попытка кратко формулировать относящийся сюда феномен.

Сообщение идеи вероятности с разными типами пространства имеет для нас исключительно важное значение еще и потому, что вероятность, относясь к бытию модальному, есть бытие максимально конкретное. Его мы выше (§ 9) характеризовали как бытие историческое, ибо в нем учитывается его самопроизвольность, которой совершенно нет в других типах числового бытия. Но с другой стороны, если брать геометрию, то ни топология, ни проективная геометрия, ни аффинная не есть полнота определений пространства. Только метрическое пространство дает наглядную физиономию пространственной фигуры; но метрика эта бывает разная, и эвклидовская метрика — наиболее бедная и бессодержательная. Вот почему идея вероятности в соединении с неэвклидовскими математическими точками зрения есть максимально конкретная позиция в математике вообще; и открывающееся здесь выразительное бытие числа обладает и наивысшей свободой самоопределения, и самыми богатыми физиономическими возможностями.

Тут — естественный конец аксиоматики.

f) ОБЩЕЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

§ 74. Итог аксиоматики.

1. Мы проделали большую работу. Обозреть всю диалектическую судьбу числа как суждения — это значит построить огромную диалектическую систему; и кому хоть что-нибудь неясно в этой системе, тот должен затратить всякие усилия для достижения ясности, ибо, кто не обладает последней ясностью в диалектике аксиом, тот не сумеет разобраться ни в чем последующем. Правда, ясность мысли и ясность слова — совершенно разные вещи, и они часто не совпадают. Автор настоящего исследования имеет такие диалектические *мысли*, которые кажутся ему *предельно ясными*, но он не может этого сказать решительно о всяком своем *слове*, так как воплощение сложных диалектических построений в словах всегда означает напряженнейшую борьбу с человеческим языком, который упорно и даже отчаянно сопротивляется, когда его заставляют выражать что-нибудь отвлеченное. Поэтому надо еще раз обозреть всю

нашу диалектическую аксиоматику, минуя детали, но лишь соблюдая единство картины, чтобы добиться и в словах той абсолютной ясности, которая присуща прочно продуманной мысли.

2. Аксиоматика (и вообще всякая диалектика) основана на *последовательном созревании категорий.* Если уловлена эта последовательность, значит, уловлено все. Но всякая последовательность содержит в себе какое-то начало, какой-то закон развития и какой-то конец. Уловивши эти моменты, мы улавливаем и всю последовательность.

Итак, аксиоматика предполагает какое-то *начало.* Что это за начало? Начало должно быть максимально просто, максимально несложно. Дойдя до последней простоты, мы доходим до подлинного перво-принципа. Что же это за перво-принцип в математическом суждении? Что такое то, проще чего не может быть [ничего] ни в каком математическом суждении? Если мы возьмем арифметику, то таким абсолютно простым началом всякого суждения будет, очевидно, *единица.* Нет ничего проще единицы. В геометрии таковым перво-принципом является *точка,* ибо в пространстве нет ничего проще точки. В теории множеств таковым перво-принципом необходимо считать *элемент,* который от единицы отличается идеей порядка, а от точки — идеей чисто количественной осмысленности. Наконец, теоретико-вероятностным перво-принципом является *модальное отношение*, или событие, рассмотренное в свете модального отношения; это и есть вероятность.

Таково начало аксиом в различных математических науках. Едва ли можно спорить об этом; во всяком случае о единице и точке не может быть никаких сомнений. Перво-принцип вообще есть абсолютно простейшее во всякой данной области. Число, взятое в своей последней простоте и свободе от всего иного, есть перво-принцип всей математики, подобно тому, как чистое полагание есть перво-принцип самого числа. Но вот мы переходим к первым определениям числа, т. е. рассматриваем число как суждение, раскрывающее существенные свойства тела и тем его определяющее; другими словами, вот мы переходим к отдельным математическим наукам. И наш общий перво-принцип, число, превращается в целый ряд конкретных, специфических перво-принципов.

Это и есть единица, точка, элемент и ее бытие (модальное отношение).

3. a) Итак, мы знаем *начало* нашей аксиоматики. Теперь посмотрим, где же ее *конец*. Если начало — максимально просто, то конец, как последняя зрелость, максимально *сложен*. Какая только может быть сложность наших перво-принципов, она тут должна быть, если мы охватим всю их судьбу целиком. Но нельзя ли более точно описать этот максимально зрелый конец аксиоматического перво-принципа? Ведь «максимальная сложность» характеризует этот предмет слишком формально, т. е. слишком пусто. Диалектик ясно ощущает границу и предел этой зрелости и сложности. А именно, он наблюдает развитие своего предмета до той степени сложности, пока последний остается самим собою. Если наступает усложнение предмета, переходящее в его распадение,— тут предел интересующей нас сложности. Но когда вещь распадается? Она распадается тогда, когда отдельные ее части становятся абсолютно чуждыми одна другой, когда они абсолютно иные одна другой, и иные не по смыслу просто (в таком виде они еще входили в цельную вещь и нисколько не разрушали ее цельности), но иные по своей субстанции. [Это] значит, что распадение есть вмещение в себя своего субстанциального инобытия. Итак, признаком последней допустимой сложности предмета является вмещение им в себя своего смыслового (а не просто субстанциального) инобытия. Вмещение дальнейшего инобытия будет уже разрушением и переходом в иную предметность.

b) Возьмем арифметический перво-принцип, единицу. Поскольку она есть максимальная простота, мы можем добиться здесь максимальной сложности только путем того или иного комбинирования единиц. Это комбинирование может быть каким угодно, лишь бы только сохранялось выставленное только что условие, т. е. лишь бы только получаемый отсюда результат сохранял в себе непосредственное значение всех вошедших в него единиц, с ясным обнаружением самого закона комбинирования. Покамест соблюдается это условие, мы никогда не разрушим и не отбросим ни одной единицы, с которой происходит та или иная операция. Мы можем взять систему единиц: получится самое обыкновенное арифметическое число, не нарушаемое никакими инобытийносубстанциальными привхождениями, ни как целое, ни как составленное из отдельных единиц. Мы можем взять систему систем единиц: получатся те или иные ряды чисел с теми или иными законами структуры этих рядов, но все входящие сюда единицы будут как на ладони, будут в своем непосредственно-очевидном бытии, и никакая внешняя сила не раздробит получающегося здесь сложного единства. Мы можем взять систему этой системы систем, потом систему полученной таким образом сложной системы, и т. д. и т. д., и — мы нигде не найдем уничтожения, отпадения тех или иных единиц, нигде наши единицы не перейдут в нечто такое, что уже потеряло смысл непосредственной очевидности и стало инородным телом в полученной совокупности.

c) То же самое мы можем сказать о точках в геометрии, об элементах в теории множеств и модальном отношении в теории вероятностей. Везде тут перед нами одна и та же максимально допустимая сложность — это *система систем преобразований первоначального элемента*. Если мы говорим о *системе*, значит, дается некоторый закономерный переход от первоначального элемента ко всякому другому. И если мы говорим о *системе систем*, то, значит, дается закономерное строение всего результата, полученного из единицы, точки, элемента и вероятности, и притом независимо от количества и последовательности видов систематизирования. При сохранении этих условий мы получаем допустимую максимальную сложность, до которой может доходить аксиоматика. Единица, точка и пр. — непосредственно данная и очевидная простота. Такая же непосредственно данная и очевидная простота должна сохраняться и в любом комбинировании этих единиц и точек. Пусть мы, напр., имеем то, что называется в теории чисел модулем или в высшей арифметике и алгебре числовым кольцом или полем. Какую бы структуру это кольцо, или поле, ни имело, мы, хотя, быть может, по ограниченности памяти и внимания и не сумели обозреть его целиком, все же принципиально можем увидеть и ощупать любой элемент, входящий сюда. Поэтому кольцо, или поле, какая бы сложность здесь ни была, принципиально сохраняет в себе непосредственную простоту и очевидность, которую легко реализовать в любом пункте системы. Это и значит, что здесь у нас допустимая степень усложнения первоначального элемента.

Итак: аксиоматика движется от той *абсолютной простоты*, которая есть в *простом акте полагания* (единица, точка, элемент и событие), до *системы систем этих полаганий*. Можно применить сюда термин, много раз употреблявшийся у нас в предыдущем, беря его в расширенном значении, а именно, понимая его исключительно в смысле нашей выразительной формы. Это понятие *метризации*. Пусть у нас будет метризованная система единиц (чисел),—напр., метризованное поле; пусть будет метризованное пространство, метризованное множество, метризованная вероятность. Это предел, дальше которого мы уже покидаем самое учение о единицах, точках и т. д. и переходим к тому, что хотя его и предполагает, но является уже совсем иным.

d) В этом рассуждении мы не воспользовались диалектическими схемами. И многие думают, что так оно и проще, и яснее. Однако философу ясно совсем не то, что ясно обыденному сознанию. Указанное только что начало и конец аксиоматики необходимо зафиксировать диалектически. Этого делать здесь не следует после стольких разъяснений в предыдущем изложении. Но в виде кратчайшего резюме можно сказать, что начало этого пути—*акт полагания, внутри не дифференцированный*, т. е. чистое полагание без категории различия внутри себя, а значит, и без всяких других категорий, конец же этого пути—*акт полагания, внутри расчлененный и вовне явившийся как таковой*. Сначала это просто акт полагания, в котором не положена еще пока ни одна логическая категория, а все категории, необходимые для его мыслимости, находятся вне его, мыслимы кем-то другим. В конце же это такой акт полагания, в котором положены и все категории, необходимые для его мыслимости, так что он предстал здесь вместо изначального безразличия, как определенная внутренне-внешняя структура.

Таковы эти начало и конец пути. И других начал и концов невозможно и мыслить. Везде мы находимся здесь между абсолютной простотой и ясно созревшей структурой; при этом простота—там, где нет различий, а структура—там, где эти различия есть и где, кроме того, есть, хотя бы принципиально, различие этих различий, т. е. качественное разнообразие их закономерности. Это так везде, так и в аксиоматике.

4. а) Чем же теперь заполнен этот аксиоматический путь? Его тоже можно было бы сначала описать чисто фактически, не вникая во всю сложность диалектических связей. Однако господствующие здесь предрассудки так велики, что никакое простое описание без всего потребного здесь логического аппарата никем не примется здесь на веру. Можно было бы, напр., исходить из чисто геометрической аналогии. Всякому ясно, что если вместо одной точки мы возьмем две *различных* точки, то тем самым мы получим какую-то линию, и прежде всего прямую, и даже определенный ее отрезок. Всякому ясно, что если вместо двух точек взять три различные точки не на одной прямой, то мы получим плоскость. Далее мы также получим тело (в связи с тремя измерениями) и разные структуры телесности (в связи с бóльшим числом измерений). Однако не всякому ясно, что перейти от точки к прямой — это значит затратить [77] категорию *самотождественного различия*, и если невозможно отрицать, что для прямой необходимы по крайней мере две *различных* точки, то большинство, конечно, не поймет, как это они должны отождествляться, хотя и абсолютно очевидно [78], что между концами отрезка нет ровно никакого перерыва.

Следовательно, даже аналогия с геометрией ничего не скажет тому, кто глух к диалектике. А между тем логическое назревание категорий происходит как раз в том смысле, в каком назревает геометрическая фигура по мере перехода точки к образованиям с тем или иным числом измерений. В диалектике мы проходим ровно такие же этапы логического развития, как и в эволюции геометрической фигуры от точки до многомерного образования. Здесь действуют те же самые основные категории, создающие возможность мыслить ту или иную структуру. Ясно, что можно всячески подходить к этим вехам диалектического развития, но от этого подхода они нисколько не меняются. Мы можем, напр., описать этот путь при помощи диалектических триад, тетрад, пентад и пр.; можем сделать это даже при помощи диад,— напр., просто противопоставляя одну категорию другой, как прямая противополагается точке, плоскость — прямой и т. д. Можно и совсем отбросить всякую диалектическую манеру выражаться; и от этого сама диалектика, залегающая в основе математического бытия, конечно, нисколько не пострадает. Но мы изберем наиболее педантический, но зато наиболее простой и очевидный путь. Это путь триад.

b) Очень ясно этот путь аксиоматики от начала к концу рисуется при помощи триад так. Что такое система первоначальных элементов, пояснения не требует. Будем считать такую систему за *исходный пункт* аксиоматической диалектики. Тогда ее *отрицанием*, или инобытием, окажется ее переход в новую форму при помощи тех или иных преобразований. Этим инобытием и будут самые преобразования. Но полученный после этих преобразований результат есть тоже некоторая система. Этим самым мы отрицаем наше отрицание и возвращаемся к тезису, т. е. совершаем обычный диалектический переход. Получается *система систем* — диалектический синтез. В арифметике системой актов полагания будет само *число*, но — уже готовое и сформированное, цельное арифметическое число. В геометрии это есть *фигура*, в теории множеств — *тип* и в теории вероятностей — *исчисленная вероятность*. Этот общий аксиоматический тезис можно также назвать и *совокупностью*. В антитезисе мы получим разного рода преобразования, и прежде всего то, что называется действиями, или *операциями*. И в синтезе — метризованную систему, или совокупность, или же систему систем, дающую, смотря по характеру математической области, ту или иную метрическую систему чисел, пространства, множества и вероятностей.

c) В каждой из этих трех областей диалектической аксиоматики можно проводить дальнейшие триады, как это видно из прилагаемой общей таблицы. Но надо не терять из виду общую структуру основных суждений о математическом предмете, именуемых аксиомами, а эта структура создается неизменно через самопротивополагание первоначальных элементов и их самоотождествление, путем перехода от простейшего к сложнейшему.

Так из единого перво-принципного корня вырастает все диалектическое дерево математической аксиоматики.

<table>
<tr><th rowspan="2">Общеаксиоматический перво-принцип: число есть число</th><th rowspan="2">Перво-принципы в отдельных матем. науках: = абсол. единичность</th><th colspan="3">Принцип (сущность, бытие) = единораздельность = «сочетание», «совокупность»</th><th colspan="7">СТАНОВЛЕНИЕ</th><th rowspan="2">Ставшее (условие и закон измеримости = тождеству направлений становления)</th><th rowspan="2">Выразительная форма = тождество внутр.— внеш. направлен. = система систем преобр.</th></tr>
<tr><th>Самотождеств. различ.</th><th>Подвижн. пок.</th><th>Закон определенности (бытия)</th><th>Перво-принцип</th><th>Принцип</th><th colspan="2">Становление</th><th colspan="2">Ставшее (закон и условие измерений)</th><th>Выражен[ие]</th></tr>
<tr><td>Арифметика (сущность числа)</td><td>Единица</td><td>Совокупность различных единиц</td><td>Расположение единиц</td><td>Количество (счет)</td><td rowspan="4">НЕПРЕРЫВНОСТЬ</td><td rowspan="4">Операция или преобразование</td><td colspan="5">Последовательность операций, или система преобразований</td><td>Ассоциат., коммут. и дистриб. законы</td><td>Группы, модули, кольца, поля</td></tr>
<tr><td>Геометрия (явление числа)</td><td>Точка</td><td>Совокупность точек</td><td>Расположение точек</td><td>Фигура (построения)</td><td>самотожд. разл. (проективная геом.)</td><td>подв. п[окой] (топология)</td><td>Определенность (аффинная геом.)</td><td>Геом. подобных образований</td><td>Общеметрич. геометрия</td><td>Конгруэнция фигур</td><td>Аксиома параллельности (разные пространства)</td></tr>
<tr><td>Теория множеств (эйдос числа)</td><td>Элемент</td><td>Совокупность элементов (мощность)</td><td>Расположенная совокупность элем., или упорядоченность</td><td>Тип</td><td colspan="4" rowspan="2">Последовательность операций, или система преобразований</td><td>Общ[ая] измеримость множества</td><td>Конгруэнция множеств (resp. аксиома произв[ольного] выбора)</td><td>Метризованные множества</td></tr>
<tr><td>Теория вероятностей (выраженный факт числа)</td><td>Событие (resp. [78a] модальное отношение)</td><td>Совокупность (модально) соотносящихся событий</td><td>Совокупность последовательно наступающих взаимно соотносящихся событий</td><td>Исчисленная вероятность</td><td>Закон больших чисел</td><td>Конгруэнция вероятностей («аксиома несовместим. событий»)</td><td>Законы распределения вероятностей</td></tr>
</table>