

и т. д. Это самые настоящие функции. Не нужно только обязательно связывать понятие функции с идеей бесконечно-малых, как это само собой навязывается благодаря неискоренимой ассоциации. Математики даже скомбинировали особую науку «теория функций», где есть все, что угодно, но только не числовые функции. А числовые функции — обычная реальность того, что в математическом обиходе именуется теорией чисел.

Алгебра тоже есть, конечно, наука о функциях. Что такое уравнения как не функции?

Таким образом, функции в разных науках различаются между собою не по принципу функции (который везде один и тот же), но по специфическим свойствам каждой науки. В арифметике главную роль играют числа в их непосредственном значении; след., функции тут *числовые*. В алгебре главную роль играют функции с *постоянными* величинами, в анализе — с *переменными* величинами. Это и накладывает своеобразный отпечаток на употребление функций в разных областях.

Стоит обратить особое внимание на значение категории «функция» в *теории множеств* и в *теории вероятностей*. В первой из названных наук эта категория связана с процессом *отображения* одного множества на другом и на установлении того или иного соответствия отображенного с отображающим. Во второй из названных наук функция приобретает значение т. н. *корреляции*, которая, в связи с тем что в данном случае происходит исчисление бытия фактически случайного, как раз и есть функция, но без чисто функционального содержания, а только с фактически опосредствованным. Подробности в этих категориях изучаются нами в своем месте.

У. ПЕРЕХОД К СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ЧИСЛА

§ 79. Перевод математики на язык логики.

1. Все рассуждения о числе, которые мы имели до сих пор, относятся к *общей* теории числа. Тут не было никаких рассуждений, выходящих за пределы раскрытия самого *понятия* числа, включая основанную на этом понятии элементарно логическую систему. Вскрыть число как таковое, число само по себе, показать его внутреннюю сущность и значение — вот была цель всех предыдущих построений. Правда, в дедукции аксиом и учении

о функции мы уже вступили в чисто математическую область. Но эта область трактуется в аксиоматике тоже очень обще, хотя и конкретнее, чем просто в области чистой категории числа. Еще раньше, в дедукции конститутивных моментов числа, само число трактовалось как общематематическая категория. Число тут уже математическая, но все еще *общематематическая* категория; и иной она, конечно, и не может быть на первых порах, ибо все диалектическое развертывание числа может двигаться только от самого общего и отвлеченного к более частному и конкретному.

2. Этим общим учением о числе задача философского обоснования математики не только не исчерпывается, но только еще начинается. Хотя большинство философских учений о числе и ограничивается только этим, т. е. раскрытием понятия числа, — все же в настоящее время вполне возможно считать диалектику настолько зрелой и конкретизированной дисциплиной, что она вполне может (и даже обязана) войти в детали числовых конструкций, не ограничиваясь общими рассуждениями только о самом понятии числа.

3. Разумеется, и здесь единственным методом философского анализа остается все та же *диалектика*, какие бы детали математической науки нас ни интересовали. Перед нами открывается труднообозримая область математических наук с совершенно оригинальными и подчас очень нелегкими проблемами, которые, однако, чтобы понять, необходимо так или иначе перевести на язык логики. Нас не должна интересовать *чисто математическая* сторона математики. Те операции, равно как и вся техника «доказательств», должны нас меньше всего интересовать. То, что интересует математику, нас не может интересовать, поскольку мы хотим быть не математиками, но философами. И то, что понятно с математической точки зрения, часто является полным туманом с точки зрения философии. Так, напр., понятие интеграла или производной можно вскрыть математически всего на одной-двух страницах. Однако философски понять, т. е. прежде всего логически осмыслить, эти понятия очень и очень нелегко; и если начать все тут объяснять, то не хватит для этого и десятков страниц, не говоря уже об одной-двух. Итак, нам предстоит дать философский диалектический анализ основных понятий и методов математики, отказываясь

от той технической и формально-логической их понятности, которую преследуют все обычные курсы математики.

4. Но что значит в этом смысле *понять* математическое утверждение? *Понять тут* — значит перевести данное утверждение с языка математики на язык логики (или обратно). Это значит исследовать, какая идея, какой логический смысл заложен в той или другой математической теореме, формуле и т. д., если принять во внимание метод построения этой теоремы или этой формулы. Числа ведь, как мы знаем, сами по себе пусты, не имеют никакого качественного содержания, или наполнения. Однако, если разобрать их логический состав в статике или рассмотреть то, как эти числа в данном случае скомбинированы и каким методом сконструировано их взаимоотношение в динамике изучаемой взаимосвязи, мы почти всегда можем определить ту идею, которую воплощает на себя данная формула, тот внутренний смысловой замысел, которому подчинена данная числовая конструкция. Математика очень часто оказывается потухшей философией или даже мистикой; и нужно только уметь перевести эти содержательные и внутренне-наполненные учения на формальный и внутренне-равнодушный язык логики.

Другими словами, нам предстоит задача, исходя из вышеразвитого анализа понятия числа, *дать диалектическое построение математической науки в ее основных опорных пунктах, т. е. в ее фундаментальных категориях и операциях*. Мы должны внимательно изучить материал математических наук, всю эту громадную технику доказательств, выводов и целых теорий. Но мы должны перестать быть математиками и должны все время помнить, что наша задача не математика, но философия. Техника и содержание математических доказательств для философии есть только слепой и сырой материал, не больше. Как бы ясно мы ни доказывали данную теорему, она для нас — полный философский туман, если здесь не применены специальные методы философского анализа. Возьмем, напр., какую-нибудь теорему Коши относительно равенства нулю ⁸⁷ интеграла от комплексного переменного, взятого по замкнутому контуру. Можно сотни раз воспроизводить это доказательство и яснейшим образом представлять себе его математическую

структуру и — все-таки быть в полной темноте относительно настоящего смысла учения Коши. Поэтому руководства по математике нам нисколько не помогут в этом деле. Они только материал, который еще надо осмыслить. Но мало помогут в этом деле и философские трактаты, потому что это та область науки, которая наименее освещена философски. Можно найти сколько угодно хороших и плохих теорий числа, но все они ограничиваются анализом или самого понятия числа, или некоторых его деталей. Но, кажется, никто еще не задавался целью дать философско-логический анализ всего содержания математических наук, математики в целом, ограничивая свою задачу учением не об элементах только, но и о структуре этой науки в целом, включая анализ и всех ее основных категорий.

5. Задача эта трудна и многосложна; и тут необходим тот союз философии и математики, который так част в интуитивных глубинах у настоящих философов и математиков и который так редок у тех, кому суждено повторять и распространять философские и математические идеи, но не создавать их впервые. Вчитываясь в Лейбница, часто не знаешь, философская ли или чисто математическая интуиция им руководила. Это, конечно, ни то и ни другое, это — то первичное, рождающее лоно идеальной мысли, где философия и математика слиты пока еще в одно нерасчленимое целое. И, когда читаешь Кантора, тоже удивляешься тому, как иная философская идея, вычитанная им у какого-нибудь Фомы Аквинского, чувствуется, именно чувствуется и ощущается, а не просто понимается — чисто математически и арифметически. Потом он разовьет тут же и такую математическую теорию, которая по своему содержанию уже не имеет ничего общего ни с каким Фомой. Однако все это только для внешнего и поверхностного наблюдателя. Вдумчивый наблюдатель обнаружит, что на глубине у этого гениального человека философия и математика слиты до полной неразличимости и являются единой и целостной могучей интуицией, способной оплодотворить и определить собою как чисто философскую, так и чисто математическую систему.

Философия математики должна вернуть нас к этому глубинному союзу философии и математики. Она, философия математики, должна в расчленившем и яснейшем

виде показать, конструировать то нерасчлененное и неясное, что лежит в основе общей философско-математической интуиции, отказавшись как от формализма и пустоты, техницизма математических доказательств, так и от отвлеченности и слишком большой общности философских теорий.

6. Достигнуть этой цели можно только путем перемены числового метода на *понятийный* или *общеспециально числовой*. Математика — сфера чисел, и с числами она оперирует числовым же способом. Она складывает, вычитает, умножает, логарифмирует, дифференцирует и т. д. и т. д. *Все эти числовые операции надо понять как операции над понятиями*; и в математической, т. е. числовой, формуле надо найти *идейный*, *понятийный* смысл. Можно сказать еще и иначе. Задачей философии математики должно явиться *вскрытие всех логических категорий, необходимых и достаточных для смыслового осуществления (в частности, для мышления) той или иной математической структуры или операции*. Если мы сведем такую, напр., операцию, как интегрирование, на основные и элементарные, далее уже неразложимые категории мысли, то можно сказать, что мы *поняли* эту операцию, поняли философски. Это же значит, конечно, и получить ответ на вопрос, *как мыслима данная операция, как она есть в сознании, как она вообще осмысленно есть*.

К разрешению этой огромной задачи мы и должны обратиться.

§ 80. Общая схема.

1. Формально-логическая вычислительная система математики должна быть превращена в диалектическую систему, в систему диалектических категорий. При таком условии математика, разумеется, принимает совершенно неузнаваемый вид; и многое приходится расценить совершенно иначе, не так, как при обычном изложении математического материала. Будем помнить, что здесь мы совершенно не занимаемся математикой как таковой, но только философией, а именно философией математики.

Самое расположение материала нашей науки должно поэтому меньше всего следовать за расположением и системой чисто математического материала. Мы не раз будем убеждаться, что простое с математической точки зрения оказывается очень сложным в философском отношении, а то, что просто для философа, иной раз