

виде показать, конструировать то нерасчлененное и неясное, что лежит в основе общей философско-математической интуиции, отказавшись как от формализма и пустоты, техницизма математических доказательств, так и от отвлеченности и слишком большой общности философских теорий.

6. Достигнуть этой цели можно только путем перемены числового метода на *понятийный* или *общеспециально числовой*. Математика — сфера чисел, и с числами она оперирует числовым же способом. Она складывает, вычитает, умножает, логарифмирует, дифференцирует и т. д. и т. д. *Все эти числовые операции надо понять как операции над понятиями*; и в математической, т. е. числовой, формуле надо найти *идейный*, *понятийный* смысл. Можно сказать еще и иначе. Задачей философии математики должно явиться *вскрытие всех логических категорий, необходимых и достаточных для смыслового осуществления (в частности, для мышления) той или иной математической структуры или операции*. Если мы сведем такую, напр., операцию, как интегрирование, на основные и элементарные, далее уже неразложимые категории мысли, то можно сказать, что мы *поняли* эту операцию, поняли философски. Это же значит, конечно, и получить ответ на вопрос, *как мыслима данная операция, как она есть в сознании, как она вообще осмысленно есть*.

К разрешению этой огромной задачи мы и должны обратиться.

§ 80. Общая схема.

1. Формально-логическая вычислительная система математики должна быть превращена в диалектическую систему, в систему диалектических категорий. При таком условии математика, разумеется, принимает совершенно неузнаваемый вид; и многое приходится расценить совершенно иначе, не так, как при обычном изложении математического материала. Будем помнить, что здесь мы совершенно не занимаемся математикой как таковой, но только философией, а именно философией математики.

Самое расположение материала нашей науки должно поэтому меньше всего следовать за расположением и системой чисто математического материала. Мы не раз будем убеждаться, что простое с математической точки зрения оказывается очень сложным в философском отношении, а то, что просто для философа, иной раз

принимает исключительно сложный вид, если переводить это на язык математики. Поэтому необходимо взять принцип разделения математического материала не из математики, но из философии, из диалектики. Диалектика же обладает одним настолько простым и всеобъемлющим принципом разделения, что и обходить его и невозможно, и нет надобности. Это принцип триады. Конечно, диалектическое построение, как мы указывали раньше, может быть очень сложным, и триада может превратиться в тетрактиду, в пентаду и т. д. Но в целях ясности и удобства изложения ограничимся в данном случае пока только триадным делением. Оно вполне обеспечит нам полноту и внутренне-логическую последовательность системы.

Прежде всего триаду можно выразить, как мы знаем, тремя такими категориями: бытие — инобытие — становление (ставшее). *Бытие* есть первое полагание. Это первое полагание предмета, чтобы быть и, в частности, чтобы быть положенным, требует для себя чего-нибудь такого, от чего оно отличалось бы, т. е. требует *инобытия*, с которым оно имеет четкую и определенную границу. Иначе говорят, что бытие, или утверждение, требует для своего существования отрицания. Наконец, бытие и инобытие, утверждение и отрицание не могут оставаться в состоянии такой абсолютной противоположности; они должны быть поняты как единый акт, чтобы инобытие и отрицание не предполагалось как возникшее неизвестно откуда, но чтобы оно тоже было утверждено и понято в сознании. Синтезом бытия и инобытия, утверждения и отрицания, является *становление*, в алогическом процессе которого абсолютно слиты бытие и инобытие, присутствующие и в то же время отсутствующие в каждый момент становления, или, в дальнейшем, *ставшее*, т. е. результат становления, остановившееся становление. Некоторым видом этого ставшего — правда, чисто идеальным и смысловым видом — является *граница, очерченность*, в которой тоже совпадают утверждение и отрицание, поскольку граница сразу и одновременно и относится, и не относится и к ограничивающему, и к ограничиваемому. Ставшее можно понимать и как реально ставшее, т. е. как *факт*, как *субстанцию*, которая так же очерчена и закончена, как идеальная граница, только в смысле реальной положенности. Становление и ставшее

одинаково являются синтезом бытия и инобытия; и часто нет нужды их особенно резко разделять (хотя тоже часто это разделение безусловно необходимо и требует очень subtilных наблюдений). Важно отметить, что если мы будем наблюдать технику синтезирования у Гегеля, то и у Гегеля синтезы имеют одинаково характер как становления, так и ставшего.

Итак, весь объем математического материала прежде всего распределяется на три большие области. И это первое разделение должно стать принципом существеннейшего разграничения, отчасти совпадающего с соответствующей диалектической классификацией математических наук. То, что выше было дано в фундаментальном анализе понятия числа, должно теперь рассматриваться нами как перво-принцип, перво-начало. Подобно тому как в общей теории числа всякой раздельности предшествует перво-акт, так точно и сейчас все число, взятое целиком, как вполне сформированная и осмысленная категория, должно стать перво-принципом для дальнейших разделений и оформлений. Мы должны забыть все конструкции, данные нами до сих пор и рисующие число как чистую категорию. Мы должны понять эту категорию числа как новую неразличимость и перво-акт и поставить задачу выявления того, что начинается и стоит *под* этим перво-актом. Это и приведет к детализации понятия числа, которая даст нам нужное распределение и разграничение математического материала. Ибо вся математика есть не что иное, как развитое и детализированное понятие числа.

2. Переходим к формулировке основных разделов философии числа, которых прелиминарно мы уже касались в § 9.

1. Перво-акт, переходя в реальный акт, делался полаганием, утверждением, бытием не вообще, но реально раздельным бытием. Точно так же и число. Число вообще, число как общая категория, прежде всего переходит в реальное полагание, в *реально положенное число*, в *бытие* числа. Число вообще, являясь отныне нашим перво-принципом, не есть теперь что-нибудь раздельное. Это такое бытие, которое выше всякого разделения и различения, вернее, сверх-число и потому сверх-бытие. Следовательно, можно такое *положенное* число назвать *бытием* числа. Еще раз напоминаем, что это не та положенность,

о которой шла речь в фундаментальном анализе числа. Там шла речь о полаганиях, впервые только еще конструирующих самое понятие числа. Здесь же имеется в виду полагание цельного, окончательно сформированного числа; и термин «бытие» относится здесь не к частичным моментам, из которых состоит число, но к числу вообще, к цельному числу. Мы знаем, что такие общие установки, как бытие, инобытие, становление, наблюдаемы и проводимы как внутри каждой категории, так и в отношении каждой категории в смысле ее внешней судьбы.

К бытию числа в этом смысле относятся прежде всего *натуральный ряд чисел и все арифметические операции над числом*. Сюда же относятся также и модификации числа, возникающие в связи с выделением в нем элементов *бесконечного процесса*. Первое вместе с анализом основных типов числа является предметом *арифметики и алгебры*. Второе есть предмет математического анализа, т. е. *дифференциального и интегрального исчисления* вместе с его *модификациями* (напр., вариационное, или векторное, исчисление). Для всех этих математических наук характерно употребление или чистых арифметических чисел, или их специальных дублетов — функций, причем числа берутся как устойчивые, так и в своем переходе в переменные величины, в разных смыслах переменности — прерывной, непрерывной, конечной, бесконечной и пр.

Можно попробовать зафиксировать это единое числовое построение и терминологически. Оно есть прежде всего *арифметически-алгебраически-аналитическое* понятие и употребление числа. Но можно дать и одно общее название этой области, совмещающая постоянство, переменность и пр. частные категории. Кажется, здесь был бы до известной степени удобен термин «интенсивное число». В понятии интенсивности совмещаются открытая и непосредственная значимость числа в арифметике, функциональная и символическая (буквенная) выраженность его в алгебре и анализе и конечно-бесконечные, непрерывно-прерывные процессы счисления.

II. Бытию противоположно инобытие, и утверждению числа должно быть противоположно отрицание числа. Но что может быть противоположно числу? И что, собственно, есть отрицание числа? Число — раздельность и устойчивая различенность прежде всего. Утверждение

числа — утверждение этой раздельности и различности, утверждение неразличенного числового инобытия. Инобытие вообще всегда есть, как противоположность бытию, неразличенность и алогическое протекание. Но тут не просто противоположность числу, а противоположность *положенному* числу. Следовательно, вся антитеза перенесена на почву дальнейшей ступени, которая по сравнению с чистым числом есть реальная утвержденность. Поэтому и противоположность утвержденному числу должна быть *реально положена*. Это *реальная положенность числовой неразличности, реальная утвержденность инобытийно-числового безразличия*.

Это то, что в математике называется *континуумом*. Тут, несомненно, диалектическая противоположность числу, и притом противоположность именно *утвержденному* числу. В то время как в недрах, т. е. *внутри*, утвержденного числа мы встретили такую категорию, как *непрерывность*, здесь, когда речь идет о специальном расширении утвержденного числа, о его инобытийном осуществлении, здесь уже недостаточно говорить о непрерывности, а надо говорить о *континууме*. Континуум есть именно реально положенная непрерывность, реальное утверждение непрерывного процесса.

Арифметически-алгебраически-аналитическое число есть та или другая степень чисто числовой раздельности. В таких науках, как векторно- [тензорное] исчисление, число достигает огромной сложности в своих единораздельных структурах. Но вот мы достигаем вершины этого усложнения числовых раздельностей, и перед нами, стоящими на этой вершине, открывается необозримое поле темного безраздельного «пространства», где уже нет ничего живого и где все числовые утвержденности слиты в один безразличный и алогический туман. Это и есть антитеза утвержденному числу. Это — континуум.

Континуум не остается тем пустым безразличием, каким он открывается с вершин числовых оформлений. Навсегда он остается безразличием только с точки зрения чистого числа. Но в нем возможны и необходимы различные оформления так же, как и везде, хотя и с обязательным учетом всего своеобразия этой области, где осуществляется оформление. В то время как в области чистого числа, например, раздельное полагание создает *единицу*, в области континуума раздельное полагание⁸⁸ [дает]

точку. Один и тот же смысловой акт полагания дает в разных областях разные конструкции. Нужно только учитывать своеобразие области, где происходят акты полагания и единства⁸⁹, даже тождества, смысловых актов, которые происходят в этих областях. Тогда на основе континуума образуется особая система определенных структур, *вполне параллельная системе* арифметически-алгебраически-аналитических функций числа.

Эта система есть *геометрия* в разных ее видах и формах, т. н. элементарной, проективной, аналитической, дифференциальной, многомерной и пр.

Такое число, пребывающее в своем инобытии, уже не есть просто число. Но для единства терминологии назовем и эти континуальные и геометрические построения сферой числа, но только *экстенсивного* числа. Число в своем инобытии, *число вне себя* есть *экстенсивное* число.

III. Бытие и инобытие, при всем своем противопоставлении, при всей несовместимости, должны быть положены как обычный акт, должны синтезироваться в некоем безразличном тождестве. Мы уже знаем, что в диалектике это есть *граница* и *очерченность*, а также и вообще *расчерченность*, заполненность формами, *образность*. Число должно быть *раздельность* и *счетность* раздельных моментов. Континуум и геометрические фигуры должны дать заполненность этих раздельно-счетных моментов некоей смысловой материей, материей геометрического континуума. Синтез требует, чтобы число геометризилось и геометрия стала числовой.

Когда число, оставаясь числом, геометризуется, это значит, что оно становится смысловой, умной *фигурностью*. Число, «состоя» из своих единиц, мыслится в арифметике, алгебре и анализе вне всякой своей фигурности, вне той или иной расставленности этих составных единиц. Считая, напр., пять единиц, входящих в число пять, мы совершенно не принимаем во внимание характера «расстояний», залегающих между этими отдельными единицами. И это было бы в данном случае даже бессмысленным. Однако мы можем представить себе, что эти расстояния тут *разные*, что из комбинации этих разных расстояний и направлений получается вполне определенная умственная фигура. Спрашивается: от чего может зависеть эта разность «расстояний» и «направлений»? От числа как такового, т. е. чистых актов полагания, это

совершенно не зависит, так как они везде одни и те же независимо ни от «расстояний», ни от «направлений». Зависеть это может только от другого принципа, от иноприродного принципа, от принципа уже не счетного, а наполняющего, направляющего и как бы напрягающего или вытягивающего эту счетность. Это и есть принцип континуума. Таким образом геометризируется число. Оно становится умственной фигурностью. С другой стороны, в этом синтезе не только число должно геометризироваться, но и геометрия должна стать числовой. Как это может произойти? Это не может произойти так, чтобы геометрическая фигура оставалась сама по себе, а мы только завели бы ее числовой коррелят. Так именно и обстоит дело, напр., в аналитической геометрии. Здесь мы имеем какую-нибудь параболу и находим ее уравнение, т. е. переводим ее на язык чисел. Ни параболу, взятая чисто геометрически, не дает никакого представления об ее уравнении, ни данное уравнение параболы $\langle y = ax^2 \rangle$, взятое как таковое, нисколько не говорит ни о какой кривой, а есть самая обыкновенная отвлеченная функция. Тут просто перевод с одного языка на другой; и тождественным в том и другом является только момент счетности, отвлеченной количественной оформленности данной кривой и данной функции. Поэтому аналитическая геометрия (и никакая вообще геометрия, если она остается геометрией) не может дать искомого нами синтеза числа и континуума и должна быть отнесена к сфере континуально-геометрического инобытия числа, не больше того.

Полный синтез (а всякий диалектический синтез есть полное и абсолютное слияние и тождество тезиса и антитезиса) требует, чтобы получилось не тождество в том или другом отношении между числом и континуумом (такое тождество есть просто различие, а не тождество), но *абсолютное* тождество, *субстанциальное* тождество того и другого. В предыдущем случае число (функция) остается само по себе, и кривая остается сама по себе, и тождество между ними не субстанциальное, но отвлеченно-смысловое: по функции (если ее брать как функцию, не привнося в нее никакого иного толкования) нельзя догадаться, что речь идет о данной кривой, а в кривой, если ее брать чисто оптически-геометрически, нельзя вычитать никакого уравнения. Здесь же, в этом полном

синтезе, рассматривая данную структуру, мы уже не находим в отдельности число и в отдельности его континуальное инобытие, а видим то, в чем то и другое пребывает неразличимо.

Это есть то, что в современной математике носит название *множества*⁹⁰. Множество как раз есть некая умственная фигурность, где число состоит из разнообразно взаимоотносящихся элементов и где континуум преобразован в некую специально «упорядоченную» последовательность. Наука эта есть наука о множествах, созданная гением Георга Кантора. Правильно говорится, что здесь мы имеем наиболее общее представление числа, так как все, напр., арифметические свойства числа дедуцируются из понятия множества как частный случай.

Такое число уже нельзя назвать ни интенсивным, ни экстенсивным числом. Это фигурное число как синтез интенсивной значимости и экстенсивного инобытия. Эта значимость осуществлена в этом инобытии, и получается новая форма числа, которую можно назвать *эйдетическим* числом (эйдос — вид, фигура). Соответствующую науку можно назвать аритмологией. Это число *для себя*.

IV. Наконец, все три рассмотренные типа числа находят свое завершение в четвертом типе. Эйдос, являясь завершением и зримым продуктом сущности числа, не есть еще вся фактическая действительность числа. Числу-эйдосу противостоит бесконечная и темная действительность, которая также требует своего числового оформления. Разумеется, эйдос тоже оформляет действительность, но это оформление касается ее более или менее идеальных сторон. Эйдос — тоже действительность, но это действительность *сущности*. В § 9 мы так и практиковали арифметику (с алгеброй и анализом) как «сущность», геометрию — как «явление», теорию множеств — как «действительность». Но эта «действительность» была все же действительностью в ее сущности, а не в ее факте. Существует действительность как *факт*, и вот это-то и не фиксируется теорией множеств, какой бы наглядностью она ни обладала и как бы ни была ближе к жизни, чем арифметика и геометрия. Факты должны быть зафиксированы в числе как факты, т. е. во всей их путаной случайности и неразберихе. Число вне оформления бытия как фактической действительности всегда несет с собою известную долю случайности и вероятности в отличие от

чистого числа, которое очень далеко от конкретной действительности и потому максимально аподиктично. Следовательно, тут должна быть особая математическая наука и должна быть особая сфера числа. Это число есть математическая вероятность, и соответствующая наука есть *исчисление вероятностей*.

Только на почве этой последней науки возможны все завершительные и выразительные формы математики, но не на почве интенсивно-экстенсивно-эйдетического числа.

3. Таковы четыре основные области философии числа, построенной в виде диалектических оснований математики.

I. *Интенсивное* число, число *в себе*. Арифметически-алгебраически-аналитическое построение числовой системы.

II. *Экстенсивное* число, число *вне себя*. Континуально-геометрическое построение числовой системы.

III. *Эйдетическое* число, число *для себя*. Аритмологическое построение числовой системы.

IV. *Фактическое (прагматическое)* число, число *для иного*. Теоретико-вероятное построение числовой системы.

1. ЧИСЛО ИНТЕНСИВНОЕ

ВСТУПЛЕНИЕ

§ 81. Разделение.

1. «Число в себе» есть сложная область числовых конструкций, объединенных принципом чистого полагания, без перехода в область, абсолютно-инобытийную в сравнении с чистым полаганием. Это чистое полагание, однако, в свою очередь может быть рассматриваемо с самых различных точек зрения. Мы уже хорошо знаем, что решительно каждая категория может быть с любой степенью детализирована путем введения в нее или, вернее, путем повторения в ней всех прочих категорий. Кажется, категория отражает на себе все другие категории диалектической системы, и только изучение возникающих тут структур и делает понимание данной категории вполне конкретным. Теперь и возникает необходимость разделения общей области числа в себе согласно обычным диалектическим делениям, из которых основным делением,