, физическую, впервые

создает категорию конечного. Но мы не можем в математике говорить о физическом просто. Надо, чтобы это физическое было понято математически и, главное, диалектически. Всмотримся, в чем же сущность этого физического. Ясно, что ни белое, ни черное, ни мягкое, ни твердое и никакое физическое качество тут не имеется в виду. Ясно, что ни отдельная физическая вещь и ни все вещи вместе тоже не имеются здесь в виду. Значит, остается только самый принцип физического, или материального, вообще, т. е. просто факт, наличие, осуществление, воплощение числового бытия, когда отброшено все остальное, т. е. все конкретные свойства этого воплощения. Важно понимать двойку не просто как некий чистый смысл, как отвлеченно-идеальную едино-раздельность, как смысловую определенность вообще (т. е. как составленность из двух единиц), но именно *как вещь*, — и вот тогда она становится для нас конечной величиной. А под вещью здесь понимается, как сказано, не вещь во всей своей чувственной конкретности, но вещь в своем первичном бытии, вещь как просто вне-числовое бытие, отбрасывая всякие вопросы о том, какое именно это вне-числовое бытие.

d) Выше (§ []) различалось инобытие внутри смысла и инобытие вне смысла. Внутреннее инобытие смысла и есть не что иное, как принцип его раздельности. Внешнее же инобытие смысла есть полная его противоположность, оно есть становление, т. е. раздробление и разрушение смысла, принцип случайности его существования. И когда мы говорим о конечном бытии, мы имеем в виду как раз это второе инобытие, потому что первое инобытие уже было использовано нами для проведения дифференций внутри самой сферы числа. Если мы спросим, почему тройка есть тройка, то для ответа на этот вопрос достаточно фиксировать в ней три полагания и тем отличить от всех соседних и всех вообще чисел. Тройка есть тройка потому, что она не нуль, не единица, не двойка, не четверка и т. д.; она выделена из всех чисел тремя актами полагания, в ней содержащимися. Но если мы спросим, почему тройка есть *конечное* число, то тут уже нельзя ответить указанием на то, что тут три акта полагания. Если тройка оказывается конечным числом потому, что в ней три единицы, то тогда четверка не есть конечное число, потому что в ней содержится не три

единицы; и вообще тогда из всех «конечных» чисел только тройка будет конечным числом, потому что никакое другое число не есть тройка. Следовательно, тройка есть конечное число вовсе не потому, что она отличается от единицы, двойки, четверки и т. д. Но тогда почему же тройка есть конечное число? Конечно она потому, что мы ее понимаем здесь *как вещь*, как материальную вещь, отличая ее уже не от идеально-абстрактных единиц, двоек и четверок, но от других вещей материального мира⁶¹, от этого стола, стула и пр. Однако материальность тут нужна только с одной — правда, самой существенной своей — стороны, а именно с точки зрения принципа физического бытия, воплощения, с точки зрения принципа реальности. Идеальная едино-раздельная определенность, сама по себе чуждая всяких категорий конечности и бесконечности, становится конечной определенностью, или просто конечностью, как только начинает мыслиться реально. Конечность есть определенность, ставшая реальным фактом. Правда, идеальная определенность была не чем иным, как именно результатом счисления данного количества единиц, т. е. она есть не что иное, как просто едино-раздельность. Поэтому конечность более точно можно определить в виде *вне-числовой определенности, данной как едино-раздельное бытие*.

е) Все эти диалектические рассуждения о конечности числа нужно понимать (как и все в диалектике) максимально просто. Приведем житейскую аналогию. Может ли быть пиджак черного цвета, не будучи пиджаком вообще? Конечно, нет. Есть ли черный цвет для пиджака что-нибудь существенное? Конечно, нет. Но ведь черный цвет как-то оформляет и определяет пиджак? Несомненно. Но тогда получается, что пиджак имеет вне-пиджачное определение. Раз черный цвет есть вполне самостоятельный предмет, по существу не имеющий ничего общего с пиджаком, то, следовательно, чернота пиджака есть его вне-пиджачное определение. Чтобы говорить о черном цвете пиджака, надо уже знать, что такое пиджак, надо иметь его понятие, его смысл, его структурную идею, ибо иначе к чему же будет относиться прилагательное «черный»?

Точно то же самое мы имеем и в определениях числа как конечного, бесконечного, трансфинитного и т. д. Все эти определения уже предполагают, что

имеется законченная идея числа. Ее мы и рассматривали в до-выразительных аксиомах. Сейчас же идет речь о вне-числовых определениях числа, *по существу своему не имеющих никакого отношения к самому числу*, ибо конечным и бесконечным может быть и не только число, как все равно и черный цвет может быть свойствен не только пиджаку.

4. а) Но, выйдя за пределы чисто числовой сферы и перейдя в область вне-числовых категорий, мы сразу видим, что конечностью все далеко не исчерпывается и что конечность есть только первая категория, с которой мы сталкиваемся во *вне-числовой сфере*. Простейший, но совершенно неумолимый закон диалектики гласит, что если есть что-нибудь одно, то есть и что-нибудь иное. Если есть вне-числовая определенность, данная как едино-раздельность, т [о] е [сть] она [же], данная как множественно-безразличное, как безразличная множественность. Мы хорошо знаем, что здесь нас подстерегает категория становления.

Тут все различное слилось в неразличимое, но эта неразличимость не дана тут сама по себе (так как в этом случае она слилась бы в неподвижную точку и, следовательно, стала бы принципом различимости, раздельности), но дана она действительно как все иное и иное, т. е. как процесс, как сплошное изменение. Вне-числовая определенность перешла в сплошную и неразличимую изменчивость, утерявши устойчивость едино-раздельной структуры. Это не значит, что последняя исчезла совсем. Если бы она исчезла совсем, то сплошная текучесть оказалась бы таким бытием, о котором ровно ничего сказать нельзя (так как всякое слово, отнесенное к бытию, уже предполагает в нем ту или иную едино-раздельную осмысленность). Но эта структура дана здесь не непосредственно, как в конечном бытии, а дана как задание, как метод, как недостижимый идеал. Опять-таки это не значит, что едино-раздельная структура тут не дана никак. Она дана лишь как закон этой сплошной текучести, как метод этого алогического становления. Само становление нигде не кончается, и оно нигде не может кончиться, так как это противоречило бы самому понятию становления; становление потому и есть становление, что оно является инобытием и отрицанием едино-раздельности и вовне, и внутри себя. Но, нигде не кончаясь, становле-

ние может иметь ту или иную структуру, а конкретное становление и должно ее иметь. Конкретное же становление есть необходимо становление конкретного, т. е. в каждый момент становления мы должны знать, что именно становится, чего оно достигает и чего уже достигло.

б) То неизменное, что есть в сплошно меняющемся алогическом становлении, есть его *предел*. В этот предел и превратилась та конечность, которая раньше была предметом непосредственной рефлексии, а сейчас удалена с нашего поля зрения, и только следы ее мы замечаем в течение всего процесса алогического становления.

Возьмем этот новый тип вне-числовой определенности в его наивозможно чистом виде. Когда мы идем от одного конечного числа к другому, то алогическое становление будет фиксироваться нами вместе с теми конечными величинами, в отношении которых оно осуществляется. Возьмем в качестве предела такого становления *нуль*, чтобы наблюдать это становление в самом его зародыше, в том его чистом виде, когда оно осуществляется в минимальной форме, когда оно только еще начинается. Чем ближе мы станем подходить к нулю в своем алогическом становлении, тем все более и более примитивные формы этого становления мы станем наблюдать. То же самое соответственно можно сказать и о бесконечности как пределе алогического становления (хотя покамест мы еще не получили категории бесконечности).

Ясно, что здесь мы сталкиваемся с понятиями *бесконечно-малого* и *бесконечно-большого*. В математике бесконечно-малым и называется переменная величина, имеющая своим пределом нуль. Но переменная величина x стремится к пределу и тогда, когда ⁶² абсолютная величина разности $x - a$ будет меньше положительного числа ϵ , как бы мало это последнее ни было. Следовательно, бесконечно-малое есть такая величина, которая все время стремится к нулю, делаясь меньше любой заданной величины и не будучи в состоянии когда-нибудь слиться с этим нулем. (Соответственно бесконечно-большое может быть определено как величина, обратная бесконечно-малому.)

с) Бесконечно-малое есть уже новая форма вне-числовой определенности, мало похожая на конечную определенность. В диалектическом смысле оно есть прямая антитеза конечности, являясь не только инобытием ее

вообще, но именно *алогическим ее становлением*. *Бесконечно-малое есть вне-числовая определенность, данная как алогическое становление*. Это и есть синтез конечности и ее инобытия, но не синтез вообще, а очень специфический синтез, именно тот первейший синтез, когда инобытие взято во всей своей иррациональной текучести и когда ее предел по своей субстанции находится на недостаточной высоте по сравнению с нею.

Итак, философская сущность бесконечно-малых есть не что иное, как чистое алогическое становление.

5. Не мы виной того, что становление может мыслиться остановившимся. Ведь можно же, идя по улице, в конце концов где-нибудь остановиться. Я думаю, этой возможности нельзя отрицать, не будучи психически больным. Но если остановиться можно, то сейчас же бесконечно-малое и бесконечно-большое преподносят нам сюрприз, которому многие математики не обрадуются.

а) Именно, когда остановилось бесконечно-большое, это значит, что предел, бывший на необъятном от него расстоянии, уже достигнут, т. е. само алогическое становление оказывается одновременно и идеальной устойчивостью. Тут тоже синтез конечности с ее инобытием, но синтез уже дальнейший, второй, когда чистый алогизм отождествился с едино-раздельным идеальным не в порядке примата чистого алогизма, но в порядке примата идеального едино-раздельного. Это и есть, вообще говоря, *трансфинитное* число.

От бесконечно-большого оно отличается устойчивостью, идеальной законченностью, которая в то же время нисколько не удерживает реального потока становления. Когда мы обозначаем мощность первого трансфинитного числа через «алеф-прим» («алеф-нуль» — мощность конечных тел), то этот алеф-прим есть синтез как раз той самой устойчивости, которая характерна для конечного числа (и того постоянного становления, которое мы находили в бесконечно-большом). Все эти т. н. числа II класса имеют один и тот же алеф — мощность счетного множества. Этот алеф коренным образом отличается от алефа-нуля, потому что каждое конечное число имеет непосредственно ему предшествующее (кроме нуля), наименьшее же из чисел II класса, ω , хотя ему и предшествует сколько угодно других (конечных) чисел, все же не

имеет непосредственно предыдущего. В этом отношении первое трансфинитное число уподобляется нулю в области конечных чисел. Существуют и числа II класса, отличные от ω и не имеющие первого предыдущего. С одной стороны, среди чисел II класса нет наибольшего. С другой стороны, существует Ω — наименьшее число III класса, так что все числа, меньшие Ω , суть числа II класса. Это объясняется тем, что всякое число II класса может быть рассматриваемо как предел некоей последовательности возрастающих чисел.

b) Таким образом, трансфинитное число антиномично в двух отношениях. Оно не имеет непосредственно предыдущего, так как между ним и конечным числом — разрыв, прыжок, хотя в то же время оно само вполне обладает конечной определенностью, так как выразимо конечным числом слоев (а именно: счетное множество есть множество всех чисел натурального ряда). С другой стороны, оно не имеет наибольшего элемента, хотя в то же время всякое трансфинитное число II класса меньше Ω . Все это сводится к тому, что первое трансфинитное число ω , с одной стороны, есть первое следующее за множеством всех конечных чисел, а с другой стороны, конечные числа не имеют наибольшего числа и, следовательно, не может существовать и первого за наибольшим. Или еще проще: не существует никакого наибольшего числа (ибо всякое число можно увеличить) и существует наибольшее число (когда берутся все числа натурального ряда). В трансфинитном числе сразу дана и идеальная определенность, и устойчивость числа, и его алогическая неисчерпаемость. Можно сколько угодно увеличивать ω , прибавляя единицу за единицей, и от этого она несколько не увеличивается, потому что этому ω свойственна идеальная определенность, вполне тождественная с той, которая была формулирована у нас в аксиомах едино-раздельности, а эта определенность — вполне вне всяких категорий конечности и бесконечности, ее нельзя ни увеличивать и ни уменьшать, и даже самые эти операции в отношении ее бессмысленны. Но с другой стороны, мы этот процесс прикладывания все новых и новых единиц, несомненно, производим в реальности, потому что то же самое действие $\omega + 1 = \omega$, которое бессмысленно с точки зрения первого слагаемого, ω , вполне осмысленно относительно второго слагаемого, 1, потому

что как-никак, $\langle \dots \rangle$ а это I исчезает в ω как в некоей бездне, каковое исчезновение нужно считать событием очень большой важности.

Итак, *трансфинитное число* (II класса), или т. н. актуальная бесконечность, есть *вне-числовая определенность*, данная как *наличное бытие* (как ставшее).

6. Переходим к самой интересной, но в то же время и к самой трудной выразительной форме числа и множества, это к той, когда вне-числовая определенность сама становится выражением. В общей сфере числового выражения мы нашли свое бытие (конечность), свое инобытие (бесконечно-большое и бесконечно-малое) и свое ставшее бытие (трансфинитное число). Теперь мы переходим к *выражению* в сфере этого выражения. Из предыдущего можно припомнить, что на эту область мы уже натыкались не раз, хотя только сейчас наступило время для ее непосредственного анализа. Это первое трансфинитное число III класса, или Ω , которое в дедукции основных категорий теоретико-множественного упорядочивания (§ [5]2.4e) и становления (§ 61.3) предстало перед нами как *континуум*. Раньше мы наталкивались на это понятие потому, что всякую до-выразительную теоретико-множественную категорию мы старались представить максимально конкретно и потому доводили ее до выразительной формы, а тем самым и до континуума. Теперь же мы рассматриваем *само числовое выражение*; и если в области этого выражения мы перебрали все более абстрактные категории, дойдя до выражения самого числового выражения, то это значит, что континуум только сейчас подпадает под нашу непосредственную диалектическую рефлексию, превращаясь из завершающего и потому периферийного момента в центральный, в субстанциональный, в непосредственно предлежащий.

а) Что такое континуум? Уже давно прошло то время, когда континуум представлялся чем-то простым, ясным, очевидным, чем-то совершенно неразложимым. Правда, для нас это не должно значить, что континуум должен быть просто разложен на взаимно изолированные моменты, и больше ничего. Такая механическая атомистика тоже не может удовлетворить современному философскому содержанию. Однако мы все же должны как-то формулировать структуру континуума, и эта формулировка представляет огромные трудности.

б) Прежде всего мы должны выполнить одно обязательное условие: континуум в нашем определении должен остаться самим собою, т. е. прежде всего он должен не потерять своей равно расстилающейся непрерывности и не рассыпаться на бездну точек, как бы они близки ни были одна к другой. Изначальная, совершенно примитивная *интуиция* континуума, ясная уже ребенку, должна и для нас стать путеводным маяком: *континуум не имеет никаких разрывов* или дыр; мы их не видим; континуум есть непрерывная, равномерно растекающаяся сплошность. И вот этого-то и нельзя никогда терять из виду.

Если мы не погрешим против этой исходной интуиции, то все остальные разделения и подразделения, вся эта атомистика точек уже не будет для нас страшной. Вполне естественно, что математика хочет составить континуум из точек. В этом еще нет ничего худого. Ведь математика есть наука, а всякая наука есть более или менее абстрактное знание, которое, конечно, никогда не может ухватить непосредственную жизненную вещь целиком и не должно к этому стремиться. Вопрос не в том, чтобы целиком отображать вещь (тогда наука вполне могла бы заменить живого человека и ему больше уже никакого не осталось бы места на земле), а вопрос в том, чтобы отобразить вещь в точном соответствии с той позицией, на которой стоит данная наука. К континууму можно подойти физически; и физик должен суметь формулировать его в своих физических терминах. К континууму можно подойти геометрически и теоретико-множественно. К континууму можно подойти оптически, художественно-искусствоведчески. К нему же можно подойти и философски; и, как мы знаем, это будет значить, что мы должны вскрыть ту диалектическую взаимосвязь категорий, без которой не может осуществиться самое понятие континуума. Математика даст нам материал, а философия этот материал осознает. Поэтому нечего страшиться того, что в мысли приходится разлагать неразложимое. Если мы, разложивши неразложимое на составные элементы, вновь показываем, как воскресает на этих последних само неразложимое, то тут не только нет ничего страшного, но это только и есть единственная возможность рассуждать о предмете философски. Напрасно Вейль причитывает, что континуум-де вообще никогда не удастся подвергнуть полному анализу на том основании, что он

есть непосредственно данная неразличимая сплошность. Вся жизнь и все бытие таковы, но это нисколько не мешает никому философствовать о том и о другом. Важно, чтобы явление жизни отразилось в данной абстрактной области так, чтобы структура этой последней адекватно ей соответствовала; но невозможно протестовать против того, что абстрактная структура абстрактна.

с) Еще одна установка должна быть у нас руководящей. Под влиянием идеи бесконечно-малых континуум легко можно трактовать как некий логический или математический инструмент для каких-нибудь иных целей. Но рассуждение о континууме не должно быть для нас только аналитическим аппаратом, подобно тому как мы рассуждали в анализе о непрерывности, с тем чтобы сейчас же применить это понятие для дифференцирования или интегрирования функций. Континуум есть для нас вполне самостоятельный предмет, сущность которого мы вскрываем. Он существует не для чего-нибудь, а сам по себе; и если в нем есть это «для чего-нибудь», то оно берется не для того, чтобы найти это «что», для которого оно существует, но самое это «для чего-нибудь» берется здесь как непосредственный предмет рефлексии. Поскольку имеется здесь смысловая сущность континуума, Гуссерль сказал бы, что континуум здесь оказывается идеальным предметом. Но нам нет нужды употреблять эту терминологию, потому что мы можем заменить ее и гораздо более близкой к математике.

д) Именно, мы уже использовали такое «идеирование», когда от инфинитезимального бесконечно-большого перешли к трансфинитному. Очень хорошо инфинитезимальные категории иные обозначают вслед за Кантором как потенциальные. Действительно, то бесконечно-малое и бесконечно-большое, с которым оперирует классический анализ, построено чисто процессуально, и притом алогически процессуально. Тут нет ни одного момента, который был бы положен и пребывал. В тот самый момент, когда мы что-нибудь здесь полагаем, это полагаемое и снимается, уходя в прошлое, и мы о нем забываем. Бесконечно-малое есть именно эта вечно скользящая сплошность и текучесть, в которой каждый момент снимает сам себя, отождествляясь с другим, который тут же в свою очередь снимает сам себя, отождествляясь с третьим, и т. д. и т. д. Это в полном смысле слова *потенциальная* бесконечность.

Совсем противоположно ей то бесконечное, которое *покоится* в себе, будучи раз навсегда отождествленной со своей идеей, никогда не подвижной и никогда не изменной. Тут не ищется чего-то а priori недостижимого, но оно уже дано; то, что стремится к пределу, тождественно здесь с самим пределом. Это *актуальная* бесконечность. Ясно, что только в актуальном виде бесконечность стала для нас чем-то определенным, стала, скажем, идеальным предметом, в то время как потенциальная бесконечность имела свою определенность вне себя, поскольку она никогда не могла достигнуть своего предела. Трансфинитное число имеет свою определенность внутри себя, а не вне себя; для его распознавания не нужно фиксировать какой-то его предел, т. е. определяющую его идею, которая была бы вне его.

Результатом этого является то, что над трансфинитным числом, в сущности говоря, невозможно производить никакие действия. Ведь бесконечность — это же и есть все, что только существует: можно ли к ней что-нибудь прибавить или можно ли ее как-нибудь уменьшить? Сущность

операций $\omega \pm N = \omega \cdot N = \frac{\omega}{N} = \omega^{N^N} = N \sqrt{\omega} = \omega$, где N — любое

конечное число, в том только и заключается, что трансфинитное число ω не позволяет никаких над собой конечных операций. Актуальная бесконечность неподвижна, неизменна; она есть абсолютное постоянство самособранности, в самом своем корне исключая всякую конечную раздробленность, текучесть, слабость и [не]постоянство.

Итак, с полным правом мы можем сказать, что трансфинитное число и есть та бесконечность, которая свою идею содержит сама в себе, а не вне себя и которая потому, несмотря на мнимую составленность из вечно дробящейся конечности, есть в полном смысле слова *идеальный предмет* в смысле Гуссерля. Заметим, однако, что если брать терминологию идеалистов, то найдутся термины и гораздо более выразительные. Так, поскольку трансфинитное число как раз то и обозначает, то и проявляет, чем оно является по своему смыслу, то оно оказывается также и *символом* в смысле Шеллинга. Трансфинитное число — символично, а не аллегорично, как инфинитезимальные бесконечно-большие, и не схематично, как дряблая конечность. Но, повторяю, мы можем спокойно

отбросить всякую философскую терминологию, вызывающую к тому же ненужные ассоциации, раз мы усвоили, что такое трансфинитное число.

Но тогда предмет нашего исследования может быть обозначен следующим образом. Это *континуум, данный как трансфинитное число*. В самом деле, континуум есть во всяком случае бесконечность. Это ясно уже из того, что мы в нем не можем указать ни первого, ни последнего элемента, т. е. ни наименьшего, ни наибольшего. Он все время плывет; и неизвестно, где он начался и где кончится. С другой стороны, однако, мы хотим, чтобы континуум стал для нас самостоятельным предметом, так, чтобы за его сущностью нужно было идти не к чему-то другому, а к нему же самому. Надо, чтобы свой собственный смысл, свою собственную нетекучую, абсолютно ясную и неподвижно определенную идею он имел в самом же себе. А это значит, что континуум должен предстать перед нами не как просто бесконечность, но именно как *актуальная бесконечность* или как число трансфинитное (как модификация трансфинитности).

Можно сказать и еще определеннее. Так как в континууме ярче всего бросается в глаза именно эта непрерывная текучесть, т. е. алогическое становление, то наша проблема есть проблема *алогического становления, данного как актуальная бесконечность*. Когда алогическое становление (в форме инфинитезимального) переходило в трансфинитное, то оно не просто переходило, оно еще отождествлялось с конечной определенностью, почему мы и говорили, что трансфинитное есть остановившийся инфинитезимальный процесс. Когда же в учении о континууме говорим об алогическом становлении, то оно берется уже в своем чистейшем, беспримесном виде, со всей его сплошностью и текучестью, без всяких элементов единораздельности. И вот эта мгла и бездна неразличимости, не имеющая ни начала, ни конца, оказывается, тоже есть актуальная бесконечность; она тоже имеет свое идеально-фигурное строение, свою смысловую физиономию. Она — тоже число трансфинитное, форма самой бесформенности, скульптурный символ вечного хаоса. Ибо хаос есть тоже некая стадия, а именно — стадия хаоса.

7. Такая ясная постановка вопроса сразу снимает ряд трудностей, которые в другой постановке оказались бы и большими, и часто непреодолимыми. Это мы будем

чувствовать на анализе понятия континуума, к чему сейчас и приступаем.

а) Итак, наш исходный пункт: континуум есть алогическое становление. Алогическое становление есть такое полагание, которое в то же время является и отрицанием, снятием. Каждый момент никогда не есть он сам, но всегда — иное и иное. Но относительно идеальной единораздельности эйдоса (§ []) мы знаем, что ему также свойственно сразу и в одном и том же отношении как тождество, так и различие. Следовательно, для алогического становления тут должен быть спецификум. Он заключается в том, что если в эйдосе каждый отдельный момент тождествен и различен с другими его моментами и со всем целым, то здесь каждый момент тождествен и различен со *все*м эйдосом, с единораздельностью как с таковою. Алогическое становление в каждый свой мельчайший момент полагает *весь эйдос*, и в тот же самый момент весь этот эйдос снимает, отрицает его.

б) Итак, весь полагаемый эйдос целиком снимается, забывается. Алогическое становление — там, где об эйдосе (т. е. о единораздельности) ничего не помнится. Но что же тут помнится, т. е. что же остается и не [у]бывает? Ведь оставаться нечто безусловно должно. Если бы один момент после своего наступления целиком бы оказался забытым и также второй, третий и т. д., то мыплыли бы по мору становления, совершенно не замечая последовательности этого становления и не имея представления ни о каком процессе. Процесс — там, где произошедшие⁶³ моменты изменения не погибли целиком, но продолжают сохраняться и влиять на наступающие моменты. Следовательно, *должны оставаться и пребывать все моменты полагания*, хотя само полагание — актуальная бесконечность и должно забываться, чтобы было действительно алогическое становление, или континуум. В континууме мы наблюдали акты полагания эйдоса, или трансфинитного числа, как бы следы полагания и снятия трансфинитного, беря их как целое и не забывая их вместе с их снятием, но само трансфинитное тут не мыслится (ибо иначе не получится алогичности, необходимой для континуума).

с) Теперь спрашивается: каковыми же должны быть акты полагания и отрицания, чтобы это было полаганием и отрицанием именно трансфинитного эйдоса (и притом

чтобы самого-то эйдоса тут не было)? Прежде всего, очевидно, это не то полагание, которое мы находим в самом эйдосе. Там всякое полагание было только различием. Полагать в этом смысле эйдос и значило создавать едино-раздельность. Не то реальное полагание. Оно уже предполагает, что есть какое-то идеальное полагание, некая различенность и отличенность, ибо иначе нечего было бы и полагать реально. Само же реальное полагание есть полагание *факта*, некоей силы, способной активно установить себя и оттолкнуть прочее. Тут не просто различие, но некоторого рода притяжение и отталкивание, получение некоторого тела, воплощение.

d) Итак, мы наблюдаем, как воплощается трансфинитное, само трансфинитное отбрасываем, а только созерцаем целокупность самих актов воплощения трансфинитного. Но будем помнить, что нам никуда нельзя отходить от алогического становления. До сих пор оно предста [ва]ло перед нами как ряд последовательных воплощений трансфинитного без самого трансфинитного. Но ведь алогическое становление возникает как инобытие эйдоса. Это значит, что если эйдос есть самотождественное различие, то становление есть безразличное саморазличие, и если эйдос есть подвижной покой, то становление есть подвижная неустойчивость и взаимопроникнутость и слитость, и если эйдос есть единство и определенность, то становление есть абсолютно сплошная бесформенность. Другими словами, алогическое становление есть безразличная самопротиворечивая сплошность или (максимально сжимая все эти определения) безразлично-взаимопроникнутое, порождающее само себя самопротивоборство. Следовательно, все акты воплощения трансфинитного эйдоса должны в континууме находиться в состоянии безразлично-взаимопроникнутого самопротивоборства. Это значит, что каждый акт воплощения порождает из себя и *поглощает в себя* все остальные акты воплощения. Какой бы акт мы здесь ни взяли, он, с одной стороны, порождает себя и все прочие элементы, сам получая свое бытие от них же, а с другой стороны, он *поглощает в себя все прочие*, а равно и *сам поглощается каждым актом из всех прочих*. Это-то и будет подлинным алогическим становлением эйдоса, когда, с одной стороны, оно предполагает решительно все категории эйдоса (т. е. все его элементы и самотождественны,

и саморазличны, и устойчивы, и взаимопереходчивы, и структурно-определенны), а, с другой стороны, самих-то этих категорий не видно, а только видно, как нечто (неизвестно что), согласно этим категориям, воплощается на безразличном материале [и] тут же само себя пожирает.

Пусть у нас есть точка *A*, где «воплотился» трансфинитный эйдос. Она не может быть просто точкой. Если мы хотим исследовать континуум, т. е. то, что прежде всего есть алогическое становление, мы тотчас же увидим, что эта точка *плывет*, что ее нет как ее, что она в одно и то же время есть и точка, и самопротивоборство целой бездны таких же точек. С одной стороны, наша точка *A* породила из себя целую бездну новых точек; а с другой — сама она исчезла в этой бездне, и мы уже не умеем ее поймать. Она же породила новую бесконечность, она же и погибла в ней, т. е. она же себя породила, она же себя и уничтожила.

Итак, мы теперь знаем, что дает континууму *алогическое становление*. Оно воплощает в нем актуальную бесконечность трансфинита (п. [7] с), и оно заставляет эти акты воплощения пребывать в безразличном самопорождении и безразличном самопожирании.

Что же дает теперь становление именно *эйдоса*?

е) Трансфинитный эйдос, как мы знаем выше из п. 5, возникает прежде всего в результате последовательного пробегания всех чисел натурального ряда. Трансфинитный эйдос прежде всего таит в себе *последовательность* всех чисел. Это есть тот факт, из осмысления которого родился и сам трансфинитный эйдос. С другой стороны, он потому здесь и является эйдосом, что он не есть просто эта последовательность конечных чисел, так как никакая последовательность чисел еще не есть ни трансфинитное, ни даже просто бесконечность. Эйдос есть именно *эйдос*, т. е. некоторый *смысл*, идеальный предмет, который сам по себе уже ничего общего не имеет ни с какой последовательностью, подобно тому как понятие тяжести вовсе не есть само нечто тяжелое.

Применить указанные моменты в интересующей нас области можно только так, что, взявши одну точку «воплощения» и получивши в результате ее снятия и превращения неопределенную текучесть, саму эту текучесть⁶⁴ полагать так, как мы полагали самый трансфинитный

эйдос. И вследствие того, что это новое воплощение в силу алогического становления в то же мгновение будет в свою очередь снято и оттолкнуто в бездну прошлого и превращено еще в новую длительность и текучесть, мы должны и с этим новым результатом поступить так же, воплощая его заново, снимая и т. д.

Другими словами, если *алогическое становление* трансфинитного эйдоса дало нам стихию взаимопоглощающего самопротивоборства актов воплощения этого эйдоса, то алогическое становление *трансфинитного эйдоса* заставляет, чтобы каждый такой акт имел значение эйдоса, т. е. чтобы все акты не только поглощали один другого, но чтобы они были один в отношении другого эйдосами, т. е. чтобы они были воплощением один другого точно так, как один акт воплощает природу самого эйдоса. А так как трансфинитный эйдос есть бесконечная последовательность, то мы должны представлять себе дело так, что первый акт воплощения эйдоса является эйдосом для второго, а этот второй — эйдосом для третьего и т. д. и т. д. Следовательно, необходимо, чтобы не просто каждый момент в стихии алогического становления воплощал в себе общий и единственный трансфинитный эйдос, но чтобы тут была *последовательность его перевоплощений*, чтобы все время росла, так сказать, сама категория воплощения.

г) Что же мы теперь получили? Вышесказанное можно резюмировать так. Континуум есть 1. алогическое становление, 2. данное как актуальная бесконечность, или, что то же, как трансфинитный эйдос. 1. *Алогическое становление* предполагает ежесекундное полагание и снятие *всего* трансфинитного эйдоса (а не его отдельных моментов) (а), взятое, однако, *без самого эйдоса* (который внес бы едино-раздельность) (б); это полагание и снятие есть фактическое (а не только различаемое отвлеченно) *воплощение* (с), которое дается в виде непрерывного и сплошного *самопорождения и порождения из себя всего иного вместе с самопоглощением и поглощением в себя всего иного* (д). 2. *Трансфинитный же эйдос* требует, чтобы каждый акт воплощения был в отношении всякого другого акта *тоже эйдосом* и чтобы эта эйдетизация происходила *последовательно*, с накоплением всего получаемого смыслового содержания (е).

К этому анализу, однако, необходимо прибавить, что весь он есть не что иное, как утверждение того, что

бесформенное тоже имеет свою форму, а именно форму бесформенности, подобно тому как куча, облако и пр. бесформенные предметы, в сущности, всегда имеют свою определенную форму, хотя континуум — это уже предел всякой бесформенности. Можно еще сказать и так, что предыдущий анализ понятия континуума утверждает только *мыслимость* хаоса и бесформенного, бессмысленного, ибо, как только бесформенное и бессмысленное стало мыслиться, оно тотчас же получило и свой смысл, свой эйдос, а именно смысл и эйдос бессмысленного. Бессмыслие можно видеть умом — вот что говорится в предыдущем анализе. Можно, наконец, и просто сказать, что здесь мы раскрываем, как *есть* абсолютный хаос, ибо «быть» и «иметь смысл» для философа одно и то же. Бессмысленное самопротивоборство хаоса все пронизано смыслом — конечно, своим собственным (а не каким-нибудь иным) смыслом и эйдосом. И вся эта жестокая буря порождений и поглощений есть ясная и прозрачная, покойная и тихая, бесплотно-умная картина, несмотря на все свое бессмысленное содержание. Тут все — эйдос, и каждый мельчайший момент есть безмолвный жест чистого смысла.

Но эту, в общем, довольно банальную (не для всех) истину, что хаотическое тоже есть нечто мыслимое («идеальный предмет»), приходится анализировать и уточнять, чтобы приблизиться к тому представлению континуума, которое создано гением Кантора и которое с тех пор вошло в общее достояние мировой математики. Тут-то и пригодятся те расчленения, которые мы только что произвели.

8. а) Уже одну математическую интерпретацию мы ввели с самого начала. А именно, вместо того чтобы говорить об алогическом становлении как идеальном предмете, мы говорили о нем как об актуальной бесконечности. Понятие же актуальной бесконечности, или трансфинитного числа, есть уже очень определенное математическое понятие, несмотря на то что многие из механистических позитивистов в математике и считают его философским (сваливая в это свалочное место, философию, все, что им непонятно). Это, конечно, вполне математическое понятие, составленное из тех элементов, которые в других случаях не вызывают сомнения ни у каких математиков. Будем исходить из этого, т. е.

будем понимать алогическое становление как ω , считая, что этот пункт вполне ясен.

б) Идем дальше. Указанные выше пункты а, б и с можно взять вместе. Это воплощение всего эйдоса без самого эйдоса. Значит, это воплощение не чего другого, как того, что мы обозначили через ω . Что же это такое, воплощение ω ? Воплотить, вообще говоря,—значит перенести в инобытие, повторить. Но если мы ω просто повторим, то это будет перенесение без всякой фиксации его внутренних моментов, перенесение самой его общей субстанции, без перенесения его внутреннего смыслового содержания. Мы получим вместо ω нечто другое, именно $\omega \cdot 2$, но само ω останется нераскрытым. Однако это раскрытие ω в инобытии мы обязательно должны произвести потому, что инобытие (как таковое) содержит в себе только те смысловые моменты, которые оно получило извне. Иметь смысл от самого себя может только сам же смысл. Поэтому, когда мы в трансфинитном находили присутствие этого смысла во всех его частях, то это было вполне естественно и вытекало уже из одного того, что оно есть эйдос. Когда же речь идет об инобытийном воплощении, то воплотить эйдос «вообще» не значит еще воплотить его и во всех частностях. Надо дать такое его повторение в инобытии, чтобы каждый его момент в инобытии тоже воплотил на себе целое.

с) Что это значит математически? Возьмем число «три». Что значит повторить его так, чтобы каждая из входящих в него единиц стала тоже целым, т. е. тройкой? Это значит возвести тройку в квадрат. А что значит возвести число в степень, которая равна самому числу, напр. тройку в куб? Это значит не только отобразить целое в каждой отдельной его части, но еще и отобразить его именно со всем тем смысловым содержанием, которое мы находим в целом. Когда мы возводим тройку в квадрат, т. е. один раз повторяем целое в каждой его части, мы, очевидно, берем целое тоже пока только вообще, как некую общую субстанцию, без внимания к тому, что это целое есть именно тройка. Когда же мы возводим тройку именно в куб, то мы и заставляем тройку воплощаться в инобытии как общую субстанцию и каждый ее смысловой момент оказывается тоже воплощенным в этом инобытии, так что здесь впервые целиком «воплотилось в инобытии» число и по своей субстанции, и по своему смыслу.

Следовательно, возводя ω в степень ω же и получая ω^ω , мы впервые получаем искомое воплощение трансфинитного числа полностью.

d) Этот процесс первого воплощения, поскольку речь идет именно о реальном полагании, а не только об идеальном различении (см. выше, 7с), не так прост, и его следует представлять себе математически точно, потому что это воплощение, как сказано, везде будет повторяться и дальше.

А именно, будем пользоваться нашим основным воззрением на трансфинитное, которое и привело нас к этому последнему из конечной области. Мы знаем (§ []), что нужен скачок из раздробленной конечности в неделимую идею, чтобы впервые только еще получить самую категорию бесконечного. Будем пользоваться этим методом и здесь и тогда получим следующее.

I. Первое воплощение.

(1, 2, 3, ... ω)

- | | | |
|----|-----|---|
| A. | 1. | $\omega, \omega + 1, \omega + 2, \dots \omega + \omega$ |
| B. | 2. | $\omega \cdot 2, \omega \cdot 2 + 1, \omega \cdot 2 + 2, \dots \omega \cdot 2 + \omega$ |
| | 3. | $\omega \cdot 3, \omega \cdot 3 + 1, \omega \cdot 3 + 2, \dots \omega \cdot 3 + \omega$ |
| | 4. | |
| C. | 5. | $\omega^2 + 1, \omega^2 + 2, \omega^2 + 3, \dots \omega^2 + \omega$ |
| | 6. | $\omega^2 + \omega + 1, \omega^2 + \omega + 2, \omega^2 + \omega + 3, \dots \omega^2 + \omega + \omega$ |
| | 7. | $\omega^2 + \omega \cdot 2, \dots$ |
| | 8. | $\omega^2 + \omega \cdot \omega$ |
| | 9. | $\omega^2 \cdot 2, \dots \omega^2 \cdot 2 + \omega^2$ |
| | 10. | $\omega^2 \cdot 3, \dots \omega^2 \cdot \omega$ |
| | 11. | $\omega^3, \dots \omega^3 \cdot \omega$ |
| D. | 12. | ω^ω |

Нечего пояснять эту таблицу математически. Она не выходит за пределы элементарных арифметических операций. Но ее философский смысл, кажется, еще никто не исследовал до сих пор.

Я различаю здесь четыре стадии.

Первая, обозначенная буквой А, демонстрирует неспособность трансфинитного ни для каких конечных увеличений. Поднимая вопрос о воплощениях бесконечного, мы как бы сразу устанавливаем фундаментальный тезис: никакое увеличение бесконечного невозможно, так как бесконечное уже охватывает все. Бессмыслицу

этого процесса увеличения мы и фиксируем с самого начала.

Но уже этот процесс *A* приводит нас к случаю, имеющему совсем другое значение. Именно, не обязательно говорить только о конечных приращениях. Что получится, если к ω мы прибавим не 1, 2, 3, ..., но прибавим целое ω ? Тогда получится, что мы поставим бесконечность во взаимоотношение не к конечному, но к бесконечности же, т. е. к *самой себе*. А соотношение бесконечности с самой собой дает несомненно нечто новое, [о]но растет в своем собственном, чисто смысловом содержании.

Вот почему с момента достижения $\omega \cdot 2$ мы отмечаем начало нового процесса *B*, который открывает собою *область взаимоотношений бесконечности с самой собой*, в отличие от прежнего взаимоотношения ее с бытием конечным. Именно, процесс *B* рисует взаимоотношение бесконечности с самой собой *по ее субстанции*. Что значит $\omega \cdot 2$, $\omega \cdot 3$, $\omega \cdot 4$ и т. д.? Это значит, что мы то или иное число раз повторяем бесконечность, не вводя ни в какое рассмотрение ее внутреннего *смыслового* содержания. Правда, повторить бесконечность, собственно говоря, невозможно, так как она уже есть все, т. е. нет для нее никакого инобытия, в котором она могла бы быть повторена. Но поскольку идет речь о взаимоотношениях бесконечности с самой собой, постольку всякое ее субстанциальное повторение есть не что иное, как последовательное обогащение ее внутреннего же смыслового содержания. Следовательно, субстанциальное повторение бесконечности нисколько не выводит нас за пределы идеи бесконечного, а только напрягает ее смысловое содержание.—Итак, сущность процесса *B* есть субстанциальное взаимоотношение бесконечности с самой собой, или *общебытийная ее саморефлексия*, когда бесконечность устремляет взоры на саму себя и находит в себе себя же саму, но пока только как голый факт, не фиксируя еще смыслового содержания этого факта.

С момента $\omega \cdot \omega$ или ω^2 начинается процесс *C*. Здесь, стало быть, бесконечность уже рефлектирует над самой собой, и должен происходить рост этой рефлексии. Поскольку рефлексия бесконечности как голого бытийного факта уже состоялась, дальнейший рост этой рефлексии возможен только в сторону *смыслового содержания* бесконечности. Уже простое ω^2 указывает на то, что ω в ка-

честве некоей целостности *отразилось во всех своих отдельных моментах*, из которых оно состоит. Это уже нельзя считать бытийным взаимоотношением. Если целое присутствует полностью в каждой части, то тут мы находим уже и *смысловое* взаимоотношение. Ведь целое в отношении частей есть то, что их *осмысливает* как именно части. Удаляя целое, мы уничтожаем и части, которые после этого из частей превращаются в совершенно дискретное множество вполне самостоятельных предметов. И если вещь такова, что в ней целое полностью присутствует в каждой части, то это значит, что она рефлектирует в себе не просто свой факт, но и свой смысл. Обращая взоры на себя, она видит в себе не только факт своего существования, но и свою физиономию. Пересматривая свои частичные моменты, она везде видит себя и по существу. В этом смысл изучаемого нами момента ω^2 .

Ясно, что один этот факт саморефлексии ω^2 еще далеко не есть вся возможная саморефлексия. Бесконечность утверждает себя как факт в процессе *B*, воплощает себя (конечно, в себе же самой) как факт. В процессе *C* бесконечность утверждает себя как смысл, воплощает себя как смысл. Но мы уже много раз встречались с дуализмом факта и смысла и везде находили их синтез, потому что реальная действительность не есть ни просто факт и ни просто смысл, но их последнее взаимопроникновение и слияние. Факт должен быть целиком использован смыслом, целиком осмыслен. Это и будет значить, что смысл целиком осуществился и стал во всех отношениях фактом. Нельзя говорить ни о каком воплощении чего бы то ни было, пока целиком не осуществился в инобытии и самый его факт, и самый его смысл. Но процесс от факта к смыслу был у нас процессом от ω к ω^2 , т. е. возведением бесконечности в квадрат. Следовательно, чтобы в сфере смысла использовать весь факт, надо использовать в этих актах саморефлексии все ω . Единичный акт саморефлексии (или единичный акт смыслового самовоплощения) есть возведение в степень. Но что здесь является субъектом рефлексий? Ведь целая же бесконечность. Стало быть, только тогда бесконечность исчерпает себя в саморефлексии, т. е. только тогда она воплотится вся целиком в едином, но полном акте самовоплощения, когда этих актов саморефлексии будет тоже целая бесконечность. Если это случится, то в смысловом самовоплощении бесконечности ее собственный факт и бытие будут исчерпаны

полностью. Это и происходит в моменте ω^ω , что и есть окончание процесса C и начало процесса D . Этот процесс D и есть первый *полный* акт воплощения трансфинитного эйдоса в его инобытии.

Этим характеризуется весьма существенный этап в конструировании континуума. Еще далеко нет самого континуума, но уже есть, так сказать, одна его «точка», если только можно говорить о точках континуума. И что же это за «точка»? Мы видим, что это целая бездна точек, как оно и должно быть по нашему первоначальному условию соблюдать принципы чистого алогического становления. «Точка» континуума есть не просто геометрическая точка, но она в то же самое время порождает из себя целую бесконечность точек, так как эту бесконечность точек порождает уже всякий малейший сдвиг полагаемой точки, а она в силу алогичности данной области не стоит ни одно мгновение на месте. Мало того. Здесь не только бесконечность точек, но эта бесконечность дана сразу как некий единственный акт полагания. Быть же одной точкой для бесконечности точек — это возможно только тогда, когда каждая точка из этой бесконечности есть *предел* для каждой другой точки из этой бесконечности и для всех их вместе. А это и значит превратиться из ω точек в ω^ω точек. Когда одна точка в качестве предела притягивает к себе бесконечность других точек, то каждая из них, чтобы слиться с первоначальной точкой, должна сама пройти свою бесконечность точек; и, значит, ω точек пройдет ω^2 точек только для того, чтобы одна первая точка была пределом для всех других. Но так как вовсе не одна точка является пределом для других, а каждая из ω точек является пределом для всех других, то в результате мы получаем ω^ω точек.

Другими словами, здесь мы наталкиваемся на *тождество элемента континуума с его предельной точкой*. А множество, которое состоит из всех своих предельных точек, носит название совершенного множества. Следовательно, то, что мы получили ω^ω точек из одного акта полагания, уже обеспечивает нам форму континуума как *совершенно связного* множества. Совершенство и связность тут уже содержатся, — по крайней мере как принцип. Таково философско-математическое значение первого воплощения эйдоса в виде $[\omega^\omega]$.

е) Пойдем дальше. На очереди у нас принцип континуума, формулированный выше, в п. 7f, как пункт d (о порождении и уничтожении). Уже достигнутый нами результат

достаточно обнаруживает стихию взаимопорождения и взаимопожирания отдельных актов воплощения. Мы воплощали, т. е. полагали, в инобытии наш трансфинитный эйдос *однажды*, а оказалось, что это не одна точка, а ω^ω точек. Наша единственная точка породила целую бездну точек, но эта бездна поглотила и ее саму, так что выходит, что точка через эманацию точек из себя уничтожила себя саму. Этот первый полный акт воплощения ω^ω фактически оказался целой бездной взаимопорождающих и взаимопоглощающих точек. Что же нового нам даст этот пункт d? Нового он даст только то, что эта «точка» ω^ω в свою очередь должна будет порождать из себя новую бездну точек с тем, чтобы погибнуть в этой бездне и еще в дальнейшем уничтожить и ее саму. В каком отношении ω^ω оказались к ω , в таком же и еще дальнейшее порождение этого ω^ω должно оказаться к себе самому. Ясно, что мы получаем $(\omega^\omega)^{\omega^\omega} = \omega^{\omega^\omega}$.

Этот процесс можно и здесь записать более подробно.

II. Второе воплощение.

- A. 1. $\omega^\omega + 1, \dots$
- B. 2. $\omega^\omega + \omega, \dots$
- 3. $\omega^\omega + 2\omega, \dots$
- 4. $\dots \omega^\omega + \omega^2$
- 5. $\omega^\omega + \omega^2 + 1, \dots$
- 6. $\omega^\omega + \omega^2 + \omega, \dots$
- 7. $\omega^\omega + 2\omega^2, \dots$
- 8. $\dots \omega^\omega + \omega\omega^2$
- 9. $\omega^\omega + \omega^3, \dots$
- 10. $\dots \omega^\omega + \omega^\omega$
- 11. $\omega^\omega \cdot 2 + 1, \dots$
- 12. $\dots \omega^\omega \cdot 2 + \omega$
- 13. $\dots \omega^\omega \cdot 2 + \omega^\omega$
- 14. $\omega^\omega \cdot 3 + 1, \dots \omega^\omega \cdot \omega$
- C. 15. $\omega^{\omega+1} \dots \omega^{\omega+\omega}$
- 16. $\omega^{2\omega} \dots \omega^{\omega\omega}$
- 17. ω^{ω^2}
- D. 18. ω^{ω^ω}

Тут также можно проследить указанные выше четыре процесса (они отмечены в этом списке буквами А, В, С, D). Но мы достаточно разъяснили их выше.

Существенно важным является то, что этот принцип взаимопорождения и взаимопоглощения, отмеченный

в п. 7f как d, в сущности своей является тождественным с двумя последними принципами, указанными также под рубрикой [e]. Действительно, что же мы тут делаем такое, как не то, что ω^ω считаем эйдосом в отношении дальнейших порождений, и как не то, что это эйдетизирование проводим с неуклонной последовательностью? То самое, что с точки зрения алогического становления представляется взаимопорождением и взаимопоглощением, с точки зрения смысловой есть только переход эйдоса из одного инобытия в другое. В эпоху романтизма изображали *иронию* именно так, что идея осуществляла себя в инобытии и тем уничтожала себя, а инобытие принятием на себя идеи уничтожало себя (как инобытие), но тем же самым и воскрешало себя (ибо становилось осмысленным). Вот эта «божественная ирония» абсолюта над самим собою и совершается в каждом простом акте осмысления, когда смысл из своей чистой и беспримесной сферы выходит наружу, чтобы осмыслить не имеющее смысла. Потому мы и говорили выше о тождестве в континууме хаоса со смыслом, [о том,] что каждое мгновение этой алогической тьмы есть в то же время и скульптурный жест чистого смысла. На приведенных процессах *второго воплощения* трансфинитного эйдоса мы созерцаем, таким образом, сразу и принцип d, и принцип e из указанных в п. 7f.

f) Однако и здесь мы еще не получаем полного континуума. Дело в том, что если первый полный акт воплощения трансфинитности дал нам вместо ω стихию ω^ω , то, получая вместо ω^ω еще новую бездну точек ω^{ω^*} , мы образуем не что иное, как *другой, второй* полный акт воплощения, когда воплощается уже не ω , но ω^ω . Но почему же мы должны остановиться на этом втором акте воплощения? Как там было недостаточно ω^2 , потому что оно не исчерпывало всей бесконечности, так и здесь недостаточно ω^{ω^*} , потому что оно не исчерпывает всей бесконечности воплощений. Чтобы пройти от 1 до ω , нужна бесконечность актов полагания или идеальных различий. Чтобы пройти от ω до ω^ω , нужна бесконечность реальных полаганий всей бесконечности, чтобы получилась одна воплощенная бесконечность. Наконец, чтобы охватить бесконечность самих воплощений бесконечности, нужен переход от ω^ω к $\omega^{\omega^{\omega^{\dots}}}$.

III. Третье воплощение.

$$\omega^{\omega}, \omega^{\omega^{\omega}}, \omega^{\omega^{\omega^{\omega}}} = \Omega$$

Это третье воплощение есть, таким образом, только окончательное выполнение принципов d и e из п. 7f.

9. а) Чтобы понять, что результатом третьего воплощения является континуум, надо самым четким образом представлять себе наш общелогический анализ континуума в п. 7f, а чтобы реально воспользоваться этим анализом, необходимо было яснейшим образом представлять себе диалектику самого трансфинитного числа. Кто не понимает ω , тот не поймет и континуума; и непонятность континуума есть, в основе своей, непонятность числа ω .

Именно, надо раз навсегда себе запомнить, что если бесконечность есть действительно бесконечность, т. е. охватывает все, то ничто конечное не может в ней изменить ни одной ноты. Бесконечность есть нечто абсолютно неуменьшаемое и неувеличиваемое, нечто абсолютно *неделимое*. Если думать, что ω действительно составлено из конечных чисел и может быть на них сведено, то это колоссальное недоразумение, которое является препятствием ко всякому пониманию этого ω . Никакими процессами нельзя из конечного получить бесконечное, и никакими процессами нельзя уже имеющуюся бесконечность как-нибудь изменить. Это запомним раз навсегда. Наше трансфинитное число ω , эта актуальная бесконечность, *есть только одна неделимая точка*, и больше ничего. Его нельзя дробить так же, как нельзя раздробить точку; в этом смысле оно лишено всяких «измерений».

Если это хорошенько себе усвоить, тогда отпадает значительная часть и трудностей, связанных с пониманием континуума, ибо одно из основных возражений против учения о континууме заключается в том, что невозможно его представить себе составленным из точек. Совершенно правильно, что континуум не состоит ни из каких точек, а есть абсолютная сплошность. Но это происходит здесь — принципиально — *точно так, как и в простом трансфинитном числе*. Как простое ω есть некая неделимая сплошность, несмотря на наличие в нем всей бесконечности чисел натурального ряда, так и континуум ничто не мешает понимать как некую неделимую сплошность, несмотря на бездну точек, из которых он

составляется. Если понятно, что такое ω , то понятно и что такое континуум. И если не понятен континуум, то уже рушится и самое первое трансфинитное число.

Следовательно, весь вопрос заключается не в том, как получить континуум из точек (это общая проблема всякой трансфинитности), но в том, чем отличается получение континуума из точек [от] получения первого трансфинитного числа из точек.

Будем считать, что это для нас ясно. Если же мы поставим этот последний вопрос, то тут мы столкнемся еще с одной интуицией, которая, если ее взять саму по себе, опять-таки не есть что-нибудь специфическое для континуума, но это такая интуиция, без которой нечего и думать овладеть континуумом как логической идеей. Это интуиция *алогического становления*. В предыдущем (п. 7а—d) она была изображена достаточно, но мы так же, как и в проблеме трансфинитной сплошности, укажем сейчас самый основной корень ее, как он необходим для континуума.

б) Корень этот заключается в утверждении *слепой мощи созидания*, наличной в бытии с той же необходимостью, что и координированно-раздельный эйдос. Только этим становление и отличается от эйдоса, будучи во всех прочих отношениях прямым его повторением. В эйдосе каждый момент отличен один от другого, и в становлении — то же самое (ибо иначе оно и не становилось бы); в эйдосе каждый момент тождествен с другим, и в становлении — то же (ибо иначе оно не было бы сплошностью); в эйдосе каждый момент переходит в другой и останавливается в нем, и в становлении — то же (ибо иначе оно не развертывалось бы последовательно); наконец, эйдос полагает сам себя целиком и ни от чего другого не зависит, и становление — то же (ибо иначе в нем выделялись бы отдельные более активные пункты и оно не было бы безразлично-самостоятельным бытием). Но все эти моменты, повторяющие эйдос, отмечены в становлении одним неизгладимым свойством: оно есть *слепая мощь созидания* всех этих моментов. Поэтому и самотождественное различие, и подвижной покой, и определенное бытие эйдоса даны здесь как слепые сдвиги, как неопределенная длительность без начала, без конца, да и без середины. Каждый отдельный момент становления никогда не есть он сам, но он сплывает⁶⁵ в самый [момент]

своего полагания, превращаясь в скользящую тьму неизвестно чего.

И если бы мы захотели двигаться вообще по ровному полю становления, то мы должны были бы заметить, что каждый такой сдвиг, получившийся в результате полагания точки, тотчас же воплощается в новом сдвиге, подобно тому как сам он только что появился из одной идеальной точки, этот сдвиг — еще в новый и т. д. В результате же получается, что в становлении каждая точка не покоится, но тяготеет к другой точке, и притом ко *всякой* другой точке. Она — центр притяжения всех прочих точек, сколько бы их ни было, а сама она в числе прочих тоже тяготеет ко всем прочим. Таким только образом и можно схватить сущность становления.

с) Если мы овладели этими двумя интуициями — неразложимостью бесконечного и слепым самосозиданием становления, то это будет и овладением идеей самого континуума. Ведь мы же исходим как раз из того, что континуум есть алогическое становление, данное как актуальная бесконечность. Следовательно, чтобы осуществить вышеизложенные интуитивные принципы, 1) надо взять ω , но 2) в этом ω считать не 1, 2, 3... (что было бы только идеально-числовым различием, а не вне-числовым созиданием и воплощением), но считать так, чтобы вместо каждой единицы была упомянутая выше неопределенная длительность, 3) а вместо последовательного прибавления по единице — последовательное воплощение одной длительности в другую. Так как мы уже доказали (п. 8b), что первой «точкой», или первым воплощением, трансфинитного эйдоса является ω^ω , то ясно, почему исчерпание [м] всех бесконечных последовательных возведений ω^ω в соответствующие степени мы и получаем настоящий континуум.

Надо каждый момент ω понять как алогически становящийся, или, что то же, каждый момент алогического становления понять как трансфинитный, ибо эта взаимопронизанность алогического становления и трансфинитного и есть, как сказано, алогическое становление как идеальный предмет.

При этом выясняется и роль последовательных возведений [в] степень. Ведь континуум должен обеспечить нам некоторый трансфинитный рост без разрыва всех моментов роста. Это делается так, что мы имеем сначала

один алогический сдвиг, знаменующий первое воплощение трансфинитного, потом воплощение не просто прежнего трансфинитного числа, но воплощение происшедшего сдвига, затем опять не воплощение старого трансфинитного числа, но воплощение этого второго сдвига и т. д. и т. д. При таком росте трансфинитности мы, переходя ко всякому дальнейшему воплощению, имеем в виду все воплощения, бывшие до сих пор, вместе с этим новым, не различая уже нового сдвига от старого. Таким образом, мы все время плывем вперед и вперед, повторяя эти воплощения в каждый момент своего плытия, *но самих этих моментов как отдельных не замечаем*. Эта же раздельность, которая тут необходимо предполагается, относится не к нашему плытию, но к тому трансфинитному числу ω , которое является единственным основным субъектом всех этих воплощений, а по методу происхождения которого из бесконечности (т. е. путем предельного прыжка) мы и судим здесь о получающемся континууме.

d) Таким образом, континуум есть бесконечное число раз повторенное или, лучше сказать, *бесконечно напряженное становление*. И это так и должно быть, если мы вспомним, как вообще одна диалектическая категория происходит из другой. В этом сочинении мы не раз пользуемся примером движения и покоя. Эти категории суть взаимное отрицание. Но если мы представим себе, что движение происходит с *бесконечной* скоростью, то оно сразу, в одно мгновение охватит все точки бесконечности, какие только имеются; и раз ему поэтому некуда будет больше двигаться, оно превратится в абсолютный всеобщий покой. Точно то же самое происходит и с алогическим становлением. Покамест оно взято как такое, в чистом виде, оно есть отрицание эйдоса, смысла, единораздельности. Но возьмем его в максимальном напряжении, с бесконечной, так сказать, скоростью распространения. В таком случае оно охватит все точки бесконечности, т. е. всю бесконечность, в одно мгновение. Каждое мгновение бесконечности оказывается алогическим становлением, так как оно отныне решительно всюду как таковое, во всякой точке бесконечности со своим неизменным и абсолютным алогизмом. По этому самому оно не имеет и никакого начала и конца: всякое начало и конец алогично становится, и потому, строго говоря, контину-

ум не имеет ни первого, ни последнего элемента. Однако раз охвачена *вся* бесконечность, а это ω мы получили раньше как нечто устойчивое и неделимое, то и наше становление переходит тут в свое отрицание; оно здесь как бы останавливается и превращается в расчленяемую, едино-раздельную идею. *Это как раз и есть континуум.* Мы его можем дробить как угодно и создавать из него какую угодно едино-раздельность, но мы прекрасно чувствуем, что это вовсе не та едино-раздельность, которая есть в конечном, да и не то единство, которое есть в трансфинитном. Хватая отдельные точки этой «едино-раздельности», т. е. фиксируя их на манер конечных элементов, мы сразу видим, как они выскальзывают из наших пальцев и ползут во все стороны. Это и значит, что континуум есть *бесконечно напряженное становление* и нельзя в нем отмечать никакие конечные моменты,— подобно тому как и смысл, идея есть бесконечно напряженные инобытие и факт. Инобытие есть бесконечно размытое становление эйдоса, а эйдос есть бесконечно сомкнутое восстановление инобытия. Не иначе и в том случае, когда эйдос есть трансфинитное число, а инобытие есть чистое алогическое становление.

е) Только теперь, когда понятие континуума окончательно раскрыло нам свою философско-математическую тайну, мы можем поставить континуум в тот контекст вне-числовых определений, который мы прервали выше, при переходе к п. б. Что континуум есть вне-числовое определение, это ясно из того же, из чего ясна и вне-числовая определенность конечных и бесконечных чисел. Ведь чтобы число было конечным или бесконечным, надо, чтобы уже ранее существовало *само* число, как синие и красные карандаши уже предполагают, что есть карандаш вообще. И как синева и краснота, большие и малые размеры, хорошее и худое качество и пр. суть вне-карандашные определения карандаша, так и конечность, бесконечность, трансфинитность и континуальность тела суть его вне-числовые определения.

Но *какое* же это вне-числовое определение? Чтобы построить континуум, мы исходим из понятия трансфинитного эйдоса, но мы вовлекли этот последний в стихию чистого становления. Как алогическое становление в виде инфинитезимального бесконечного разыгрывалось у нас на путях от конечного к трансфинитному, составляя

в некотором роде внутреннее содержание трансфинитного, так теперь это алогическое становление расстилается *вне* трансфинитного, увлекая его в свою бездну и по-своему его перестраивая. То, что сначала было внутри, теперь стало трансфинитно, в обоих случаях являясь методом его смыслового конструирования. При таком положении дела континуум явно оказывается чисто выразительной формой, как это видно уже на основании наших принципиальных установок (§ []).

Итак, если конечное, инфинитезимальное и трансфинитное суть вне-числовые определенности, данные — соответственно — как эйдетическое (едино-раздельное), алогически становящееся и наличное бытие (§ [9.44]), то *континуум есть, очевидно, вне-числовая определенность числа, данная как выразительная форма.*

На этом мы кончаем наш анализ диалектического строения континуума.

10. Два вопроса или, вернее, один вопрос в двух аспектах остается нерешенным. Во-первых, почему выразительная форма должна быть чем-то сплошным и нерасчлененным и не есть ли это только один вид выразительности, в то время как второй вид требовал бы полной расчлененности и оформления? И, во-вторых, почему нельзя идти еще дальше за пределы Ω , совершая над ним те же действия, что и над ω , и какие от этого могли бы получиться результаты?

а) Разумеется, выразительная форма, вообще говоря, есть расчлененная форма (как это вытекает из характеристики выражения в § [69]). Этой расчлененности вполне соответствует и сам континуум, но сейчас мы увидим, что она не единственная. Что такое расчлененность континуума, который сами же мы все время характеризуем как нечто нерасчлененное и сплошное? Для ответа на этот вопрос необходимо опять-таки учитывать своеобразие сферы чистого становления. Ведь мы уже прекрасно знаем и много раз убеждались на конкретном анализе, что становление только тогда и возможно, когда есть чему становиться, т. е. когда есть нечто нестановящееся. *В этом смысле становление обязательно предполагает едино-раздельную расчлененность.* Последняя, как мы это хорошо видели на предыдущем анализе, присутствует в континууме как бы сзади, за этой сплошной завесой становления, но это присутствие совершенно необходи-

мо, так как реально становление совершается только в отношении этого идеального расчленения. Мы так и говорили (§ []), что нас интересует не самое ω , но все его воплощения в инобытии, которые к тому же всякий раз берутся как нечто совпадающее, как нечто целое. Следовательно, актов воплощения этого ω неисчислима бездна или, точнее, актов этих Ω , но наблюдаемый результат этих актов — абсолютная сплошность, где эти акты незримо присутствуют в виде каких-то следов или теней основного субъекта воплощений.

Можно поэтому считать континуум некоторого рода *интеллигибельной материей*, материей — потому что он есть воплощение эйдоса, а интеллигибельной — потому, что все эти воплощения рассматриваются как идеальный предмет, т. е. потому, что они предполагают сферу чистого смысла и сами оказываются стихией чистого смысла, хотя и своеобразной. В стихии смысла материя и эйдос есть ведь одно и то же; материя тут есть только принцип инаковости, различности эйдетического, в то время как за пределами чистого смысла материя есть принцип фактической реальности, т. е. не просто различения, а силового воплощения, т. е. вещественного притягивания и отталкивания. Пользоваться материей или полагать реальность в сфере чистого смысла — это значит только различать, сохраняя все целое, внутри которого установлены различия; что различно, то для мысли и существует. Пользоваться же материей за пределами чистого смысла — это значит полагать соответствующую реальность как некий факт [по отношению ко] всем другим фактам и целому, и притом противопоставляя их вещественно, т. е. в силовом отрыве от этих последних. Так как континуум мы трактовали в виде проблемы чистого смысла, то ясно, что наше Ω есть не только сплошность⁶⁶, но и вся расчлененность, которая содержится в последовательных возведениях исходного в степень. Тут материя и эйдос есть одно и то же, а поэтому континуум есть так же все те расчлененные числа и операции, которые были затрачены на его конструирование. В этом отношении континуум уже есть очень определенная смысловая расчлененность; и, если угодно, в этом смысле он *состоит из* Ω точек (что, конечно, не должно нарушать его сплошности⁶⁶, как и составленность ω из бесконечного числа точек несколько не мешает абсолютной его

неделимости). Можно сказать, что континуум тоже есть счетное множество, но — такое счетное, в котором счет производится при помощи чисел II класса.

б) Второй вопрос, поставленный выше, также не терпит отлагательства, если мы стремимся к диалектической системе. В самом деле, что могло бы быть больше самого континуума? Пусть мы имеем какой-нибудь отрезок прямой. Как бы мал или велик он ни был, мощность всех действительных точек на ней совершенно одна и та же. Это мощность континуума. Кантор доказал даже гораздо больше*. Именно, оказывается, что *мощность континуума двух измерений — такая же, как и мощность континуума одного измерения*. И то же самое, оказывается, имеет место и относительно континуумов любого числа измерений, так что континуум бесконечного (или счетного) числа измерений по мощности своей равен континууму одномерному⁶⁷. Действительных точек на данном отрезке не увеличивается и не уменьшается не только от увеличения или уменьшения его длины; но их количество — одно и то же и в пределах любой плоской фигуры, любого трехмерного тела и любого тела любого числа измерений. Это поразительное открытие способно озадачить любую философскую голову. Но мы не очень этому удивимся, так как уже привыкли от бесконечности ожидать самых невероятных вещей. Если понятно, что бесконечность ω вообще не увеличивается и не уменьшается, то в конце концов понятно и учение Кантора о равномощности с одномерным континуумом как угодно многомерного континуума.

Если все это так, то мы оказываемся как будто бы в трагическом положении: никакими действиями нельзя в дальнейшем выйти за пределы континуальной мощности. Фактически, однако, дело обстоит иначе. Ведь и ω , говорили мы, недоступна никакому ни увеличению, ни уменьшению, и все же мы получили в результате увеличения ω целый ряд разных порядков ω и в конце концов Ω , то, что уже имеет совсем другую природу, чем ω и чем любые ее порядки. В чем тут дело? Дело в том, что для бесконечности совсем не совпадают между собою *мощность и тип* множества, вполне фактически совпадающие для конечных множеств. Мощность каждого числа второго класса (между ω и Ω) — совершенно одна и та же —

* Journal für d. reine u. angewandte Mathemat. 1878. Bd 84.

счетная мощность. Типы же чисел второго класса везде разные, т. е. везде разная упорядоченность. Также и после континуума мы находим мощности, которые все подряд являются континуальными. Но, применивши сюда идею порядка, мы сразу видим, что у нас получаются континуумы n вполне различных порядков, т. е. *различного числа измерений*.

Вот эта идея и является здесь решающей. Подобно тому, как малейший сдвиг точки со своего места уже порождает отрезок, на котором мощность всех действительных чисел равна континууму (одномерному), так малейший сдвиг самого отрезка уже порождает некоторую плоскость, на которой мощность всех действительных точек равна тоже континууму, но — двумерному. Тут же мы проделываем все те операции, что и для перехода от ω к Ω , и получаем Ω_1 . От Ω_1 мы таким же путем доходим до Ω_2 , от Ω_2 до Ω_3 и т. д. и т. д., получая континуумы все большего и большего числа измерений. Наконец, мы получаем и *бесконечно-мерный континуум* Ω_∞ , а дальше затем и такой континуум, у которого множество измерений само имеет мощность континуума, или *континуально-мерный континуум* $\langle \Omega_\Omega \rangle$.

Отсюда выясняется вся принципиальная важность трансфинитных чисел классов, начиная с третьего. Уже Ω есть переход от одномерного континуума к двумерному, следовательно, третий с Ω класс чисел дает трехмерный континуум, четвертый (начиная с Ω_3) дает трехмерный континуум и т. д. С момента Ω_Ω начинается континуальная сплошность бесконечного числа измерений континуума. И, соответственно, Ω_Ω , Ω_Ω , Ω_Ω , и т. д.

Мы, однако, не станем анализировать все эти числовые бездны, чтобы не впасть в потенциальную бесконечность и тем самым не нарушить принципа трансфинитности. Для нас достаточно выставить просто *множество всех чисел*, куда войдут и все континуальные, как и неконтинуальные порядки; множество всех чисел есть вполне упорядоченное множество, обладающее целым рядом совершенно определенных свойств. Но мы [не] станем здесь строить теорию этого замечательного множества, а только закрепим его терминологически как *тотальность*, понимая под этим все, что вообще больше континуума, — по преимуществу же счетно-мерный континуум.

Если уже просто континуум, как указано выше, есть вне-числовая выразительная форма числа, то сфера тотальности, которая есть раскрытие общеконтинуального принципа, оказывается наивысшей развитой выразительной формой вне-числового осмысления числа вообще. Этим, надо думать, исчерпывается вся сфера чисел вообще.

11. а) Остается еще одна область вопросов, которую нам необходимо выставить тоже на первый план, оставаясь, конечно, на позиции чисто принципиального исследования. Это, вообще говоря, вопрос о *взаимопредполагаемости* и в то же время *взаимонесводимости* всех рассмотренных выше диалектических ступеней вне-числового осмысления. Математики здесь блещут точностью и общеобязательностью своих заключений. Для характеристики этого разброда Н. Н. Лузин * воспользовался «демоном» Максвелла, который владеет каждым математиком и внушает ему одни вкусы, исключая другие.

1. «Демон» Брауэра. Его область есть область целого *конечного*, и притом *ограниченного* путем указания верхнего конечного предела. За этой областью все лежит «вне математики».

2. «Демон» Бэра. Его область есть просто область целого *конечного* без указания верхней конечной границы. Бесконечное — это лишь *façon de parler*⁶⁸ и находится «вне математики».

3. «Демон» Бореля. Его область есть область счетной бесконечности. Всякое несчетное множество — «вне математики».

4. «Демон» Лебега. Его область есть область *мощности* континуума. Всякая операция, требующая континуум простых шагов, доступна этому «демону»; поэтому определение верхней меры еще лежит в области математики. Но мощность 2^c , мощность совокупности всех функций, уже отрицается Лебегом и не по силам его «демону».

5. «Демон» Цермело. Его поле операций — всякие мощности, в частности, всякое множество «демон» Цермело может «сделать» вполне упорядоченным».

* Н. Н. Лузин. Современное состояние теории функций действительного переменного. М.; Л., 1933, 52.

Что может сказать философ по этому поводу? Можно только улыбнуться наивности этих философских рассуждений и похвалить за откровенное признание математиками субъективизма своей философии. Сказать, что существует только конечное и нет ничего бесконечного, или сказать, что существует только бесконечное и нет никаких подразделений в сфере бесконечного,— это значит слишком откровенно раскрывать свои ни на чем не основанные, но весьма интимные потребности и симпатии.

Приходится и здесь покинуть эту зыбкую и наивную почву кустарных домыслов и обратиться к беспристрастному и ко всему одинаково равнодушному суду диалектики. Но суд диалектики беспощаден.

б) Для диалектики совершенно нет никаких оснований предпочитать одну категорию другой. Если та или иная категория как-нибудь образовалась, т. е. имеет тот или иной смысл, то этого уже достаточно для того, чтобы ее нельзя было уничтожить никакими силами. Если конечное, бесконечное и разные виды бесконечного являются хоть какими-нибудь логическими категориями (пусть не столь богатыми, как можно было бы предполагать), то этим уже все решено: никакую категорию нельзя просто уничтожить, ее можно только подчинить другой или, наоборот, другую категорию подчинить ей, можно, наконец, при желании, и совсем о ней не размышлять, но если она хоть что-нибудь значит, то мыслить ее можно только как необходимую. Следовательно, поскольку в предыдущем мы именно установили смысл выразительно-числовых категорий, постольку *все они для нас обязательны*, и мы не можем пожертвовать ни бесконечным в пользу конечного, ни конечным в пользу бесконечного. Речь может идти только о диалектической системе этих категорий, т. е. о том, в каком смысле одна из них предполагает другую и как они объединяются в одно целое.

с) Чтобы укрепиться в той позиции, что рассмотренные нами выразительные формы есть именно *категории*, обратим внимание на то, что им вовсе не свойственны чисто *количественные* различия. Профан обычно думает, что конечное — это что-то обязательно очень маленькое, а вот бесконечное — это что-то ужасно огромное, что получается в результате постепенного увеличения малых размеров конечной величины. *Эта точка зрения должна быть уничтожена до последнего*

основания. Никаким увеличением нельзя конечное превратить в бесконечное и бесконечное в континуум. Тут разница не по количеству, а по качеству или, точнее говоря, по *категории*. Никогда одна категория не расплывается и не воссоединяется так, чтобы из этого получилась другая категория. Эту другую категорию никаким способом нельзя получить откуда-нибудь, если она еще не существует сама по себе. Всякое получение одной категории из другой в диалектике вполне равносильно и их полной взаимной независимости и самостоятельности.

В частности, нужно сказать, что данный отрезок прямой вовсе не должен быть увеличиваем до бесконечности, чтобы мы имели эту бесконечность реально. Каждый конечный отрезок, *как бы мал он ни был*, уже есть бесконечность точек и интервалов и даже континуум, и даже в известном смысле тотальность. *Бесконечность отличается от конечного вовсе не тем, что она больше его.* Один и тот же отрезок, например — в один сантиметр, может считаться и конечным, и бесконечным, и континуальным, и тотальным, *смотря по точке зрения*, т. е. смотря по той категории, которую мы употребим для оценки данного отрезка.

Вот почему нелепы рассуждения тех математиков, которые допускают в своей науке только конечные величины, но пугаются счетных множеств или допускают счетные множества, но пугаются еще высших мощностей. *Уже допустивши отрезок $[0; 1]$, математик допустил решительно все* — и конечную, и счетную, и континуальную, и тотальную мощность. И даже если бы он допустил отрезок, в любое количество раз меньший, чем $[0; 1]$, он все равно уже фактически, но скрыто для себя, допустил все указанные основные выразительные формы числа.

Итак, в отношении выразительно-числовых форм мы должны выставить следующие положения.

1. Существует четыре основных выразительно-числовых формы: а) конечная, б) инфинитезимальная, в) трансфинитная и д) континуально-тотальная.

2. Если число дано на стадии выразительной формы, то оно сразу содержит в себе все эти четыре формы. Если оно характеризуется хотя бы одной из этих форм, то остальные также присутствуют тут целиком.

3. Это, однако, не значит, что всеми ими нужно пользоваться сразу. Обычно выбирается и фиксируется какая-

нибудь одна из них, смотря по той категории, которую желательно иметь в виду. Конечная выразительная форма основана на категории едино-раздельности (или бытия определенного), инфинитезимальная — на категории становления, трансфинитная — на категории ставшего и континуально-тотальная — на категории энергийно-эманативного бытия.

4. Никакая из этих категорий не сводима одна на другую, но никакая зато и не может существовать без других. Все они — нечто, и все они — разное.

d) Такая установка поможет нам и при детальном рассмотрении указанных форм, которого, впрочем, мы делать не будем, но которому зададим только определенное направление.

I. Как возможно конечное?

a) Пусть существует конечная выразительная форма, которая в то же время *не есть инфинитезимальная*. Это значит, что в пределах этой формы *невозможен ни малейший сдвиг*, т. е. что от начального элемента конечного никуда сдвинуться нельзя, и, значит, тем более нельзя дойти до последнего элемента, т. е. конечное перестало быть конечным, обозримым.

b) Допустим, что есть конечная выразительность *без трансфинитной*. Поскольку трансфинитное число есть предел конечной операции, постольку исключение трансфинитности есть исключение предела, т. е. самой возможности достигнуть конца. Значит, в конечном при таких условиях мы не смогли бы достигнуть последнего элемента, даже если сдвинулись бы с первого элемента, т. е. конечное перестало бы быть конечным, обозримым.

c) Но пусть исключается *континуум*. Это значит, что внутри конечного образованы такие пропасти и разрывы, которые нельзя ничем преодолеть, так что если бы мы даже и обладали первым и последним элементом конечного множества, то мы не знали бы, что находится «посредине», т. е. не знали [бы], что наши элементы есть именно первый и последний.

Конечно то, что имеет начало, середину и конец. И вот оказывается: если конечное не есть в то же время стихия бесконечно-малого, то оно не имеет начала. Если оно не есть в то же самое время и трансфинитное, оно не может иметь конца. А если оно не есть континуум, то оно не имеет и середины. Скажут: а если сама едино-

раздельность не обеспечивает нам начало, середину и конец? Да, это есть действительно категория *определенного* бытия, но мы не можем воспользоваться ни началом, ни серединой, ни концом для конструирования числа и множества, если нет налицо указанных условий. Начало есть, но мы не можем с него сдвинуться; середина есть, но мы не можем через нее пройти; конец есть, но мы его не достигаем. Являются ли в таком случае эти отвлеченные категории реальной характеристикой числа и множества?

Итак, если нет бесконечного, то нет ничего и конечного. Условием возможности конечного является бесконечное.

II. Как возможно бесконечно-малое и бесконечно-большое?

а) Если существует бесконечно-малое, которое в то же время [не] является конечным, это значит, что оно есть чистое становление, в котором нет никакой единораздельности, т. е. которое вообще даже не есть нечто. Но тогда получается такое становление, в котором неизвестно, что именно становится. Но это есть только словесная нелепость, потому что для dx должно существовать само x . Бесконечно-малое существует лишь как известное приращение конечного. Бесконечно-малое и бесконечно-большое и есть не что иное, как становящееся конечное. Отбросивши здесь конечное, мы отбрасываем определенность самого понятия, т. е. делаем абсолютно алогичным и, значит, необсуждаем [ым] само бесконечно-малое.

б) Но, может быть, существует инфинитезимальное бесконечное *без всякой трансфинитности*? Этого очень многим математикам хотелось бы... Но, к сожалению, это не так. Если в инфинитезимальном нет трансфинитного, то с точки зрения чистой логики это означает только, что становление здесь не имеет никакого направления, не имеет никакой цели, т. е. не содержит в себе *предела*. Однако момент предела входит в самое понятие бесконечно-малого и бесконечно-большого. Не нужно думать, что актуальная бесконечность существует только для бесконечно-большого. Веронезе показал, что существует также актуальное бесконечно-малое. Раз есть предел, то в условиях алогического становления уже с необходимостью существует и трансфинитное (хотя оно тут не используется), ибо последнее и есть определенный синтез становления с пределом.

с) Точно так же немыслимо бесконечно-малое и тогда, когда оно не есть континуум. Если он не есть континуум, это значит, что в нем отсутствует само становление, процесс и уже тем более, значит, отсутствует непрерывность. А это значит, что бесконечно-малое есть постоянная величина, что противоречит самому его понятию.

Итак: если бесконечно-малое не есть в то же время конечное, оно есть становление *неизвестно чего*; если оно не есть еще и трансфинитное, оно есть становление *неизвестно какое*⁶⁹; если, наконец, оно не есть континуум, оно вообще не есть становление, или процесс, оно вообще не есть переменная величина.

III. Как возможен континуум?

а) Допустим, что континуум *не содержит в себе ровно ничего*, что указывало бы на конечность. Это значит, что континуум лишен категории едино-раздельности. Но если нет едино-раздельности, то нет и сплошности, ибо последняя есть не что иное, как заполненная едино-раздельность. Однако, что получится, если мы выделим из континуума все, что создает в нем сплошность, и постараемся получить едино-раздельность? Это значит, что мы получим континуум, в котором не будет никакого счетного скелета, т. е. окажется неизвестным, сплошностью *чего именно* является континуум. Мы получим множество всех действительных чисел, в котором, однако, нельзя будет указать ни одного рационального числа (ибо множество всех рациональных чисел — счетное), что невозможно. Это, конечно, не значит, что континуум *состоит* из этих едино-раздельных элементов; но это значит, что для сплошности необходим едино-раздельный скелет, который после своего заполнения и превращается в неразличимую сплошность.

б) Континуум немыслим и без *инфинитезимального* момента. Это значило бы, что он мыслим вне процесса становления, а тут мы пришли бы к его распадению на дискретное множество. Каждая «точка» континуума, по вышеизложенному ([п. 9]), есть именно становящаяся точка, так что лучше уже говорить не о точках, а прямо об отрезках.

с) Наконец, континуум, лишенный признаков *трансфинитности*, есть континуум, в котором ни одна точка не есть предельная. А это исключается самим определением континуума как совершенного множества.

Итак: континуум вне категории конечного есть сплошность *неизвестно чего*; он же, лишенный категории трансфинитного; есть сплошность *неизвестно какая*, а лишенный категории бесконечно-малого, он вообще не есть сплошность.

е) Самое же главное (оно же предпосылка, оно же резюмирующий вывод) во всем этом исследовании заключается в *отрицании грубоколичественного подхода* не только к категориям континуума, трансфинитных чисел и бесконечно-малых величин, но даже и к самим конечным числам и величинам. *Даже и конечность числа не есть количественная характеристика числа*, ибо по голому количеству еще нельзя судить, конечное оно или бесконечное. Если я сказал «пять», то только обыденная традиция человеческого сознания заставляет признать, что это есть именно нечто конечное. Сама же отвлеченно взятая пятерка — и бесконечность, и континуум, и ни то ни другое, смотря по точке зрения. В связи с этим шестерка *больше*, чем пятерка, но бесконечность ничуть не больше пятерки; и если математики так выражаются, то они сами же себя секут, когда начинают оперировать с бесконечными величинами. Оказывается, хотя последние только и «больше» конечных, но на самом деле они по самому существу своему совсем другие, так что неприменимо даже самое это понятие «больше» или, вернее, оно имеет тут везде разный диалектический смысл.

Одна структура — это арифметическая едино-раздельность; тут свое понимание ⁷⁰ «большого», «меньшего» и «равного», а именно, эти понятия даны едино-раздельно, стабильно. Совсем другая структура — инфинитезимальное становление; другое здесь и понимание «больше», «меньше» и «равняется», а именно, тут самые эти понятия даны в становлении, в текучести, поэтому и самые операции в анализе бесконечно-малых совсем другие. Как ясно из предыдущего исследования понятия трансфинитного числа и континуума, также и здесь свое собственное понимание этих $>$, $<$ и $=$. Поэтому нельзя говорить, что бесконечное больше конечного, если само «больше» в бесконечном и конечном разное.

Можно сказать еще и так. Конечное и многочисленные виды бесконечного не есть различие предметное, бытийственное, но — чисто смысловое, а именно, *выразительно-смысловое*. С точки зрения онтологической пред-

метности о бытии с одинаковым правом можно сказать и что оно конечное, и что оно бесконечное, и что оно континуальное, сплошное. Можно сказать, что существует только конечное, а бесконечность и континуум есть его виды (хотя тут надо было бы проанализировать, что значит «вид»⁷¹). Можно сказать, что существует только бесконечное, а конечное и континуум есть его виды. Можно сказать, что существует только континуум, а конечное и бесконечное есть его виды. Везде тут по-разному придется понимать термин «вид», но, не вникая в подробности, можно с некоторым грубоватым, но вполне реалистическим добродушием сказать, что одно тут «подчинено» другому и что каждая из этих категорий вполне «выводима» из другой. В одном случае «выведение» есть заполнение фона, в другом оно есть выделение и вырезывание на некоем фоне. Но зато уже ни при каком реализме недопустим ни мещанский субъективизм Брауэра и Бэра, ни рационалистическая импотенция Бореля и Лебега. Только «демон» Цермело немного высовывает свою голову из этого мещанского болота мелкого субъективизма, да и тут способен только беспомощно выставить правильный тезис, будучи не в силах претворить его в живую действительность.

§ 73. Аксиома выражения в теории вероятностей.

Наконец, необходимо дать не подробную, но все же принципиально определенную установку для дедукции вероятностной сферы и в области теории вероятностей. Ограничимся самым необходимым.

1. а) Выражение есть внешность, по которой узнается внутреннее. До сих пор (§ 49, 53, 57, 61.4, 62.5, 63.7) мы находили в теории вероятностей только такие категории, о которых нельзя было сказать, внутренние они или внешние. Самое это различие впервые зарождается там, где полагается различие факта и смысла, т. е. на ступени наличного бытия. Дальнейшее уже будет смыслом *факта*, т. е. чем-то внешним, поскольку и факт есть внешнее в сравнении с тем внутренним, которым теперь оказывается чистый, т. е. до-фактный, смысл. Раньше мы находили в теории вероятностей отдельные операции над вероятностями (§ 62.5) и закон больших чисел (§ 63.7). Необходимо, следовательно, подчинить эти операции и это применение закона больших чисел таким новым преобразованиям, которые бы превратили их в то, что,