

трансцендентность уже известных. Так, если мы имеем 1 и потом будем брать последовательно отношения этой 1 к некой растущей функции, возведенной в степень, покажется которой будет тоже некой растущей функцией, то, беря предельные отношения, мы получим из суммы всех этих отношений не что иное, как трансцендентное число. Напр., число ω , при $l > 0$, будет трансцендентным числом, если мы его определим при помощи ряда:

$$\omega = 1 + \frac{1}{l} + \frac{1}{l^{1 \cdot 2}} + \dots + \frac{1}{l^{1 \cdot 2 \cdot \dots n}} + \frac{1}{l^{1 \cdot 2 \cdot \dots (n+1)}} + \dots$$

Тут мы имеем данное число, 1, и его отношение к его инобытию, т. е. к иному числу, $\frac{1}{l}$. Далее это отношение вступает в двойное становление. Одно становление — это последовательное повышение степени: $\frac{1}{l}, \frac{1}{l^2}, \frac{1}{l^3} \dots$ Другое становление — это последовательное накопление предыдущих степеней: $\frac{1}{l}, \frac{1}{l^{1 \cdot 2}}, \frac{1}{l^{1 \cdot 2 \cdot 3}}$ и т. д. Оба бесконечных становления даны в пределе.

§ 111а. Трансцендентное число (e , отношение синуса к дуге и π).

1. а) Но отчетливее всего, проще всего, а самое главное, значительнее всего для всей математики строится знаменитая трансцендентность e , т. н. *Неперово число*, или основание натуральных логарифмов. Это, если угодно, совершенная идея и всякого предела. История философии дала бы нам немало аналогий, если бы мы стали проследживать эту идею исторически. Тут прежде всего вспоминаются, конечно, софилогические учения античной философии. Учение об Уме в неоплатонизме, имманентно саморазвивающемся в Мировой Душе, есть учение об энергично преисполненном Смысле, эманулирующем свои смысловые потенции и объединяющем идеальную неподвижность Ума с реальной живой подвижностью сферы Души. Эта потенция, перешедшая в энергию, все еще вполне идеальна, но она как бы вобрала в себя все свои возможные судьбы в инобытии. Она не перешла реально в инобытие, но она идеально предвосхитила все свое возможное инобытие. Учение об идеале у немецких философов начала XIX в. относится сюда же. Это предел всех возможных взаимоотношений данной смысловой структуры с окружающим ее инобытием. Тут в идее дана полная тождественность смысловой структуры с инобытием, так что эта структура перестает быть отвлеченным и пустым принципом и голой потенцией, но превращается в универсальную энергию, смысловым образом несущую на себе всю бытийственную тяжесть данной структуры. Прибегая к обычному диалектическому схематизму, нужно сказать так. Потенция — отвлеченный принцип. Он переходит в свое инобытие и воплощается в своем инобытии. Это заставляет его превратиться из голого принципа в некую телесную оформленность. Переходя в инобытие, этот принцип там находит себя, т. е. осуществляется и воплощается в этом инобытии целиком и полностью. В результате — синтез потенции (или

принципа) и ее потенциального же инобытия в энергии, причем все эти три момента действуют все еще в сфере чисто числовой.

б) Этот особого рода предел — не случаен и не выбран по капризу. Он — основная структура наполненного и конкретно явленного предела. Этот основной характер так сконструированного предела еще более делается важным и даже исходным для всякого учения о пределе вообще, если мы за числовую структуру, получающую энергичную перестройку, примем единицу. Такая единица, взятая сначала как потенциальная структура, а потом тут же перестроенная в энергичную структуру, является, можно сказать, *прообразом всякого предела*, переделяющимся на свой манер всякую другую структуру, с которой он вступает в связь (как это мы увидим ниже, напр. в теории рядов).

2. а) Итак, мы берем сначала единицу как таковую, безотносительно к ее росту и безотносительно к ее энергичной обработке. Затем, поскольку мы задались целью взять также и отношение этой единицы ко всякому возможному инобытию, мы должны рассмотреть и это инобытие. Что такое инобытие? Всякое инобытие есть прежде всего становление. Кроме того, само по себе взятое, оно есть *беспредельное становление*, т. е. *становящаяся бесконечность*. Нужно взять отношение единицы к этой становящейся бесконечности, т. е. взять $\frac{1}{n}$ с условием, что n стремится к бесконечности. Итак, прибавивши к основной единице ее отношение ко всякому возможному инобытию, мы получаем $1 + \frac{1}{n}$.

Тут перед нами субстанция, утвержденность, положенность вместе со всеми возможными взаимоотношениями с окружающим ее безбрежным инобытием.

Но что это такое? Есть ли это то понимание законченного предела, о котором мы говорили выше? Нет, здесь мы получили только *отношение* единицы к инобытию и механическое присоединение его к самой единице. Тем не менее нами замыслена такая категория, чтобы единица не только содержала в себе свое отношение к инобытию, но чтобы она вместе с нарастанием этого отношения не оставалась одной и той же, замерзшей и оцепеневшей субстанцией, но чтобы она *вновь и вновь воплощалась*, пусть хотя бы в идеальном воплощении — по мере роста этого взаимоотношения с инобытием. Дуализм «вещи в себе» и «явления» будет преодолен не тогда, когда «вещь в себе» останется самой по себе, не затронутой никаким «явлением», а «явление» только внешне к нему присоединится. Дуализм исчезнет только тогда и «вещь в себе» только тогда действительно начнет излучать из себя живые бытийственные энергии, когда она, эта «вещь в себе», *будет вовлечена в процесс реального становления*, когда она вместе с нарастанием своего взаимоотношения с инобытием (поскольку инобытие есть становление) нарастает идеально и сама, переходя в подлинно бытийственный процесс соответствующего возрастания. В каждый новый момент нарастания своего взаимоотношения с инобытием единица воплощается и повторяется заново вместе с тем приростом, который был до сих пор.

Только при этом условии неявленная сущность и становится энергией и субстанция — эманацией. Математически это значит, что предыдущий двучлен бесконечно повторяет сам себя n раз, т. е. он должен быть возведен в n -ю степень, при условии, что это n по-прежнему продолжается увеличиваться до бесконечности. Это есть знаменитый предел, обозначенный в математике как e — *основание натуральных логарифмов*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e.$$

б) Короче говоря, в этой формуле — два положенных друг на друга становления: становление бесконечным того числа, с которым единица соотносится (весь натуральный ряд чисел), и становление бесконечной той степени, в которую эта единица вместе со своим инобытийным соотношением возводится (тут опять натуральный ряд чисел). Стало быть, уже из одного этого видно, что e есть многомерная, т. е. *выразительная*, эманативная бесконечность, а это и есть признак трансцендентного числа.

3. Тут перед нами прекрасный образец того, каким методом пользуется математика для превращения философского построения в математическое. Этот метод — чисто числовой; и, как таковой, он оставляет без внимания все понятийное содержание философского построения и превращает его в числовую и количественную схему. Однако даже если оставить понятийное содержание без рассмотрения, оно все же вполне определенным образом отражается на числовой схеме и дает ее специфическую формальную структуру и фигурность. И вот эту-то специфическую фигурность числовой схемы, фигурность, выраженную численно, но имеющую не численное, а понятийное происхождение, философ и должен уметь анализировать, если он хочет философски понять математические основы бытия. Число e , являющееся основным в теории пределов, в своем философско-диалектическом раскрытии дает идеальную выявленность и сконструированность чисто идеальной потенции алогически становящейся единичности. Единица не берется в своем уединенном и тупом существовании, но — как выросшая до той степени, когда она вбирает в себя все свои возможные инобытийные судьбы и дает идеально-софийную воплощенность и субстанциально-энергийную, эманативную само-преисполненность. Это тот предел, который является первопринципом единицы со всей ее жизнью и судьбой, как бы возросшей, разбухшей, расцветшей единицей, органически ставшей и созревшей, как живое тело, единицей. Это идеальный и энергийный прообраз всякого предела, ибо это предел идеально ставшей единицы.

4. а) Весьма интересно разложение этого e в реальный ряд — с точки зрения предложенной нами диалектики трансцендентности. Возьмем это Неперово число не в виде разложения по биному Ньютона, а в следующем виде, тождественном, как известно, с разложением по правилу биннома Ньютона:

$$1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots$$

Попробуем дать диалектическую формулу этого ряда.

Прежде всего мы имеем здесь 1) саму *единицу*. Далее, мы имеем здесь 2) *отношение единицы к самой себе*, т. е. *самосоотношение* единицы, во втором члене. Это же является, конечно, и отношением $\langle \dots \rangle^{3*}$ единицы к единице вообще, к инобытию. В последующем каждый член становится по мере удаления от начала ряда все меньше и меньше. Следовательно, здесь налицо *дробление этого самосоотношения*, т. е. становление этого самосоотношения, и, следовательно, выявление всякого возможного его содержания. Это дробление и это выявление всех мельчайших внутренних возможностей самосоотношения дано здесь в *бесконечном* процессе, в алогически становящемся бесконечном процессе^{4*}. Итак, здесь — 3) *алогически становящаяся живая бесконечность единичного самосоотношения* (или отношение единицы со всеми прочими единицами).

Но это еще не все. Всмотревшись в строение членов ряда, начиная с третьего, мы замечаем, что тут первоначальное отношение $\frac{1}{1}$ дробится не в том смысле, что оно *равномерно* становится все меньше и меньше, как, напр., было бы, если бы ряд имел форму $1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$ и т. д. В этом случае закон уменьшения оставался бы везде совершенно одинаковым, требуя повсюду, чтобы каждый последующий член был вдвое меньше предыдущего. В нашем ряде мы имеем совсем другое. Здесь основное самосоотношение $\left(\frac{1}{1}\right)$ сначала взято как половина $\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right)$, потом — не как половина же этой половины, но уже как ее *треть* $\left(\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right)$, потом опять — не как половина этой трети и даже не как ее треть, но уже как ее четверть $\left(\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}\right)$, и т. д. и т. д. Следовательно, здесь у нас не только уменьшение членов ряда в силу единообразного закона дробления, но здесь еще определенная *эволюция самого этого закона*, который уже не однообразен при всех переходах, но совершенно разного рода. Именно, он тоже *становится в смысле уменьшения*. Не только тут уменьшение как таковое, но еще и *прогрессирующее уменьшение*, прогрессирующее увеличение скорости этого уменьшения. Здесь не просто алогически становящаяся бесконечность единичного самосоотношения, но и — 4) *становление самого этого становления*, инобытие этого становления. Наконец, нетрудно заметить, что в нашем ряде дан и 5) *определенный закон инобытия этого становления*. А именно, основное самосоотношение уменьшается при помощи дробления на последовательно нарастающие числа *натурального ряда*, продолженного в бесконечность.

б) Этот анализ основных моментов предела e , выраженного при помощи ряда, сразу становится анализом диалектическим, если мы примем во внимание следующее. Третий момент из тех, которые мы только что указали, говорит об алогическом становлении или, вернее, о законе алогического становления живой самостоятельной единичности. По сравнению с этим третьим моментом четвертый — конструирующий *инобытие* для этого закона, или, как сказано выше, становление самого становления. Следовательно, третий и четвертый моменты связаны между собою как тезис и антитезис; они — диалектическая противоположность. Стало быть, если предел, вообще говоря, есть принцип и закон алогического становления, то число e дает не только такой принцип, но и *переход его в инобытие*, воплощение его на некоем материале вместо его отъединенного и неподвижного состояния.

Теперь, о чем говорит пятый момент? Пятый момент определяет форму бытия основного принципа (или потенции) в окружающем его инобытии. Тут не просто переход в становление, но и определенное закрепление в этом становлении. Какое же? Мы видим, что закрепление происходит здесь путем внедрения принципа натурального ряда чисел, продолженного в бесконечность. Сравнивая этот принцип с первоначальным принципом, мы не можем не заметить между ними существенного тождества. Когда говорилось об отношении, то n мыслилось именно по принципу нарастания ряда чисел, уходящего в бесконечность. Стало быть, когда тот же принцип мы нашли и в отношении оформления первоначального принципа в его инобытии, то это значит, что *первоначальный принцип в инобытии нашел самого себя*. Предел, мыслимый нами сначала как принцип и потенция, не только перешел в свое инобытие, но и закрепился в этом инобытии, и не только закрепился, но закрепился *как таковой, целиком, весь*, со всем своим существенным содержанием, переплотился весь и нацело — так, что в нем уже ничего не осталось невоплощенным. Это значит, что тут перед нами не только диалектическая антитеза, но и *диалектический синтез*. Пятый момент есть синтез третьего и четвертого моментов. Первоначальный принцип основан на применении бесконечного натурального ряда чисел. И его инобытие основано на том же. Следовательно, первоначальный принцип вошел здесь в подлинный синтез со своим инобытием и *осуществился* как синтетическое тождество принципа в смысле бытия и принципа в смысле инобытия.

Можно сказать и так, что в бесконечном нарастании инобытия (с которым соотносится единица) в виде $1, 1 \cdot 2, 1 \cdot 2 \cdot 3, 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$ и т. д. мы имеем *многомерное* инобытие, потому что здесь одна бесконечность становления (увеличение количества множителей) перекрыта другой бесконечностью становления (накоплением всех множителей, которые до данного момента появились), причем оба становления (как и полагается всякому становлению) развиваются последовательно, оба они бесконечны, и оба берутся в своем пределе. Таким образом, здесь непременно нарастает возвышение бесконечности в бесконечную же степень.

с) Остается еще второй момент из произведенного анализа числа e , и мы получаем настоящую диалектическую формулу этого предела.

Второй момент говорит о наличии *единичного самосоотношения*. Оставить, однако, этот второй момент без объединения со всеми прочими значило бы разорвать весь этот анализ на две совершенно несоизмеримые между собою части. Нужно объединить самосоотношение с только что полученной триадой, и это будет объединением его с его же собственной судьбой, т. е. мы получим подлинно живую жизнь этого единичного самосоотношения. Для этого обратим внимание на то, что полученный синтез принципа с его инобытием, как и всякий диалектический синтез, есть некое своеобразное становление. Принцип и потенция, лежащие в глубине предела, находятся в процессе становления. Но $\frac{1}{1}$ этим первопринципом является у нас единичное самосоотношение, $\frac{1}{1}$.

Значит, соотношение единицы с самой собой дано здесь как *становящаяся соотношение*. Однако будем внимательны к тому, что речь идет именно о самосоотношении, об отношении единицы к самой же себе. Это значит, что мы все время имеем дело не с субстанциальным переходом единицы в реальное инобытие, но *субстанция единицы остается здесь совершенно нетронутой и неподвижной*, и вся смысловая игра совершится в недрах этой субстанциально устойчивой единицы. Речь идет только о *самосоотношении*, т. е. весь смысловой процесс, констатируемый нами, есть именно *смысловой*, а не субстанциальный,— *идеальный*, а не реальный процесс. Следовательно, если этот процесс мы определили как особое своеобразное *становление*, то тут перед нами *идеальное становление, смысловое становление*, становление без убыли бытия, без растекания и самопотери в буднях инобытия. Такое сущностное становление мы именуем в диалектике *энергией*. А потому и весь предел е оказывается особой *смысловой энергией единицы*.

Присоединивши сюда, наконец, еще и первый момент, т. е. саму единицу, мы получаем такую конструкцию единицы, когда она оказывается вовлеченной в процесс бесконечного становления и, следовательно, впитывающей в себя все свои инобытийные судьбы, предвосхищающей свою жизнь в окружающем ее безбрежном море инобытия, идеально отобразившей или, вернее, предобразившей всю свою реальную жизнь и судьбу. Вовлечение в процесс становления тут вполне идеально, оно свершается в сфере чистого смысла, а не приводит единицу к самораспаду и субстанциальному уменьшению. Число е есть единица с идеальным предображением всех своих реальных и жизненных судеб^{5*}.

5. а) Жизненную конкретизацию этого числа е мы находим, как известно, в принципе *роста населения* и *нарастания сложных процентов*. Тут, в этом приросте не на первоначальную единицу, а на выросшую, жизненно воплощается вся развитая нами диалектика числа е, со всеми присущими ему отдельными диалектическими моментами.

б) Из этого исследования видно, как слепы сами по себе числа в своем голом вычислительном и арифметическом употреблении. Выражение числа е при помощи величины 2,718281828459045... ровно ничего само по себе не говорит. И нужно произвести большую логическую работу, чтобы передать тайный смысл этой иррациональности и уло-

вить в беглых контурах бесконечного ряда слепых чисел великую идею, вызвавшую к бытию этот ряд и его специфическую структуру.

6. Между прочим, большая идея содержится в факте построения г. н. *натуральных логарифмов*, имеющих, как известно, в качестве основания число e . Этот удивительный факт большею частью оставляется математиками без всяких объяснений. Очень часто бывает так, что могучая математическая интуиция заставляет рассуждать именно таким, а не иным образом, но что в то же время сознательно и разумно сами математики бессильны сказать в оправдание этой интуиции что-нибудь основательное. Так случилось и с вопросом о том, почему основанием для логарифмов взяли именно число e и почему эти логарифмы «натуральные».

Что тут особенно «натурального»? Правда, этот вопрос мы не можем в настоящем месте нашего исследования разрешить полностью, поскольку нами еще не дан анализ той математической операции, которая именуется возведением в степень. Забегая вперед, мы, однако, можем сказать очень многое, и это было бы весьма важно для уяснения природы Неперова числа. Почему всякое число есть $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ при том или ином значении n ? Почему, возводя $\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ в n -ю степень, мы можем получить любое конечное число? И что это значит?

Как мы увидим в своем месте, возвышение в степень есть математическое выражение *органического роста вообще*, поскольку эта операция заставляет данное число умножаться на самого себя, т. е. каждую свою единицу строить как целое, делать каждый элемент таким же целым, как и само исходное число. Это — признак роста организма. Показатель степени, логарифм, есть символ того закона, по которому совершается рост организма, а «основание» есть тот корень, из которого происходит фиксируемый в данном случае рост. Когда $\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

возводится в n -ю степень, это значит, что в данном случае исходная величина органически растет по закону « n », и растет при этом из e . А так как n мыслится здесь становящимся, то каждый раз, т. е. для каждого числа, мы имеем тот или иной вид e , возведенный в соответствующую степень.

Число e есть, мы сказали, набухшая и отяжелевшая единица. Возвести ее в ту или иную степень — значит подчинить ее дальнейшему росту, но росту уже не в смысле дальнейшего разбухания (оно невозможно, так как e уже вместило в себя всю свою инобытийную бесконечность), но росту в смысле оформления по закону того или иного n , т. е. росту в смысле превращения набухающей и напирющей стихии в ту или [иную] положенность и утвержденность в инобытии, как того требует данный показатель степени. Возвести, напр., в ту или иную степень — значит заставить данное число преобразиться так, чтобы оно данное именно число раз повторило себя самого, т. е. отразило на себе эту степень как закон и структуру своего развития. Значит, и нарастаю-

щее число e , будучи возводимо в ту или иную степень, переходит уже в инобытие, *отражает* там на себе эту закономерность, зафиксированную в показателе степени, инобытийно *воспроизводится* и тем самым *терпит энергично источающуюся стихию смыслового набухания, превращая ее в ту или иную систему инобытийных положенностей*. В самом e положенность и утвержденность дана вместе со всей стихией своего энергичного расцветшего становления. Когда же e возведено в ту или иную степень, то e развивается в направлении упорядочения и рационализации энергичного становления уже инобытийного числа; это энергичное становление получает структуру числовых полаганий, зафиксированных в показателе степени; и мы получаем инобытийное алгебраическое число, но уже как результат эманации из трансцендентного. Это и значит, что число e , возведенное в ту или иную степень, даст нам то или иное конечное число. *И вот почему оно — основание тех логарифмов, которые с полным правом можно назвать натуральными логарифмами*. Вот почему наиболее *естественно* именно такое основание, хотя на первый взгляд оно и кажется чересчур сложным, чтобы быть естественным. Рассматривая всякое число через натуральный логарифм, мы рассматриваем его как эманацию трансцендентности.

7. а) До сих пор мы занимались одной основной формой эманации трансцендентного, или наполненного, предела e . Существует, однако, еще два основных предела, связанных с e чисто диалектически, хотя в математике они выражены в более частном виде. Чтобы их назвать, продолжим нашу диалектику предела.

Мы имели предельную эманацию вообще, и мы получили предел в его конкретной явленности. Дальнейшая диалектика, т. е. дальнейшее противопоставление новому инобытию, должна привести к переконструированию полученной конкретно-явленной эманации. Отличая от нового инобытия и проводя, как обычно, границу, отделяющую этот конкретно-явленный предел от окружающего его инобытия, мы, по общим законам диалектики, получаем данную эманативную выраженность уже как некую дробимую величину, получаем различность и, след., оформленность внутри нее самой. Наша энергично-софийная субстанция единичности должна получить определенное оформление, в то время как до сих пор речь шла только об ее сущностном становлении вообще. *Сущностное становление должно превратиться в сущностно ставшее*, и тогда перед нами предстанет единичность не только как энергичность вообще, но как *определенным образом очерченная и сформированная энергичность*. Становление — всегда растекается; и сущностное становление, отличаясь от вещественного отсутствием убыли и дробления, совершенно не отличается от него своим алогизмом и непрерывно-сплошной текучестью. Подобно тому, как бытие и небытие в синтезе дают становление, само становление и новое инобытие дают *ставшее*. Противоположность становления ведет его к остановке, но не к той остановке, которая есть уже в первоначальной категории бытия (тут, собственно говоря, не *остановка* становления, а его полное отсутствие), а к той остановке, которая есть результат становления и вмещает его в себя в виде порожденных им новых

смысловых моментов. Поэтому ставшее и есть синтез становления и его (принадлежащего становлению) инобытия. А ставшее в области чисто смысловой есть то, что получилось в результате становления смысла, в результате движений, происходящих в сфере смысла. Движение же и становление смысла есть, как мы хорошо знаем, его разрисовка, возникновение очертаний, фигуры, рождение смыслового лика и цельного образа. Поэтому *ставшее* в области смысла есть смысловая, умная *очерченность* и *фигурность*, *оформленность как явленный лик и образ*. Эта фигурность и образность может быть дана с разной степенью самостоятельности.

б) Яснее всего и ближе всего к полученной структуре предела *е* является тот предел, который всецело еще связан с внутренним содержанием энергийно-софийной единицы, но который уже рисует отношение этого содержания к возможной его очерченности, или границе. Это отношение получает разную форму в зависимости от того, в каком виде или, вернее, в какой степени мы будем брать эту очерченность, или границу. Если мы хотим взять диалектическую противоположность энергийно-софийной единицы, то мы не можем воспользоваться уже готовой очерченностью этой единицы. Готовая и полная, цельная очерченность свидетельствует скорее о некоем синтезе, чем об антитезисе. Противоположностью для энергийной единицы является ее граница, но не полная и законченная, а граница, данная в своем становлении и даже лучше, если — в своем возникновении. С другой стороны, эта граница, законченная или возникающая, не может тут браться в своей голой изолированности, подобно тому, напр., как такой границей являлся нуль (граница положительного и отрицательного числа). Там мы брали голую положенность числа, и в зависимости от этого граница была тоже как бы голая и внутренне пустая. Здесь же мы взяли положенность числа вместе с его богатством, и притом совершенно специфическим, содержанием. Оттого и граница явится здесь более густой; она связана с внутренним содержанием числа и есть не что иное, как особый тип отношения принципа границы к построению внутреннего содержания.

с) Спрашивается: если понимать число как внутренне энергийно-наполненную стихию и брать очертание этой стихии, не упуская из виду ее внутреннего содержания, то в каком виде должна предстать эта граница и какое отношение существует между так понимаемой возникающей границей и так понимаемым возникающим содержанием?

Ответом на этот вопрос является одно из самых элементарных положений общей диалектики. Пока нет границы, гласит это положение, нет никакого отличия от инобытия, а пока нет никакого отличия от инобытия, нет и того, что именно отличается от инобытия, нет самого предмета определения. Проведение границы для ограничиваемого, стало быть, есть первое создание самого этого ограничиваемого, первое его зарождение и появление. Когда проведена граница, граница не есть ограничиваемое, но, *когда она только еще проводится, она ровно ничем не отличается от степени раскрытия ограничиваемого внутреннего содержания*. Насколько проведена граница предмета, настолько порождено его внутреннее содержание. Тут весьма интересна диалектика, хотя

и обычна: пока совершается самый процесс проведения границы, еще нет ничего ни внутреннего, ни внешнего; но, как только замкнулась граница, мгновенно появилась антитеза внутреннего и внешнего и их синтез в факте самой границы. Стало быть, пока граница не замкнута, внутреннее и внешнее с их антитезой и синтезом только еще зарождаются; и в процессе этого зарождения сама внешняя граница и раскрытие внутреннего содержания ограничиваемого еще не дифференцировались, они пока еще вполне тождественны. Нужно только помнить, что так это происходит только в процессе рождения границы и ограничиваемого; и потому не в смысле устойчивого пребывания того и другого, но в смысле проникновения до последней зародышевой формы того и другого — можно ^{6*} — необходимым является это тождество ограничивающего и ограничиваемого.

8. а) Как эта конструкция дана в математике? В математике, именно в теории пределов, обычно дается учение об одном замечательном пределе, который по своей важности сопоставим даже с пределом e . Правда, этот предел выражен как будто не столь обще, как этого требовала бы развитая только что концепция взаимоотношения ограничиваемого и ограничивающего. Однако это делу несколько не вредит, так как, несмотря на частный характер этого предела, он выражает как раз предложенную нами концепцию предела. Именно, существует в теории пределов такой предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

б) Анализируя его с диалектической точки зрения, мы находим следующее. 1) Речь идет прежде всего о синусе. Синус есть мера раскрытия, развертывания угла. Синус свидетельствует о степени раздвинутости сторон, образующих угол; он раскрывает то содержание, которое кроется между сторонами угла. 2) Если x в этом пределе есть длина дуги, а $\sin x$ есть синус угла, соответствующего этой дуге, то вполне правильно будет признать, что x есть проводимая граница, а $\sin x$ есть мера развертываемого внутреннего содержания, получающегося в результате проведения этой границы. 3) Далее, берется отношение между синусом угла и длиной соответствующей дуги; и отношение это берется к тому же не просто как такое, но как предельное отношение, т. е. при том условии, что x стремится к 0. И длина дуги, и синус соответствующего угла берутся в самом их зарождении или, что все равно, в самом их окончании, т. е. вообще в процессе их становления. 4) И утверждается: этот предел равен 1. Другими словами, $\sin x$ и x в пределе оказываются равными одно другому, раз отношение между ними в пределе равно 1. Как раз это самое и утверждалось выше, когда говорилось, что в пределе ограничивающее и ограничиваемое вполне тождественны, что проведение внешней границы и раскрытие внутреннего содержания, в смысле предельных процессов, ничем не отличаются одно от другого.

9. а) Учением о пределе отношения синуса угла к длине соответствующей дуги вполне ясно демонстрируется диалектическое учение

о становлении границы как о моменте, составляющем антитезис энергично-выявленной единичности. Но становление должно стать ставшим, чтобы диалектика в данном пункте получила завершение. Ставшее, говорили мы, в сфере смысла есть фигурность смысла. Ставшее, кроме того, т. е. фигурность смысла, мы берем пока не в абсолютной чистоте и самодеятельности, но вместе со стихией энергично-выявленной единичности. Это ставшее оказывается, таким образом, ставшим границы в условии такого взаимоотношения ее с размерами очерченного границей содержания^{7*}. Здесь уже не становящаяся, внешняя граница в ее взаимоотношении с очерчиваемым внутренним содержанием, но законченная, замкнутая граница в ее взаимоотношении со всей целостью очерченного внутреннего содержания. В математике этой диалектической конструкции соответствует число π , определяемое как отношение длины окружности к ее диаметру. Что окружность есть замкнутая граница, это очевидно. Что диаметр указывает на степень раскрытия и растворения или, грубо говоря, просто на размеры окружности, это тоже само собой понятно. Стало быть, π и есть как раз отношение законченной внешней ограниченности к очерченному внутреннему^{8*} содержанию, т. е. та самая концепция предела, которая является синтетическим завершением энергичной единичности, получившей, наконец, цельное очертание, сопоставленное со своим внутренним инобытием.

б) Интересен также еще и другой вид представления π как предела, а именно — как площади круга с радиусом, равным 1. Как мы знаем из элементарной геометрии, площадь f правильного вписанного в круг $2m$ -угольника равняется

$$f_{2m} = \frac{m}{2} \sqrt{2 - 2 \sqrt{1 - \left(\frac{2f_m}{m}\right)^2}}$$

Отсюда

$$\pi = \lim_{n \rightarrow \infty} f_{2m}^n$$

если n есть количество удвоенных сторон вписанного m -угольника. Если сторона квадрата равняется $r\sqrt{2}$, т. е., по условию, $\sqrt{2}$, а, след[овательно], площадь его = 2, то отсюда легко вычисляется и само π , равное, как известно, 3,14159265...

с) Это представление π как площади круга с радиусом, равным единице, подчеркивает в π момент выявленности внутреннего содержания, как бы дорастания его до степени явленности, до степени полной и законченной очерченности. Единица в диалектическом смысле есть полагание как таковое. Провести окружность каким бы то ни было радиусом — значит дать некую фигурность, ориентированную на невидимый центр, и притом так, что каждый момент этой фигурности ориентирован совершенно одинаковым образом и фигурность возвращается сама к себе, будучи некоей самодовлеющей явленностью. Провести же окружность радиусом, равным единице, — значит получить

фигурность, которая своей внутренней сущностью призвана к тому, чтобы демонстрировать самодовлеющую явленность энергийной единичности, как бы ее обтекающую выраженную полноту, эманативно-фигурную ограниченность и скомпонованность или, если угодно, внешнюю размерность. Число π демонстрирует нам то постоянное отношение, которое существует между этой внешне-эманативной размерной полнотой и внутренним содержанием этой полноты. В наивной форме это и понимается в математике как «предел отношения окружности к диаметру».

Позже мы не раз столкнемся именно с такой интуицией, лежащей в основе построения числа.

д) Между прочим, трансцендентность числа π , в логическом смысле, яснейшим образом вытекает из понимания его как некоей предельной площади. В последнем из приведенных математических выражений мы, с одной стороны, имеем бесконечный рост количества сторон вписанного многоугольника, с другой стороны — бесконечное нарастание его площади. Эти две бесконечности вплетены одна в другую, и потому их результат есть становление становления в пределе, т. е. число трансцендентное.

§ 112. Трансцендентное число (в связи с трансцендентными функциями).

1. Линдеман обобщил бывшую до него теорему о невозможности для числа e быть корнем уравнения, в котором коэффициенты и показатели являются целыми рациональными числами. А именно, он доказал, что в этом случае коэффициенты могут быть любыми, а показатели — различными между собою *алгебраическими числами*. Частным случаем этой теоремы Линдемана оказывается то, что в уравнении

$$e^x = a$$

числа x и a не могут быть одновременно алгебраическими числами (кроме $\bar{x}=0$, т. е. $a=1$). Иначе e в алгебраической степени было бы алгебраическим числом, что после теоремы исключается. Значит, если мы имеем *показательную функцию* от алгебраического аргумента, то она оказывается числом трансцендентным. Точно так же *натуральный логарифм* алгебраического числа обязательно есть тоже трансцендентное число. Кроме того, А. Гельфонд доказывает, что ω^i , где ω — алгебраическое число, тоже трансцендентно*. Но из соотношения $1 + e^{\pi i} = 0$ следует, что $(-1)^i = e^{-\pi}$. Следовательно, по Гельфонду, $e^{-\pi}$ тоже трансцендентно. Но тогда трансцендентно и e^{π} .

2. Все эти заключения (и подобные им) таят под собою ряд неосознанных интуиций, без вскрытия которых невозможно философское понимание предмета.

а) Прежде всего зададим себе вопрос: что значит вообще степень трансцендентного числа? Как будет особо разъяснено ниже, в § 118, возведение числа в степень есть его алогический органический рост. Возвести число в степень — это значит повторить его как именно его

* A. Gelfond. Jor. les nombres transcendent. Contes Renel. 1929, T. 189, p. 1224. Ср. также — Естеств. и маркс. 1930, 1/5, 52 сл.