

числа, в виде соизмеримости его с единицей,—эти три слоя с полной очевидностью и непреложностью входят в самую сущность рационального числа.

5. Отсюда точная диалектическая формула этой категории гласит следующее: *рациональное число есть тождество внутреннего и внешнего инобытия числа, когда первое взято на стадии целостности, а второе—на стадии положительной утвержденности.*

**[§ 100 б)] Иррациональное число.**

Усвоивши эту простую структуру рационального числа, нетрудно перейти и к тому типу числа, который доставил немало затруднений для своей формулировки, хотя чисто количественно и счетно он, конечно, понятен так же, как и вообще всякий другой тип числа. Мы имеем в виду иррациональное число. После вышеприведенных рассуждений ему можно предоставить только вполне определенное место в диалектической системе.

1. К раскрытию понятия иррационального числа можно подойти, согласно намеченному выше плану исследования, двояко: во-первых, со стороны категории рационального числа и, во-вторых, со стороны категорий отрицательного и дробного числа. Разумеется, на самом деле это есть один и тот же—диалектический—подход и различие здесь между двумя точками зрения только внешнее, вытекающее просто из необходимости распределять один и тот же материал по разным признакам. Однако эти два подхода, как сказано, вполне уместно различать.

Что такое иррациональное число в сравнении с рациональным? *Оно есть его антитезис.* И раз это так, то тем самым рисуется уже совершенно специфическая характеристика иррационального числа, поскольку всякий вообще антитезис по одному только тому, что он антитезис, уже есть вполне специфическая диалектическая структура. Так как антитезис есть инобытие, то иррациональное число есть инобытие рационального, переход его в свою противоположность. Переход же в инобытие может осуществиться только тогда, когда *уничтожится основная сущность* рационального числа, а именно *взаимная соизмеримость внутреннего содержания числа и его внешнего инобытия.* В иррациональном числе уничтожена эта соизмеримость, и внутреннее числовое содержание никогда не может здесь целиком выразиться вовне. Все, что мы

сказали выше об этом соответствии внутреннего и внешнего, здесь вполне перестает существовать; внешнее бессильно изнемогает в попытках выразить внутреннюю сущность. Внутренняя сущность не может целиком вылиться вовне, и всегда остается тут нечто невыраженное и невыразимое, что бы мы ни предпринимали в целях этого выражения. Ясно, что тем самым ни внутренняя сущность числа, ни его внешнее выражение уже не могут быть теми же самыми, что и в рациональном числе. Что бы ни выражало рациональное число, его внутреннее содержание всегда будет чем-то **целым**, так как иначе не осуществится сама рациональность, которая является здесь целью. Рациональность есть всегда сведенность начал и концов, законченность, закругленность, обозримость, осязаемая структурность и раздельная полнота. Все это возможно, когда самая сущность выражаемого целостна и, так сказать, *способна*, в смысловом отношении способна породить из себя целостные и законченные формы. С другой стороны, какими бы средствами ни выражалось рациональное число, оно всегда выражается первыми пятью действиями над единицей, так как иначе здесь исключался бы принцип твердой положенности и утвержденности рационального числа. Совсем другую картину мы находим в случае с иррациональным числом. Дело в том, что в диалектике каждая смысловая структура получает совершенно разный смысл в зависимости от того, какое место занимает эта структура в общей системе. Нельзя, например, сказать, что внутреннее содержание числа, которое берется в целях внешнего выражения, является в случае рационального числа *само по себе* целым, а в случае иррационального числа оно, оставаясь *само по себе* целым, лишается возможности быть выраженным. Так говорить и так понимать диалектику — совершенно неправильно. Целостно внутреннее содержание в рациональном числе не само по себе, но потому, что оно здесь дано в адекватном внешнем выражении (равно как и адекватность выражения здесь дана <sup>144</sup> не сама по себе, а потому, что это есть выражение целого и оформленно-четкого, едино-раздельного). Точно так же — целостным внутреннее числовое содержание никак не может остаться в иррациональном числе, и это только по одному тому, что здесь мыслится невозможность адекватного внешнего выражения. Нельзя тезис и антитезис

в диалектической триаде понимать так, что тезис остается сам по себе, а антитезис — сам по себе. В синтезе дано настолько интимное взаимопроникновение того и другого, что оба они получают в его свете совершенно новое содержание и совершенно несводимы на свою старую смысловую сущность. В иррациональном числе внутреннее числовое содержание никак не может остаться целостным и внешняя числовая выраженность никак не может остаться голым, изолированным полаганием факта. Тем самым [выходит], что иррациональное число занимает новое место в системе, т. е. является не рациональным числом, а его антитезисом, тем самым получается необходимость и для тезиса с антитезисом, из которых образовалось рациональное число как синтез, превратиться в новые категории, противоположные старым в той же мере, в какой иррациональное число противоположно рациональному.

Вот тут-то и выясняется необходимость второго подхода к анализу иррационального числа, т. е. необходимость привлечения категорий *отрицания* и *дробности*, являющихся как раз противоположностью старых категорий полагания и целостности. Ведь та новая триада, которую мы сейчас анализируем, — рациональное, иррациональное, мнимое — *вся целиком* есть синтез внутреннего числового и внешневыраженного числового содержания, так что и рациональное есть синтез и тождество внутреннего и внешнего, и иррациональное есть синтез и тождество внутреннего и внешнего, и так же — мнимое. Но рациональное есть *тезис* этого тождества, иррациональное — *антитезис*, а мнимое, как увидим дальше, окажется *синтезом* этого тождества внутреннего и внешнего. И эта разница положения в диалектической системе обуславливает собою и различие тех смысловых предпосылок, из которых вытекают эти три вида синтезов. Когда мы переходим к иррациональности, то сталкиваемся уже не с полаганием и целостью, т. е. не с целостным полаганием, или полаганием целостности, но с отрицанием дробного свойства (или с дробным отрицанием бытия). Формулируем же это диалектическое обстоятельство подробнее.

2. Итак, иррациональное число возникает как синтез отрицания и дробности. С первого взгляда этот синтез имеет весьма странный вид, но это потому, что обе эти категории, «отрицание» и «дробность», обычно понима-

ют слишком арифметично, т. е. слишком счетно и количественно, не учитывая всей полноты их диалектической и просто логической значимости. «Отрицание» только в соединении с простым арифметическим числом получает свою обычную вычислительную значимость; само же по себе оно гораздо шире по смыслу, и этот широкий смысл и надо иметь в виду в наших рассуждениях. Отрицание, как мы видели, есть переход от утверждения в сферу, где этого утверждения нет, но где дано оно только категориально, в становящемся виде; оно тут только *стремится* быть утверждением, но не может им стать. Оно как бы вот-вот станет утверждением, но никогда не может им стать фактически. Мы уже видели, анализируя категорию отрицательного числа, что отрицание здесь нельзя понимать в абсолютном смысле; оно *может* стать в каждое мгновение утверждением, и поэтому оно тут — относительное отрицание<sup>145</sup>. Лучше всего проявляется чистое отрицание в процессе *становления*. Когда вещь *A* дана в процессе становления, то каждое мгновение этого становления есть новое и небывалое в сравнении с предыдущим мгновением, оно есть его инобытие, и это иное и новое нарастает каждое мгновение, каждый момент. Поэтому каждый момент тут есть отрицание другого, предыдущего; и все моменты, вместе взятые, т. е. все становление вещи целиком, в некотором смысле вся вещь целиком, есть сплошное отрицание и каждого отдельного момента, и всей вещи целиком, проходящей через эти моменты. Чистое становление, которое мы потому и называем алогическим становлением, и есть наиболее отчетливая форма диалектического отрицания. Возьмем эту наиболее отчетливую форму отрицания и вспомним ее внутреннюю сущность. Нашим *тезисом*, который войдет в иррациональность, будет именно чистое отрицание, чисто алогическое становление, когда нет никакого и нигде устойчивого состояния и когда все неизменно и сплошно течет, без всяких задержек и без всякой раздельности. Если припомним, то именно такое чистое отрицание, прибавленное к чистому и абсолютному числу, превращало его в отрицательное число.

Теперь посмотрим, что вносит в изучаемый нами иррациональный синтез вторая категория — категория дробности. Дробность тоже нельзя понимать чисто счетно и количественно. Будем все время помнить, что мы

занимаемся здесь не математикой, но философией математики и нас интересуют здесь не математические операции сами по себе, но их *смысл*, их трансцендентальная значимость. Последняя всегда сложнее, необычнее, часто удивляет своим оригинальным характером, в то время как сама-то вещь, значимости которой мы доискиваемся, проста, вполне понятна и даже обыденна. Также и в отношении дробности соблюдем нашу обычную позицию смысловой диалектики и не будем соблазняться банальностью и общепонятностью самого факта, который здесь осмысливается. Дробно то, что имеет какое-нибудь внутреннее содержание, не может быть дробным то, что не имеет ничего внутреннего. Кроме того, это внутреннее должно быть здесь противопоставлено самому себе, т. е. оно само должно перейти в инобытие и получить в связи раздельность. Это мы уже хорошо знаем из анализа категории отрицательного числа. Такая характеристика дробности с безусловной необходимостью входит в иррациональность. Но прежде чем ввести эту дробность непосредственно в категорию иррационального числа, необходимо отчетливо представить себе взаимоотношение «отрицания» и «дробности».

Это взаимоотношение, поскольку дробность представлена у нас как антитезис отрицания, сводится к тому, что *дробность есть раскрытие отрицания*, выявление его внутренней сущности. Когда мы говорим о чистом<sup>146</sup> отрицании и не вводим в него никаких посторонних моментов, оно является только голым принципом, внутренне не раскрытым и утвержденным в своей голой принципиальности. И пока это так, мы имеем только чистое становление, т. е. становление неизвестно чего и неизвестно какое; это становление тут ничем не заполнено, и неизвестно его направление. Но вот оно приходит в свое инобытие. Из голого факта отрицания оно превращается в *раздельный*, расчлененный факт становления; становление получает внутреннее содержание; в нем возникают точки, уже отличные одна от другой, и определенная связь между этими точками; становление превращается в едино-раздельную структуру и, следовательно, *раскрывается*, расцветает. И это-то и значит, что отрицание перешло в дробность. Глое отрицание было только некоей алогической силой; дробность же есть уже результат этой силы; алогическая сила становления пробила

собой цельные и устойчивые стены смысла, и это привело к дроблению стен, привело к дробности. Так дробность, будучи антитезой отрицания, раскрывает это отрицание, обнаруживает его внутренний смысл и построит его структуру.

Теперь мы сделаем все, чтобы быть в состоянии формулировать зарождение иррационального числа из недр антиномии отрицания и дробности.

3. Что получится при соединении стихии отрицания и стихии дробления? Отрицание есть в своем чистейшем виде становление, алогическое становление. Оно призвано выражать вовне внутреннюю сущность числа. Не отдельные акты четкого полагания есть метод внешнего выражения (как в случае с рациональным числом), но именно нерасчленимая и безразличная, сплошная тяжесть алогического становления. Стало быть, иррациональное число, куда <sup>147</sup> отрицание должно войти как один из двух необходимых порождающих моментов, во внешнем отношении есть прежде всего нечто *становящееся*, т. е. *нечто*, не выразимое никаким отдельным, расчленимым, конечным числом. Иррациональное число есть такое, когда никакие усилия арифметических действий не могут превратить единицу в ту или иную структуру, аналогичную данной иррациональности. *Иррациональное число внешне есть всегда алогическое становление, т. е. оно всегда процесс, имеющий целью нечто выразить, но никогда не могущий выразить его адекватно.* Иррациональное число поэтому требует *бесконечное количество внешних актов* счисления, чтобы адекватно выразиться вовне; и так как это количество практически никогда не выполнимо и не достижимо, то иррациональное число никогда и не имеет законченной внешней формы. Оно — всегда процесс, всегда становление, и притом алогическое становление (поскольку для него нет никаких фактически достижимых пределов и границ). Пусть мы имеем иррациональное число  $\sqrt{2}$ . Сколько бы знаков мы ни получили при извлечении этого корня и с какой бы точностью мы его ни вычисляли, мы никогда не получим точного выражения для этого корня, ибо корень этот не есть четкий, пребывающий в покое числовой факт, но всегда — только процесс и алогическое становление. Вычисливши его с точностью до  $\frac{1}{1\,000\,000}$ , мы получим число

1,414214, каковое, конечно, совсем не выражает заданного корня в точности, почему мы и ставим обычно после всякого такого извлечения корня многоточие, выражая этим идею бесконечного процесса, через который должно быть выражено иррациональное число.

Но и рациональное число есть не только чистое отрицание, или алогическое становление, но оно есть еще и дробность. Дробность переносит центр тяжести на *внутреннее* содержание числа и дает характеристику того внутреннего в числе, что именно должно быть выражено при помощи бесконечного алогического процесса. В чем же заключается внутренняя сущность иррациональности, если внешне последняя есть бесконечное алогическое становление?

Эта внутренняя сущность может являться только частично. Другое дело — в случае с рациональным числом. Там внутреннее целиком проявлено во внешнем, и в нем уже не остается ровно ничего, что было бы не проявлено. В иррациональном же числе всегда остается нечто невыявленное и невыраженное, а при ближайшем рассмотрении оно оказывается даже и совсем невыразимым, недостаточным для адекватного выражения. Однако нечто здесь все-таки выражается. И не только нечто здесь выражается, но это выражение может простирается как угодно далеко, и внутренняя сущность числа может быть выражена с любой точностью, хотя и не с абсолютной. Если бы речь шла не о числе, а о какой-нибудь вещи, то невыразимая тайна ее обладала бы предметным характером и говорила бы о каких-то неведомых еще судьбах данной вещи. Но математика оперирует только с числом, и поэтому невыразимое имеет здесь исключительно числовой характер. В математике мы не можем назвать невыразимую стихию числа каким-нибудь собственным именем, ибо этого имени здесь нет. Мы можем здесь только чисто формально сказать, что выражаемое в иррациональном числе не выражает всей его внутренней сущности целиком и что она является здесь только *отчасти*, только частично, что она должна *дробиться*, чтобы быть выявленной. Вот почему, *математически* рассуждая о внутреннем содержании иррационального числа, можно сказать только то, что оно *дробно*, что оно есть *дробность*, а не целость и что только так понимаемое внутреннее содержание числа и может находиться в диа-

лектическом синтезе с алогическим становлением. Будем помнить, что иррациональное число, как и рациональное, тоже есть синтез внутреннего и внешнего в числе, но что этот синтез должен говорить о невыразимом и невыражаемом в числе, т. е. о *частичном* выражении. Это и побуждает диалектика считать дробность тем внутренним, которое внешне выражено как иррациональное число.

4. Эта последняя мысль требует специальной фиксации. *В иррациональном синтезе точно так же мы находим тождество внутреннего и внешнего, как и в рациональном.* И не в том разница с рациональным числом, что в последнем налично это тождество, а в иррациональном его нет. В иррациональном числе это тождество вполне присутствует с той же силой, что и в рациональном числе. Но тут — совершенно *иной тип* тождества, оно — другое *по своему смыслу*, хотя формально-диалектически оно — ровно такое же тождество, что и в рациональном числе. Смысл же этого нового тождества заключается в том, что оно есть инобытие первого тождества, что первое тождество переходит здесь в свою противоположность и тем раскрывает свое внутреннее содержание. Поэтому и диалектические элементы, из которых рождается это новое тождество, иные, чем раньше, а именно противоположные тем; и поэтому нам пришлось говорить именно об отрицании, а не об утверждении и о дробности, а не о целостности. Отрицание и дробность слиты здесь так же крепко и столь же интимно и неразрушимо в синтетическое тождество, как и полагание слито в синтез с целым числом в случае рациональности.

Когда говорится о невыразимости внутреннего, то, во-первых, эта невыразимость не утверждается здесь абсолютно, так что по крайней мере в некоторых отношениях тут необходимо устанавливать полное тождество внутреннего и внешнего. Однако если бы даже невыразимое принималось здесь в абсолютном смысле, то с диалектической точки зрения и в этом случае устанавливалось бы некое тождество между внутренним и внешним, так как только в дуалистической метафизике признается полная разорванность внутреннего и внешнего, что совершенно не выдерживает никакой диалектической критики. Когда мы говорим, что вещь невыразима, то этим самым мы нечто о ней все-таки выражаем; и, значит, она как-то, хотя бы и очень мало, выразима; и о ней нечто,



хотя бы и очень незначительное, все же можно сказать. Но раз о вещи можно утвердить хотя бы некое малейшее смысловое качество, то отсюда выводимы решительно все диалектические категории. И поэтому, строго говоря, с диалектической точки зрения не может быть никакой вещи, абсолютно непознаваемой; и, значит, хотя бы в некотором отношении всегда можно установить то или иное тождество между невыразимым и выражаемым в вещи. Итак, внешнее отрицание и внутренняя дробность вполне тождественны в рациональном числе; и это тождество внутреннего и внешнего как раз и показывает здесь, что внутреннее невыразимо целиком и выразимо только частично, а внешнее не есть устойчивая и цельная картина, а только вечно изменчивая и приближительная величина.

Итак: иррациональное число есть тождество внутреннего и внешнего инобытия числа, когда первое взято на стадии дробности, а второе — на стадии алогически становящейся отрицательности.

Или короче: иррациональное число есть тождество внутренней дробности и внешней алогически становящейся отрицательности.

5. В особенности ясна природа иррациональности, если ее применить геометрически. Возьмем прямоугольный треугольник, у которого оба катета содержат, например, по 1 единице измерения. Если один катет = 1 см и другой — тоже 1 см, то, по теореме Пифагора, гипотенуза должна равняться  $\sqrt{2}$ . Хотя это есть число иррациональное, но тем не менее гипотенуза — нечто вполне реальное; это самая обыкновенная линия, которую можно измерить как угодно точно, и только вся особенность ее в этом отношении заключается в том, что длина ее несоизмерима с длиной катета. Возьмем квадрат и в нем диагональ. Диагональ квадрата, выраженная через сторону, равняется стороне, умноженной на  $\sqrt{2}$ . Опять тут иррациональная величина вполне реальной геометрической линии. Возьмем квадрат, вписанный в круг. Если считать радиус круга за единицу, то расстояние от центра круга до точки пересечения, например, вертикальной стороны квадрата с горизонтальным диаметром будет равняться  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ; и, таким образом, на одной и той же линии

окажется и отрезок, равный радиусу круга, т. е., по условию, единице, и отрезок, равный  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . На одной и той же линии помещаются и рациональные, и иррациональные точки. Все эти примеры, которых можно приводить сколько угодно, при всей своей элементарной простоте вскрывают весьма глубокое и в сущности весьма таинственное явление — совмещение рациональности и иррациональности на одной и той же прямой линии. Что это значит и как это возможно? Очевидно, иррациональных точек может быть здесь сколько угодно, равно как и рациональных. Расположены те и другие на одной и той же линии одинаково густо, и они в полном смысле *перекрывают одни других*. Объяснить эту таинственную структуру иррациональной величины можно только на основе вышепроизведенного диалектического исследования.

А именно, это взаимное перекрытие рациональных и иррациональных точек на одной и той же линии показывает прежде всего, что мы имеем здесь дело не с отдельными изолированными полаганиями и утверждениями, но с алогически отплывающей бездной бесконечного количества становящихся точек. Тут все как бы слито в одном нерасчлененном потоке становящейся линии; и как бы мы его ни измеряли, т. е. какие бы конечные и изолированные единицы меры мы к нему ни применяли, он все равно остается неизмеренным и, стало быть, неизмеримым. Но во-вторых, так же ясно, что эта непрерывная текучесть пронизывается вполне определенными сечениями, отдельными от тех сечений, которые произведены со стороны рационально размеренных количеств. Ясно, таким образом, что есть сама линия, есть ее перекрытие новым слоем, создающим ее алогически становящуюся отрицательность, и есть сечение этой отрицательности — мерами, цельными друг в отношении друга, и мерами, дробными друг в отношении друга. Когда алогическое становление рассекается дробными мерами, то последние в условиях становления превращаются в те или иные дробящиеся структуры. И следовательно, поскольку внешняя алогическая перекрытость линии действует во всем этом диалектическом обстоянии на первом плане, настолько внутренне, изнутри определяющая дробная структура выступает тоже на первый план, внедряясь во

внешний алогический поток в виде тех или иных вполне реальных дробящихся структур.

Это и есть иррациональность.

**§ 101. Постоянная, переменная, непрерывная и прерывная величина.**

1. а) Можно еще продолжить характеристику иррационального числа, пользуясь также одним из приемов общей диалектики. Прием этот заключается в том, что, получивши синтез, вновь начинают рассматривать тезис и антитезис, но уже в свете полученного синтеза; также и самый синтез в свете синтеза получает иную характеристику, детализирующую то, что было выведено раньше. Такой метод есть не что иное, как углубление и детализация полученного синтеза, что можно было бы достигнуть и без этого педантического приема, а просто путем более подробного раскрытия полученного синтеза. Но педантизма тут нечего бояться, так как порядок и система, вносимые им в хаос математических представлений, никогда не могут быть вредными. Раз есть  $A$  и есть  $B$  и они тождественны с  $C$ , то это возможно только тогда, когда и  $A$ , и  $B$ , и само  $C$  могут быть представлены в свете полученного  $C$  и когда станет ясным, что же, собственно, случилось с  $A$  и  $B$ , когда они вступили в общее тождество и слились до неразличимости в  $C$ . Этот прием вносит весьма интересную детализацию изучаемого синтеза: отрицание — дробность — иррациональность; и мы получаем тут ряд очень важных и ходовых понятий математики.

б) Итак, что такое *отрицание в свете иррациональности*? Так поставленный, вопрос этот звучит не совсем понятно и требует разъяснений. Еще и еще раз вспомним, как диалектика понимает отрицание. Чистое отрицание есть становление, алогическое становление. Когда это становление было отождествлено с абсолютным числом, оно само абсолютизировалось и как бы *остановилось*, замерло на месте, превратившись в то, что математика называет отрицательным числом; но сейчас мы не связаны абсолютным числом, а берем отрицание само по себе, т. е. берем его как чистое алогическое становление. Во что оно превращается, если мы его станем рассматривать в свете иррациональности? Другими словами, что нужно сделать с чистой отрицательностью алогического становления, чтобы получить из него иррациональность? Собственно говоря, алогическое становление уже само по