

и элементарнейших построений, то достаточно поставить себе цель дать только первую часть философии числа, а именно логику чистой математики, дать диалектические основания математики как таковой, оставляя пока в стороне естествознание, психологию, социологию, теорию самой диалектики числа и историю. Это и так должно составить весьма обширное и очень нелегкое для его создания и для его усвоения философское исследование. Предлагаемое исследование есть поэтому диалектическое основание только математики как таковой, или, если угодно, чистой, или теоретической, математики.

### § 9. Разделение их.

Тут же наметим и основные области нашего исследования.

Само собою разумеется, что в самом начале должно быть поставлено исследование первичной сущности числа, должна быть вскрыта сама категория числа, чистая идея числа, число как общее понятие. Что такое число само по себе — вот основной вопрос, который должен быть решен в философии числа раньше всех других вопросов. Поэтому *общая теория числа* есть то, с чего мы и начнем.

Число как таковое, голое понятие числа, имеет, далее, свою очень сложную диалектическую судьбу. Эта судьба должна выявить все содержащиеся в числе логические возможности и должна как бы выявить это общее понятие числа, дать вместо него детально разработанную систему математики как некоего диалектического процесса. С этой точки зрения общая теория числа, как она ни фундаментальна для всего исследования, есть только введение в философию числа, как бы только зерно, которое почти забывается, когда вырастает из него целое растение, имеющее для философии самостоятельный и вполне оригинальный интерес.

Переход от числа вообще, от числа как общей и чистой категории, к числу в частности совершается, очевидно, путем *утверждения* полученного общего понятия в виде новой *реальности*. Как учит диалектика, каждая предыдущая категория должна быть *положена*, чтобы совершилось вообще дальнейшее логическое развитие. Понятие числа, *положенное* как таковое, взятое как *тезис*, есть, вообще говоря, *интенсивное число*, куда, как мы увидим ниже (§ 80), относится арифметика, алгебра и анализ.

Этому утверждению числа в виде отдельного акта противостоит *отрицание* числа в виде отдельного акта, т. е. утверждение его в виде особой числовой слитности и неразличимости — *континуума*, — на основании которой могут возникнуть свои собственные, уже не чисто числовые, но как бы в некотором роде материально-континуальные оформления, т. н. *геометрические*. Вся эта континуально-геометрическая сфера составляет прямую диалектическую противоположность интенсивному числу и может быть с полным правом названа экстенсивным числом.

Наконец, мысль требует и объединения числовых и континуальных построений. Должно быть такое число, которое совмещает в себе и числовую различность, и ту разную «расставленность» числовых актов, которая не содержится в счетном числе как таковом, но которая привносится только материальной континуальной средой. Это есть то, что называется в математике *множеством*. Множество вполне арифметично, это не геометрия; и тем не менее оно мыслится с точки зрения *упорядоченности*, т. е. отдельные счетные моменты поставлены здесь в ту или иную определенную *фигурацию*, почти, я бы сказал, оптически данную (конечно, мысленно оптически) связь. Это и значит, что множество есть синтез интенсивного и экстенсивного числа. Так как «эйдос» есть термин, указывающий на такую «сущность», которая дана оптически-фигурно (мысленно или физически), то целесообразно это синтетическое число назвать *эйдетическим числом*, тем более что и сам Кантор, создатель этой дисциплины, употреблял здесь именно греческое обозначение  $\alpha\rho\iota\theta\mu\acute{o}\iota\ \epsilon\acute{\iota}\delta\eta\tau\iota\kappa\acute{o}\iota$ , «эйдетические числа».

Интенсивное число вскрывает первую математическую *сущность* числа. Если общая теория дает сущность числа вообще, то теория интенсивности числа переводит нас в область самой математики, давая сущность уже математического числа. По сравнению с этим континуально-геометрическая система, или число экстенсивное, есть нечто *внешнее*, как бы материально сделанное. Чтобы считать, напр., до четырех, можно и не иметь представления о четырехугольнике; но чтобы иметь представление о четырехугольнике, уже надо понимать, что такое число «четыре», и надо уметь считать по крайней мере до четырех. Это значит, что число «четыре» есть нечто более

первоначальное (в логическом смысле), более внутреннее, то, что лежит в глубине идеи четырехугольника. Четырехугольник *внешними средствами* выявляет арифметическую сущность числа «четыре», и выявляет ее инобытийными, континуально-геометрическими средствами. Это дает нам право называть экстенсивное число не сущностью числа (как интенсивное число), а его *явлением*.

Сущность и явление, опять-таки по железной необходимости диалектического процесса, должны неминуемо объединиться вместе, слиться в нечто третье, с точки зрения чего они — только абстракция. В диалектике сущность и явление синтезируются в *действительность*. Ибо то и другое — только абстрактно выделенные моменты из того, что реально существует. Нет ни сущности без явления, ни явления без сущности. Сущность должна как-то являться, а явление должно быть проявлением сущности. Избежать кантовского дуализма «вещи в себе» и «явления» можно только путем диалектики, которая умеет синтезировать обе эти абстрактные сферы в некую реальную, конкретно данную действительность. Эйдетическое число и есть *действительность* числа.

Этим, однако, все еще не заканчивается общая сфера числа. Существует еще одна модификация числа, которая еще ближе к конкретному бытию, ближе всего, что нами сейчас переименовано. И диалектическое место ее рисуется с неумолимой требовательностью. Именно, три основных сферы числа, число интенсивное, экстенсивное и эйдетическое, суть выявление перво-принципа числа, явленная идея чистого числа. Но уже помимо того что вся эта триединая область противостоит перво-началу, остается вместе с ним на степени некоего дуализма, помимо этого идея все же остается идеей, и она продолжает противостоять фактам так же, как перво-принцип противостоит ей самой. Это, разумеется, не значит, что математика есть часть естествознания. Такое утверждение было бы полным непониманием конкретной сущности математики. Вместо такого искажения мы должны в *самой* математике подыскать такую сферу, которая бы вместила в себя факты, оставаясь, однако, самой собой, т. е. чистым учением о чистом числе. И такая область действительно существует. Для ее дедукции важны два обстоятельства — синтетичность в отношении перво-принципа и противостоящей ему триединой числовой сферы (интенсивность,

экстенсивность и эйдетичность) и вмещение — числовое же, конечно, — текучей и случайной стихии действительности.

Первое обстоятельство, по крайней мере как задание, элементарно ясно для всякой самой примитивной точки зрения в диалектике. Интенсивно-экстенсивно-эйдетическое число есть число так или иначе *положенное* — в сравнении с сверхполагаемым перво-началом; оно есть *раздельность*, и в этом смысле оно есть инобытие перво-начала. В чем же их синтез? Какую форму примет тут «становление» и «ставшее» — категории, всегда, во всяком диалектическом построении являющиеся синтезом бытия и небытия? Перво-принцип есть вечное творчество, вечное возникновение, поток для всего возникающего; это базированность на самом себе и независимость ни от чего, т. е. полная *свобода*. С другой стороны, раздельность, царящая в триединой области числового бытия, есть всегдашняя связанность, взаимообусловленность, координированность. Синтезом того и другого должно явиться нечто такое, что тоже дано в связанном и законченном виде, но так, чтобы это не мешало полной свободе протекания данного явления, чтобы ему была свойственна самопроизвольность и в этом смысле как бы случайность появления и протекания. Разумеется, если взять реальную человеческую действительность, и даже не человеческую, а просто общеживотную, то ведь тут решительно все факты и события именно таковы. Всякий животный индивидуум действует сам за себя и совершенно свободно, в то время как тут же мы видим полную связанность его с общей животной или социальной жизнью. Однако мы не можем считать ни биологию, ни социологию частью математики без уничтожения настоящей физиономии всех этих наук, и биологии с социологией, и самой математики. Мы должны, *оставаясь на почве чистого же числа*, дать такую его модификацию, которая бы совместила смысловую раздельность явления с произволом и самостоятельностью его возникновения и протекания. Это мы и имеем в т. н. *теории вероятностей*, где как раз теоретическая оформленность числа такова, что она учитывает и всю случайность протекания процессов действительности.

Второе обстоятельство, важное для выяснения формулируемой математической области, — это то, что не только *сверху* мы находим диалектический синтез перво-прин-

ципа числа и его принципа, но и *снизу* данная область есть именно та, которая создана для учета самопроизвольно протекающих процессов действительности. Мы видели, что интенсивно-экстенсивно-эйдетическое число тоже осуществляется в действительности. Арифметика, алгебра, геометрия, анализ и теория множеств суть науки, не просто витающие где-то в пустотах рассудочного воображения, но они обязательно так или иначе, в том или другом виде *воплощаются* в действительности, как-то *обуславливают* ее, вносят в нее раздельность и осмысленность, т. е. делают ее ею же самой. Но в чем же разница? Что заставляет нас отделять от всех этих наук еще особую науку и ставить ее в какие-то совершенно специфические отношения к действительности?

Вопрос начнет разрешаться, как только мы вспомним, что единственная сфера бытия, где числовые конструкции триединой идеальной сферы находят для себя полное, адекватное и совершенно буквальное осуществление, это есть сфера *природного* бытия, природы. Ведь только там, где материя молчит, где она есть только абсолютный послушный исполнитель велений чистого числа, только там интенсивно-экстенсивно-эйдетическая сфера проявит себя целиком. Действительно, только математическое естествознание может напоминать нам действительность и общезначимость чистой математики; и только тут, где дана молчащая, неживая природа, где она механически и беспрекословно подчинена числу, где она *механизм*, только тут место той действительности, о которой говорит идеальная триединая сфера. Но ведь сейчас мы хотим трактовать нашу действительность не просто как механизм и материю нашу не просто как безгласную и пустую схему. Материя для нас есть нечто живое, саморазвивающееся, и настоящая действительность не пустой и равнодушный к себе и ко всему другому механизм. Потому-то мы и говорим тут об особой синтезированной с перво-принципом, т. е. об особой, а именно *максимальной*, его явленности, что тут мыслится живое движение, саморазвивающаяся жизнь (как это и дано первичнейшим и чистейшим способом в самом перво-принципе). Но тогда, очевидно, вся триединая идеальная числовая область является для такой действительности слишком отвлеченной. Она, конечно, тоже ее обуславливает, ибо вся математика базируется на арифметике, арифметика — на простом счете, а не умеет считать только тот, у кого еще

или уже не действует разум. Все это, конечно, осуществлено не только в природе, но и в жизни, и в истории. Однако это все еще слишком отвлеченная структура для настоящей действительности. Настоящая действительность вмещает в себе *самопроизвольность* своего протекания, и потому ей всегда свойственна стихия *случайности*. Случайность же, данная в смысловой сфере, есть как раз *вероятность*. И потому *теория вероятностей* и *статистика* есть то в математике, что максимально близко отражает на себе действительность, и притом действительность не природы только, но и *жизни*, животной и социальной. Это уже будет не просто действительность числа, но *история* числа, понимая под этим как животное развитие и всю органическую жизнь, так и человеческую, социальную. Биометрика и пр. виды статистики имеют достаточно прочное место среди всех наук вообще.

Заметим, что возможна статистика и в применении к механическому миру. В особенности в современной науке приходится констатировать склонность к применению статистических методов в областях, где раньше безраздельно царили только одни механические законы. Это, однако, свидетельствует не о принципиальной тождественности тех или других методов, но о том, что и т. н. механическая действительность не всегда так уж механизирована или что она отнюдь не всегда дает себя механизировать. Некоторые весьма важные добавления к проблеме вероятности мы укажем ниже, в § 49.

Итак, вот общее разделение всего нашего исследования:

А. Перво-принцип числа — *общая теория числа*.

В. Число в своем идеальном завершении.

I. *Сущность* числа, или *интенсивное* число (арифметика, алгебра, анализ).

II. *Явление* числа, *экстенсивное* число (теория континуума и геометрия).

III. *Действительность* числа, *эйдетическое* число (теория множеств).

С. *Реальное* число, или число *историческое* (теория вероятностей и статистика).

Заметим, что эта диалектическая триада — сущность, явление, действительность — проводима решительно везде, в любой математической и логической области. Так, уже указанное выше общее разделение на чистую математику, математическое естествознание и культурно-социаль-

ную историю числа есть именно это разделение, только проводимое здесь в более широком масштабе. В области, например, арифметики или анализа мы также столкнемся с этим же разделением, хотя тут возможны и иные термины, и разные добавления и детализация.

## ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ЧИСЛА

### § 10. Вступление.

Число является настолько основной и глубокой категорией бытия и сознания, что для его определения и характеристики можно брать только самые первоначальные, самые отвлеченные моменты того и другого. Математика — наука о числе — есть уже нечто вторичное по сравнению с самим числом. Если дана определенная диалектика числа, отсюда можно получить руководящие нити для диалектического анализа и самой математики как науки. Математика есть уже определенным образом скомбинированная теория и наука, а эта теория и наука предполагает, что уже есть определенный предмет для теоретизирования. И этот предмет надо вскрыть какими-то средствами, уже не просто математическими. Должно существовать определенное усмотрение предмета — той смысловой платформы, на которой будет разыгрываться математическая наука. И этой платформой может быть только вскрытие самого понятия числа, определение и философия его необходимых моментов — установок, без которых оно немислимо. Этой до-теоретической задачей мы и должны заняться. Установивши прочно искомую платформу, т. е. получивши путем до-теоретического анализа то, что такое есть число в своем последнем существе, мы можем перейти к построению и науки о числе, именуемой как «математика», и выяснить диалектические основания этой последней как определенной системы.

### 1. ОТГРАНИЧЕНИЯ (УСТАНОВКА ЧИСЛОВОГО ПЕРВО-ПРИНЦИПА)

**§ 11. Число не есть ни что-нибудь вещественно-качественное, ни вообще объективное.**

Что такое число в своем последнем существе?