

выступившую вперед очерченность и фигурную сконструированность.

Число, данное как *чисто смысловая образность и фигурность числа, как отделенная от его внутренне-внешнего содержания чистая его структурность, и есть мнимое, или комплексное, число.*

К анализу этой глубочайшей категории математики мы теперь и обратимся.

**§ 105. [с)] Мнимая (комплексная) величина. Общее понятие.**

Мнимая величина может быть рассматриваема с разнообразных точек зрения, и в самой математике дается отнюдь не какое-нибудь одно-единственное ее определение, хотя, безусловно, все эти различия являются только разными сторонами одной и той же диалектической конструкции, и надо уметь их так связать, чтобы действительно получалась единая конструкция.

1. Одно из самых первых и элементарных определений мнимой величины — это то, что обыкновенно обозначается как  $i$  и представляет собою *квадратный корень из отрицательной единицы*,  $\sqrt{-1}$ . Это вполне слепое определение мнимой величины, получаемое как необходимое завершение понятия числа, совершенно не раскрыто в математике по существу; и, кажется, можно с полным правом сказать, что никто ровно ничего не понимает в этом выражении  $\sqrt{-1}$ . В руководствах по математике эта мнимая величина трактуется просто как необходимое следствие из желания проводить любые действия над любыми величинами. Если бы мы не извлекали квадратного корня из отрицательных величин, то в силу этого отпали бы весьма значительные операции, появляющиеся тем не менее вполне естественно, в порядке самых обыкновенных вычислительных приемов. Операция извлечения корня из отрицательной величины появляется вполне естественно, и поэтому волей-неволей приходится считаться с нею. Но что она значит, что это, собственно, значит — извлечь квадратный корень из отрицательного числа — этого, можно сказать, ровно никто не знает. И потому это пресловутое  $i$  вводят нехотя, как бы стыдясь столь неприличной вещи, и если вводят, то сейчас же стремятся избавиться от этого  $i$  и перейти к «вещественным» числам и операциям.

Это наивное и смешное отношение к числу  $i$  было результатом определенной эпохи вульгарного материализма, видевшей конкретное только в вещественном и не подозревавшей того, что подлинная конкретность не в грубом веществе, но в диалектике бытия в жизни, в рождении и пребывании живых противоречий действительности. Поэтому нашей задачей является не стыдливо и боязливо прикрыть этот досадный символ  $i$  и сделать вид, что тут нет ничего особенного и что даже самое это  $i$  как бы не существует, а, наоборот, дать себе отчет в полной ясности мысли о природе мнимой величины и без всяких ограничений и стеснений вскрыть решительно все те категории мысли, которые вошли в это  $i$  и определили собой его общелогическую и, в частности, диалектическую структуру.

2. Что такое  $(-1)$  и что такое «квадратный корень»? Единица есть полагание, утверждение. В отличие от всякого другого числа единица есть полагание как такое. Положительная единица есть *фактическая* субстанция, единица же сама по себе есть полагание мысленное, смысловое; это *идеальная* субстанция. Отрицательная единица есть отталкивание<sup>158</sup> от положительной единицы, т. е. от фактически положенной субстанции, и — отталкивание снова в идеальную, смысловую область, и притом с новым содержанием. Отрицательная единица, как мы знаем из диалектики отрицательного числа, есть не просто идеальная единица (иначе она ничем не отличалась бы от абсолютной единицы), но такая «идеальная», которая возникла на основе «реальной» единицы. Она существует, но не в том смысле, как существует положительная единица; она существует только в чистой мысли, и притом не как чистая мыслимость просто (ибо в чистой мыслимости нет никакого отрицания), но как чистая мыслимость, *отталкивающая* реальную данность. Это такая мыслимость, т. е. такое оформление реальной субстанции, в результате которого последняя мыслится отсутствующей. Уже по одному этому  $(-1)$  есть некое *представление* единицы, вернее, некий ее образ. Ибо та единица, которая существует в реальной единице как именно единица, но в то же время отталкивает от себя реальную положенность самой единицы, — такая единица есть образ, смысловая структура единицы, идея единицы. Ведь в бытии есть или факты, или идеи, или объединение того и другого — больше нет ничего.

Однако в этом смысле отрицательная единица разделяет судьбу вообще всех отрицательных чисел. Отрицательность есть вообще некая мыслимость по сравнению с положительными числами, которые всегда даны как реальность. «Мнимость» есть, конечно, мыслимость, но не просто одна голая мыслимость. Тут возникает вопрос о *квадратном корне*.

3. В диалектике операции извлечения корня мы увидим, что извлечение корня и возведение в степень относятся к области алогического становления, в частности к области органического роста бытия, в отличие от остальных арифметических действий, которые мыслятся как механические или усложненно-механические. Возводя в степень, мы заставляем данное число *повториться в каждом своем элементе*; а извлекая корень, мы находим в нем то первоначальное основание, в подлинном смысле «корень», из которого [бытие] появилось путем самоповторения во всех своих отдельных элементах. Это и есть признак организма — вещественное, субстанциальное повторение целого в каждой отдельной части и вытекающая отсюда невозможность существования этих частей в изолированном виде. Что значит в этом смысле извлечь квадратный корень?

Это значит найти такое первоначальное основание отрицательности, откуда она появляется путем однократного самоповторения во всех своих основных элементах. Откуда появляется мыслимость единицы (отстраняющая реальную субстанцию единицы) и откуда само отрицание, если процесс этого появления есть некое самоповторение? Отрицательная единица есть чистая мыслимость единицы, отстраняющая, отталкивающая реальную единицу; откуда происходит это отстранение и отталкивание, и почему оно есть результат некоего самоповторения, и что именно повторяет тут себя самого в себе же самом?

4. Вот тут-то и рождается категория *твердой очерченности и оконтуренности числа*, той его абсолютной неупругой *структурности и образности, перспективности*, которая впервые и рождает самое число. Как возможно отрицание чего-либо? Только путем проведения границ, точно отделяющих его от всего иного. Мыслить отрицание единицы — значит мыслить ее границы со всем прочим, что не есть она сама, границы, отделяющие ее от всего прочего. Значит, *корень* отрицания единицы

есть корень, из которого вырастают границы единицы, отделяющие ее от всего прочего. А квадратный корень из отрицательной единицы есть корень, из которого вырастают границы единицы, если их повторить на всем их протяжении. От чего *отталкивается* мысленная единица, когда она функционирует как отрицательная? Она отталкивается от  $\langle \dots \rangle$  субстанции единицы, но *это может значить только то, что реальная субстанция единицы имеет твердые контуры, от которых и происходит отталкивание*. Раз ставится вопрос об отталкивании, то тем самым предполагается, что есть *нечто твердое*, от чего и происходит отталкивание. Следовательно, реальная субстанция мыслится здесь как *твердая*, т. е. имеющая определенную негибкую форму. Надо, чтобы эта форма *была*; и надо, чтобы от этой формы мы *отошли и созерцали ее издали*, чтобы вообще могло состояться суждение о границах и, значит, об отрицании. Когда проведены границы, то, как это ни [не]обходимо для четкого созерцания предмета, границы, сами по себе взятые, тем самым еще не фиксируются специально. Ограниченность имманентно сопровождает всякую мыслимость, но чтобы созерцать специально ограниченность, границы, надо *выйти за пределы этих границ* или, точнее, надо просто различать уже не просто всю вещь от инобытия, но только одну ее границу от инобытия, а это значит — еще раз повторить эту границу в ней же самой, т. е. изменить эти границы, сохраняя не форму, но <sup>159</sup>какую-нибудь (пусть хотя бы бесконечно-малую — этого вполне достаточно) величину. Это и значит извлечь квадратный корень из отрицательной единицы.

Таким образом,  $\sqrt{-1}$  есть не что иное, как полагание твердо очерченной границы, или перспективно сформулированного образа, для отвлеченно взятой единицы, *осуществление и утверждение оконтуренности единицы*.

5. Тут еще не вскрыты все стороны мнимой величины, но покамест указана только одна существенная сторона. Однако тут вскрыто все, что содержится в конструкции  $\sqrt{-1}$ . Как скоро увидим, другие методы представления мнимой величины дадут и другие стороны в диалектике самой категории мнимого. Прежде чем перейти к этому, повторим еще раз в строго последовательной форме диалектику  $\sqrt{-1}$ .

а) Единица есть утверждение, субстанция, и отвлеченная, абсолютная единица есть утверждение<sup>160</sup> и субстанция в мысли, в идее, идеальное утверждение. Положительная единица есть новое утверждение, т. е. утверждение утверждения, реальное утверждение идеального утверждения. Отрицательная же единица есть новый переход в сферу идеи и смысла, но переход не с целью забвения реальности (тогда это была бы абсолютная единица), но с целью активного ее отрицания. «Минус единица» есть мысленная, идеальная единица, отталкивающая реальную единицу. Другими словами,  $(-1)$  есть оформление единицы, взятое в активном отстранении реальности единицы. Такое оформление реального, которое отстраняет саму реальность, есть чистая форма  $\langle \dots \rangle$ , его *смысловой образ*.

б) Извлечение корня из какого-нибудь числа есть операция, отражающая то первоначальное ядро числа, откуда появилось само число через свое алогическое становление путем реального самоповторения и самоотражения себя самого в себе же самом, т. е. это есть арифметическое выражение живого роста организма. Извлечение квадратного корня из числа есть операция выявления его указанного ядра, когда оно дорастает до данного числа путем однократного самоповторения (самоотражения).

с)  $\sqrt{-1}$ , следовательно, есть выявление такого первоначального ядра и основания смысловой образности числа, когда оно дорастает до этой образности путем однократного самоповторения (самоотражения, самоотличения).

д) [1.] Это первоначальное ядро и основание числа должно поэтому претерпеть самоповторение, т. е. прежде всего самоотличение, но не то первоначальное самоотличение, без которого это ядро вообще не могло бы существовать ( $\langle \dots \rangle$  правилам диалектики), но то самоотличение, которое отличает от инобытия, не есть принцип, а уже утвержденный принцип, т. е. отличает реальность с определенными границами, самоотличение, которое отличает от инобытия самые границы числа; это самоповторение есть результат *квадратности* извлекаемого здесь корня. 2. Это основное ядро, или основание, числа должно здесь мыслиться как нечто *твердое* и абсолютно *негибкое*, ибо оно выдерживает на себе отталкивание, приносит

мое смысловой образностью (в случае отрицания), т. е., другими словами, искомое ядро, или основание смысловой образности, числа должно быть твердой, *абсолютно твердой оконтуренностью* числа, и только тогда эта последняя и может обусловить собою, путем самопротивопоставления, конкретно-смысловую образность числа.

3. Наконец, поскольку это самопротивопоставление и самоотрицание мыслится, по условию, органически, как живой рост организма, оно должно пониматься так, чтобы указанное ядро, т. е. первоначальная, абсолютно-твердая оконтуренность, *органически дорастало до конкретной образности* числа, чтобы оно было живым скелетом живого числового тела. Это значит, что в той деформации, которую претерпевает [числовой] контур, целиком присутствует самый контур, т. е. то *целое, бывшее вначале, остается целым и для того нового, что из него получилось путем деформации.*

е) Сводя все вышеуказанное к одной максимально сжатой формуле, можно сказать так. Все, что мыслится, и, следовательно, также число, чтобы мыслиться, должно иметь свои границы, но это еще не значит, что тут фиксируются самые границы. Чтобы фиксировать самые границы, необходимо уже их отличать как таковые от всякого инобытия. Но это значит, что тут фиксируются не границы, но границы границ, т. е. *форма границ, образ ограниченности. Мнимая величина и [есть] форма и вид, образ ограничения числа, форма формы числа, число как смысловая перспектива.*

Эти пять тезисов с достаточной ясностью и полнотой вскрывают диалектическую структуру числа  $i$ , хотя, поворояем, само представление мнимости как  $\sqrt{-1}$  вызывает только образ из существенных сторон этой категории. Не трудно сообразить, что это за стороны. Ведь исходным пунктом тут является момент единицы. Все прочее, что творится, творится с единицей. Единица есть смысловое полагание, утверждение. Следовательно, образность числа, к которой мы пришли, взята здесь с точки зрения своей положенности; очертания числа даны тут в своем субстанциальном полагании. Ведь во всяком предмете мысли есть материя, есть идея и есть синтез того и другого в цельной вещи. Материя обуславливает собою гипостазирование, утверждение идей.

[ $A\sqrt{-1}$ ] дает как раз ту сторону числовой образности, которая есть ее субстанциальная положенность. Указанная форма формы числа дана тут пока на стадии полагания, утверждения, материальной данности. Следовательно, должна быть еще *идея* этой формы и образности, ее цельная *вещественность*. К этому теперь и перейдем.

б. а) По нашей основной таблице типов числа мнимая величина должна явиться, между прочим, *диалектическим синтезом нуля и бесконечности*. Этот вопрос надо проанализировать по существу.

Ноль есть синтез положительного и отрицательного числа, или, по общему правилу диалектического синтеза, *граница* между положительным и отрицательным числом; проведя границу вокруг положительного числа и тем отличивши его от бесконечной стихии отрицательности, мы и получаем этот синтез — ограниченность положительного числа. Далее, бесконечность есть диалектический синтез целого и дробного; это — граница между тем и другим. Дробное — то, чем является целое в своем инобытии, если отнять само целое и взять только инобытийные корреляты целого. Если теперь перенести в это инобытие и само целое, то это целое окажется полной недостижимостью для тех частей, из которых состоит инобытие целого, потому что инобытие есть всегда неразделимость, а, подвергнутое счету, оно есть всегда неисчислимость. Потому граница, отделяющая целое от дробного в этом диалектическом синтезе, состоит из бесконечного количества точек; она есть, короче говоря, бесконечность.

Эти две границы, ноль и бесконечность, находятся, несомненно, в положении диалектического противостояния. Ноль, отделяя положительные числа от отрицательных, является только одной точкой, рассекающей общую систему чисел; бесконечность же является целой<sup>161</sup> бесконечностью таких чисел. Это, конечно, есть диалектическая антитеза. Для уточнения можно сказать, что достаточно уже только двух точек и достаточно, чтобы расстояние между этими точками было бесконечно мало, так как уже синтез бесконечности (т. е. синтез целого и дробного) осуществляется, ибо между двумя элементами множества, как бы они близко ни были между собой, всегда можно поместить еще одну точку. Это выражается в положении, что *множество вещественных чисел повсюду*

*плотно*. Итак, каков синтез этих двух синтезов — нуля и бесконечности и [какова] граница, совмещающая в себе обе эти границы — границу в виде одной точки и границу в виде бесконечного количества точек?

б) Синтез должен объединить в себе и тезис, и анти-тезис. Другими словами, должна быть такая граница, которая есть и точка, и больше, чем точка («больше, чем точка» — это, как сказано, уже есть бесконечное количество точек). Должна быть граница, которая, оставаясь точкой, в то же время содержит в себе еще по крайней мере одну точку, отличающуюся от другой; должны быть, следовательно, две точки, которые являются в то же время [единством]. Что это значит и в чем тут дело?

Тут-то мы опять и должны призвать на помощь понятие числового контура, или числовой образности. Когда мы имеем некое  $\langle \dots \rangle A$ , оно остается неоформленным вплоть до момента отличения его от не- $A$  и отождествленным с самим собою. Только когда мы скажем « $A$  есть  $A$ », — возможным делается оформление этого  $A$  и четкое отличие его от всего прочего. Но, конструируя это содержание « $A$  есть  $A$ », мы как-то должны отличать  $A$  от  $A$ , т. е. от него же самого; иначе самое это суждение « $A$  есть  $A$ » окажется бессмысленным. Итак,  $A$  не только отличается от не- $A$ , но отличается и от самого себя, — это мы хорошо знаем из общей диалектики. Но из этой же общей диалектики мы знаем, что это значит — отличие  $A$  от самого себя. Это значит то, что  $A$  есть некое целое, имеющее части. Как целое оно отличается от себя как от состоящего из частей (целое отличается от совокупности своих частей). Следовательно, суждение « $A$  есть  $A$ », в сущности, есть суждение « $A$  как целое  $\langle \dots \rangle$ ,  $A$  как совокупность частей». *Но как раз это самое мы утверждаем, когда отождествляем границу в смысле нуля с границей в смысле бесконечности.*

Граница в смысле нуля есть последняя неделимая целостность точки, та самая развернутая точка, которая еще не имеет никаких частей. Такое целое мы в общей диалектике всегда и аналогизируем с неделимой точкой. Граница же в смысле бесконечности есть совокупность некоей суммы точек, — по крайней мере двух точек; тут — целое раздроблено, и раздробленные точки объединены в некую сумму. Стало быть, отождествляя (и, следовательно, синтезируя) границу-нуль с границей-бесконечностью, мы

попросту *категориально фиксируем границу-нуль*, как бы говорим, что «граница-нуль есть граница-нуль», т. е. как бы проводим эту границу-нуль жирной линией, делаем ее твердой, абсолютно негибкой, создаем абсолютно крепкий контур, получаем эту самую границу границы, или форму границы, о которой шла речь выше.

с) Итак, *мнимое число есть также диалектический синтез нуля и бесконечности*.

[К] этому заметим, что в анализе понятия бесконечности мы сталкивались с одним недостаточным и неполным видом синтеза нуля и бесконечности, именно с *умножением* нуля на бесконечность. Это умножение дает неопределенную величину — как вещественную, так и мнимую. Однако этот синтез, как мы там указали, неполный. Ноль и бесконечность не функционируют тут как логические категории, но лишь как *счетные* величины. В то время как при диалектическом синтезировании обе категории входят в синтез вполне равноправно и равномерно, при счетной операции умножения сомножители отнюдь не равноправны. Всякое умножение имеет своей основной темой, главным своим предметом — *множимое*, и о нем тут только и идет разговор; множитель же только показывает, что с *множимым* творится в инобытийной сфере. Поэтому синтез [перемн]ожения — *частичный*, а именно *счетно-количественный*, а синтез диалектический — *полный равномерный*, а именно *логически-категориальный*.

д) Наконец, важно ощущать *точную разницу* между моментом числа  $i$ , выражаемым при помощи  $\sqrt{-1}$ , и его же моментом, выражаемым через синтез нуля и бесконечности. В первом случае в твердой оконтуренности и четкой смысловой фигурности, или образности, числа выдвигается, как мы знаем, момент *полагания* этой образности. Во втором случае, поскольку речь идет о проведении самой границы, о ее, так сказать, жирном черчении, нужно видеть противоположный момент образности, не субстанциальную ее положенность, но ее *очерченность, картинность, что, несомненно, является* чем-то противоположным первому случаю. Раз там субстанция числовой образности, то тут ее идея. И нет ли теперь такого представления о мнимой величине, где она сразу была бы дана и как субстанция числовой фигуры <...>, и как ее идея?

Таким синтетическим представлением мнимой величины является т. н. *гауссовское* представление мнимости.

**§ 106. Гауссовское представление.**

а) *Гауссовское* представление мнимости сводится к следующему. Пусть мы имеем в круге перпендикуляр, опущенный с какой-нибудь точки окружности на диаметр. В полученном таким образом прямоугольном треугольнике (с прямым углом, опирающимся на диаметр) этот перпендикуляр, как известно из элементарной геометрии, будет средним пропорциональным между обоими отрезками диаметра. Для простоты будем считать, что этот перпендикуляр будет совпадать тоже с диаметром и что радиус данного круга равен единице. Тогда, рассматривая оба диаметра как оси координат, мы получаем отрезок первого диаметра направо  $= +1$ , отрезок того же диаметра налево от центра координат  $= -1$ , а отрезок второго диаметра поверху  $= \sqrt{(+1) \cdot (-1)} = \sqrt{-1} = i$ . Мнимое число, следовательно, есть квадратный корень из произведения положительной единицы на отрицательную.

Конечно, это понимание мало чем отличается от первого, где фигурирует просто  $\sqrt{-1}$ . Однако тут есть такое отличие, которым никак нельзя пренебрегать в диалектике. В чем тут дело?

Тут, прежде всего, два момента — *умножение положительной единицы на отрицательную и извлечение из этого произведения квадратного корня*. От первого способа представления мнимости ( $\sqrt{-1}$ ) этот способ отличается только прибавкой умножения подкоренной отрицательной единицы на положительную. Эта прибавка означает одно из двух (то и другое есть одно и то же): или положительная единица движется (утверждается) в отрицательной области, или отрицательная единица движется в положительной области. И в том и в другом случае подчеркивается двуплановость смысловой образности числа. Отрицательное число само по себе есть сфера идеальная по сравнению с положительным числом, наличие же положительного числа в этой отрицательной области, т. е. различие нового утверждения в сфере чисто смысловой, есть, конечно, усиление этой смысловой сферы в смысле ее выразительности и фигурности. Точно так же положительное число мыслится как нечто реальное