

чистого числа, которое очень далеко от конкретной действительности и потому максимально аподиктично. Следовательно, тут должна быть особая математическая наука и должна быть особая сфера числа. Это число есть математическая вероятность, и соответствующая наука есть *исчисление вероятностей*.

Только на почве этой последней науки возможны все завершительные и выразительные формы математики, но не на почве интенсивно-экстенсивно-эйдетического числа.

3. Таковы четыре основные области философии числа, построенной в виде диалектических оснований математики.

I. *Интенсивное* число, число *в себе*. Арифметически-алгебраически-аналитическое построение числовой системы.

II. *Экстенсивное* число, число *вне себя*. Континуально-геометрическое построение числовой системы.

III. *Эйдетическое* число, число *для себя*. Аритмологическое построение числовой системы.

IV. *Фактическое (прагматическое)* число, число *для иного*. Теоретико-вероятное построение числовой системы.

## 1. ЧИСЛО ИНТЕНСИВНОЕ

### ВСТУПЛЕНИЕ

#### § 81. Разделение.

1. «Число в себе» есть сложная область числовых конструкций, объединенных принципом чистого полагания, без перехода в область, абсолютно-инобытийную в сравнении с чистым полаганием. Это чистое полагание, однако, в свою очередь может быть рассматриваемо с самых различных точек зрения. Мы уже хорошо знаем, что решительно каждая категория может быть с любой степенью детализирована путем введения в нее или, вернее, путем повторения в ней всех прочих категорий. Кажется, категория отражает на себе все другие категории диалектической системы, и только изучение возникающих тут структур и делает понимание данной категории вполне конкретным. Теперь и возникает необходимость разделения общей области числа в себе согласно обычным диалектическим делениям, из которых основным делением,

конечно, является триадное деление (бытие, инобытие и становление).

2. Мы имеем число в себе. Это «в себе» можно понимать, во-первых, в его непосредственной данности, «в себе» как таковое. Оно, во-вторых, может перейти в свое инобытие. Конечно, это не то континуально-геометрическое инобытие, в которое переходит «число в себе», если последнее брать во всей исчерпанности его категориальных структур. Когда построено все «число в себе» и исчерпаны все его основные структуры, тогда переход в дальнейшее инобытие есть переход в континуально-геометрическую среду. Но сейчас мы пока еще ровно ничего не построили в сфере «числа в себе», а только утвердили голый факт существования такого «числа в себе». Спрашивается: какое же инобытие здесь возможно, в чем заключается это инобытие?

3. Голый факт «числа в себе» говорит нам о непосредственном бытии «числа в себе». Инобытием, и притом инобытием до перехода в континуально-геометрическую сферу, может быть только такое «число в себе», которое, оставаясь самим собою, дано в другом виде, является иначе выраженным, выраженным при помощи иных средств. *Голый факт числа в себе есть, конечно, натуральный ряд чисел и все арифметические операции над числами.* Инобытие арифметического построения без перехода в геометрию должно быть теми же арифметическими числами и теми же действиями над ними, но выраженными так, чтобы арифметика осталась внутри, осталась внутренним принципом, в отношении которого данное инобытие оказалось бы только символом. Вообще ведь всякое реальное инобытие должно быть в отношении своего бытия символом, раз оно от него зависит и косвенно на него указывает. Что же это за инобытие?

4. [а)] Значит, тут мы оперируем с числами и производим над ними арифметические действия. Но тут, в этом инобытии, нас, однако, интересуют не самые числа и действия над ними в их непосредственной данности, но они же — в их инобытийной выраженности. В геометрии покинута совсем самая сфера чистого «числа в себе». Здесь она отнюдь не покинута. Она остается на месте. Но надо дать ей инобытийное выражение. Чтобы это сделать, необходимо отбросить непосредственное значение чисел и действий и оставить их только в виде знаков, символов,

куда можно было бы подставить любые значения чисел и даже любые действия. *Это достигается употреблением буквенных выражений и введением понятия функции.*

Что значит употребление в алгебре буквенных символов? Это значит, что мы отвлекаемся от непосредственных значений числа и даем их в общем виде. Если я пишу  $\langle x = a + b \rangle$ , то здесь ровно ничего не сказано ни об  $a$ , ни о  $b$ , если под ними понимать числовые значения. Тут могут быть какие угодно значения. Дело не в них. Дело в определенных *взаимоотношениях*, существующих между  $x$  и этими  $a$  и  $b$ . Другими словами, сущность этого явления заключается в том, что здесь даны не арифметические значения чисел, но *функциональные отношения между величинами, арифметическое значение которых остается вне всякого интереса.* В функции не важны значения величин, между которыми она установлена. Значит, уже по одному этому здесь — инобытие арифметики, инобытие «числа в себе». Но здесь, кроме того, полнейшая аналогия арифметических свойств и действий, далекая от всякой геометрии, а состоящая все из тех же свойств и действий числа, из которых состоит арифметика. Значит, здесь именно то инобытие, которое мы ищем.

б) Буквы заменяют здесь непосредственное значение чисел. Но в анализе мы оперируем с выражениями, которые также заменяют и непосредственное значение, значенные действий. Когда мы пишем  $\langle y = f(x) \rangle$ , то во многих случаях в анализе нам совершенно не интересно, какая именно эта функция. Важно, что  $y$  есть функция от  $x$ . А какая эта функция, часто совершенно не важно. Следовательно, как в алгебре буква выражает собою обобщенное значение числа, так в анализе — выражает обобщенное значение действий. В первом случае можно подразумевать любые числовые значения, во втором случае можно подразумевать любые действия над числами.

с) Диалектическое место учения о функциях становится яснее, если мы употребим соответствующие термины. Арифметика во главе с натуральным рядом чисел, разумеется, играет роль самого основания всех математических представлений и действий. Можно сказать, что все действия в математике есть не что иное, как усложненный счет. Что бы мы ни делали в математике, мы всегда так или иначе считаем, занимаемся счетом: все действия суть или просто счет, или модификация счета. Поэтому будем

вполне правы, если ту область чистого числа в себе, которая состоит из непосредственного значения чисел, назовем *сущностью* числа. Действительно, все, что есть в математике, имеет своей сущностью непосредственное число и непосредственный счет. По сравнению с этим как нужно квалифицировать учение о функциях? Функция есть совокупность всех действий, которые необходимо произвести над аргументом, причем числовое значение самого аргумента неизвестно и неинтересно. Это значит, что в функции мы имеем инобытийную судьбу аргумента в условиях неданности самого аргумента, т. е. неданности самой сущности того, судьбу чего мы преобразуем. Такую конструкцию удобно назвать *явлением*. Явление противостоит сущности как нечто само по себе несущественное. Сущность есть смысл; явление же, взятое само по себе, есть нечто алогичное по сравнению с сущностью. В явлении (опять-таки, подчеркиваем, если его брать как таковое, т. е. как противоположность сущности) нет самой сущности (иначе оно и не было бы противоположностью сущности); в нем сущность неизвестна, она есть какой-то неразгаданный  $x$ . Можно только наблюдать судьбу этого  $x$ , т. е. что творится с ним, независимо от его подлинного смысла и значения. Такое инобытийное конструирование сущности есть *явление*. И учение о функциях в противоположность непосредственному арифметическому значению чисел есть учение о числе как *явлении*. Арифметика — учение о *сущности* числа; алгебра и анализ есть учение о *явлении* числа, о внешнем (и потому не дающем внутренней значимости) явлении числа.

5. Однако категории эти («сущность», «явление» и, еще дальше, «действительность») суть общедialeктические категории, повторяющиеся решительно во всякой специальной области знания и науки. Кроме того, учение о функции в связи с этими категориями также было намечено нами в предыдущем изложении (§ 76). Сейчас необходимо приступить к более расчлененной фиксации математического разделения, чтобы эти категории получили окончательную конкретизацию.

Антитеза непосредственного и опосредствованного числового бытия остается в математике основной. Однако есть еще одна антитеза, которая объединяется с нею, и из планомерного объединения с нею и рождается обыч-

ное разделение математики в данной области. Именно, в сфере самой непосредственности возможно мыслить свое инобытие, подобно тому как мы мыслим его в отношении всей непосредственности числа как таковой. Такое инобытие превращает устойчивое тело в становящееся, или, выражаясь математически, превращает постоянную величину в переменную. Поэтому функция, которая есть в сравнении с непосредственным числом бытие опосредствованное, может быть как функцией постоянных величин, так и функцией переменных величин. Точнее, однако, надо говорить о бытии и о становлении величин. Алгебра относится как раз к учению о функциях постоянных величин, в то время как анализ преимущественно занят функциями переменных — точнее, становящихся — величин. Как функция в отношении непосредственной значимости числа, так и становящаяся величина в отношении постоянной есть «явление», поставленное в связь с «сущностью», есть, стало быть, сущность и явление и за пределами непосредственного числа.

б. а) Остается, следовательно, третья и последняя диалектическая ступень в области чистого числа в себе. Сущность и явление синтезируются в нечто третье, в категорию, которую можно называть по-разному и которая в разных системах диалектики носит равные названия. Назовем ее по нашему обыкновению (ср. § 9) действительностью. Действительность есть сразу и сущность, и явление, их абсолютное неразличимое тождество и субстанциальное слияние. Возникает вопрос, что же в математике является действительностью числа, если сущность его арифметична, а явление алгебраично-аналитично?

б) Надо подыскать такую категорию, которая бы давала инобытийно-числовую обработку арифметической величины и которая, с другой стороны, превращала бы инобытийно-числовую опосредствованность в числовым образом непосредственно данную структуру. Такой категорией является категория вектора. Вектор математически определяется как величина, определенным образом направленная, в отличие от скалярной величины, которая определена только количественно и не содержит в себе никакого момента направленности. Вдумываясь в это понятие, мы в нем как раз и находим искомый нами синтез сущности и явления.

с) В самом деле, инобытие, не меняя самой сущности, вовлекает ее в поток становления и облекает в эти

внешние для нее инобытийные одежды. Инобытие размыкает, растягивает сущность, тянет ее по необозримому полю алогического. Сама же по себе сущность должна оставаться неизменной. Следовательно, ища синтеза сущности и явления, бытия числа в себе и его инобытия, мы должны взять инобытие, но понять его как неизменяющую сущность. Инобытие есть цепь тех или иных изменений, а сущность по самому смыслу своему неизменна. Синтез того и другого может поэтому осуществиться только тогда, когда инобытие потеряет свою изменчивость и станет неизменным (как сущность). Но потерять свою изменчивость в абсолютном смысле оно не может, ибо тогда оно войдет в синтез уже не как инобытие, которое всегда изменчиво. Стало быть, условия диалектического синтеза требуют, чтобы инобытие теряло здесь не изменчивость вообще, но разнообразную, не приведенную к единству изменчивость. Изменчивость объединится с постоянством не тогда, когда она совсем уничтожится (тогда что же и будет вступать в синтез с постоянством?), но тогда, когда оно преобразится в вид, где найдет свое место и момент постоянства. Такой категорией, в которой нейтрализуется инобытийная изменчивость и неизменность сущности, является категория *направления*. Направление, с одной стороны, по самой своей природе инобытийно, так как оно предполагает предмет, который так или иначе направлен. В нем есть то становление, которое необходимо для всякого инобытия, и есть необходимый момент алогического, поскольку не говорится, что именно направлено, а мыслится только самое направление. С другой стороны, это совсем не то, что буквы в алгебре. Буквы в алгебре сами по себе не имеют непосредственного значения. Непосредственное значение имеют только арифметически понимаемые числа и действия; в алгебре же — опосредствованное значение чисел и действие чисто символическое или, вернее, вообще сигнификативное: *направление* в этом смысле *вполне непосредственно*. Будучи по природе инобытием, оно, однако, оказывается только такой же непосредственностью, как и сама сущность. Направление есть переход сущности в инобытие, в явление, в изменчивость, но оно не косвенно и не изменчиво, не инобытийно в смысле опосредствованности и символичности, но вполне самостоятельно, непосредственно, постоянно и определено.

Таким образом, число в *направлении* осуществлено инобытийно наподобие того, как аргумент в функции осуществлен инобытийно, а функция в направлении осмыслена путем перехода в неизменную сущность и получения старым «аргументом» непосредственности и самостоятельности. Направление, кроме того, берется не само по себе, но как момент вектора. Вектор есть не только направление, но и количественно данная величина того, что направлено. Этим подчеркивается как участие арифметического принципа числа, так и участие инобытия, в котором этот принцип осуществлен.

[d]) Итак, *векторное исчисление* вместе с его усложнением — *тензорным исчислением* есть наука, вырастающая на *действительности* числа. Наивысшей конкретизации векторно-тензорное исчисление достигает в конструкции векторно-тензорного *поля*, где число получает, с одной стороны, особого рода *гистологическую*, а с другой стороны, *социальную* структуру. Вместе с введением *кватернионов* получается наивысшая фигурно-телесная и выразительная структура числа, ставшего как бы живым социальным телом, последней формой конкретизации, на которую способно число в себе.

7. а) Итак, число-сущность, число-явление и число-действительность, если ограничиться сферой вообще числа в себе, есть не что иное, как число арифметическое, число становящееся (или аналитическое, как ниже увидим, — бесконечно-малая величина) и число направленное (вектор). Это и есть наше основное деление всей сферы интенсивного числа вообще. Что же касается развитого выше понятия функции, то ясно, что *антитеза непосредственной и функциональной значимости числа войдет в каждую из намеченных трех основных областей интенсивного числа*, находя каждый раз свои эмпирические синтезы и дальнейшую эволюцию этих синтезов. В частности, то, что называется обычно алгеброй, т. е. учением, связанным с функциями постоянных величин, войдет, очевидно, в первую из указанных трех областей, где эта алгебра, противопоставляясь арифметике, будет синтезирована в дисциплины, предполагающие одинаковое участие как арифметики, так и алгебры. Это то, что вообще можно было бы назвать *алгебраической арифметикой* или *арифметической алгеброй*, куда войдут такие, напр., учения, как учение о формах, теория инвариантов и др.

б) Обратим в дополнение еще внимание на некоторые терминологические моменты.

Хотя и вполне понятно именованное число в случае тезиса числа в себе как положенного и хотя вполне правильно, что тут перед нами именно бытие числа,— целесообразно, имея в виду масштаб всего исследования, называть эту начальную диалектическую ступень числа не бытием. Ведь к понятию числа вообще мы теперь уже не вернемся и будем считать его вполне понятным и проанализированным. А то, что мы сейчас называем бытием числа, будет для нас исходным пунктом для всего дальнейшего анализа. Если в отношении к чистой категории числа как к числовому перво-акту это утверждение цельного числа есть *реальное бытие* числа, то в отношении к дальнейшему оно будет тем основным и единственным *существом, сущностью*, из которой все остальное будет появляться только путем тех или иных диалектических операций. Чистая категория числа как бы носится над всей числовой стихией и как бы не принимается во внимание при анализе конкретных видов и типов числа. Но тогда среди этих последних должна существовать такая группа явлений, которая оказывается *существенной* в отношении прочих групп этих явлений. Конечно, подлинной и последней сущностью числа является самая категория числа, число как перво-принцип. Но, повторяем, в целях удобства построения и изложения целесообразно эту категорию принимать как до-категориальный перво-принцип, а «сущность» находить уже среди конкретизаций того, что находится *под* этим перво-принципом.

Заметим, что в истории философии такой метод бывал не раз. Так, у неоплатоников «сущность», «сущее» есть именно *второй* принцип, существующий не там, где «единое», но там, где ум и идеи. Ум не первоначален, хотя он — сущность всего существующего.

с) Таким образом, область «числа в себе» делится —

I. *Сущность* числа. Натуральный ряд чисел. Типы числа. Арифметические действия над числами. Алгебра. Алгебраическая арифметика, или «алгебраический анализ».

II. *Явление* числа. Скалярный математический анализ (дифференциальное, интегральное, вариационное исчисление).

III. *Действительность* числа. Учение о векторах. Векторно-тензорное исчисление.