ТРЕТЬЯ ЛЕКЦИЯ

(25.XII 1933 г.)

Краткое резюме. Исторический обзор (продолжение): откуда возникает требование векторности уравнений физики? Однородность и изотропность пространства. Принцип относительности положения и ориентировки. Преобразование Галилея. Инвариантность уравнений Ньютона и принцип относительности классической механики. Электродинамика Герца движущихся тел, полное увлечение эфира

Мы видели, что в круг нашего рассмотрения необходимо включить и электромагнитные явления. Мы видели, как Максвелл пришел к своему великому открытию, как его навело на это открытие совпадение (казавшееся тогда случайным) электромагнитной постоянной со скоростью света.

Самое точное значение электромагнитной постоянной, полученное из электрических измерений Роза и Дорсе, есть в настоящее время

$$(299\,770 \pm 30)\cdot 10^5 \ \textit{см/сек}.$$

Хотя это электромагнитное измерение и грубее, чем результат Майкельсона для скорости света, но нет никакого сомнения, что это одна и та же величина.

Мы рассмотрели ряд опытов, произведенных во второй половине XIX в. (опыты Роуланда, Рентгена, Эйхенвальда, Вильсона), относящихся к электромагнитным явлениям в движущихся телах. Во всех этих опытах речь идет о движении тел относительно наблюдателя, и все они дали положительный результат, т. е. получались явления, отсутствующие в том случае, когда тела покоятся. Эти опыты можно сравнить с опытом Физо над распространением света в воде, движущейся относительно наблюдателя, над увлечением света водой.

Но, кроме того, был сделан и ряд других электромагнитных опытов, имевших целью обнаружить влияние общего движения Земли.

Земля заряжена, и ее движение представляет собой ток, который должен создавать магнитное поле и, следовательно, действовать на магнетометр. Так, Рентген пытался обнаружить движение Земли, но ничего не получил. Де-Кудр искал влияние на явление индукции. Ранкин и Трутон пытались заметить с помощью моста Уитстона, влияет ли движение Земли на разветвление токов. Все эти опыты ничего не дали: неизменно оказывалось, что движение всего аппарата, всей лаборатории *как целого* не оказывает никакого действия, все происходит так, как будто Земля неподвижна.

Что же из этого вытекает? Чтобы вывести следствия, нужно иметь теорию электромагнитных явлений в движущихся телах. Мы указали, что вопрос, стоящий перед такой теорией, распадается на два:

1) Каковы уравнения для явлений в движущихся телах в основной координатной системе — системе неподвижных звезд?

2) Как воспринимает эти явления наблюдатель, находящийся в движущейся системе отсчета?

Второй вопрос считался вопросом простого пересчета, кинематики, математики. Именно здесь Эйнштейн и вскрыл основную трудность.

Этот второй вопрос не является специфичным для электромагнитных явлений, он возникает и в механике. Но в механике отпадает первый вопрос, потому что уравнения механики для движущихся тел и даны.

Нас интересует в первую очередь равномерное поступательное движение системы координат. Напишем уравнения механики в их классической форме и — для наглядности — для случая центральных сил, например сил всемирного тяготения

$$\frac{d^2x_i^\lambda}{dt^2} = \varkappa \sum_\mu m_\mu \frac{x_i^\lambda - x_i^\mu}{r_{\lambda\mu}^3},$$

где $\varkappa$ — гравитационная постоянная. Мы отступаем от исторического изложения с тем, чтобы подчеркнуть некоторые моменты, которые являются основными для теории относительности, но которые ранее молчаливо обходили.

Мы хотим посмотреть, как эти уравнения выглядят в движущейся системе координат. Но сначала посмотрим, как они преобразуются к другой, тоже *неподвижной* системе, т. е. при переносе начала и повороте осей. Из геометрии Евклида вытекает, что новые координаты будут

$$x_i' = a_i + \sum_{k=1}^{3} b_{ik}x_k, \qquad i = 1, 2, 3; \qquad \sum_{k=1}^{3} b_{ik}b_{jk} = \delta_{ij}$$

и, следовательно, для разностей координат мы имеем однородное (без a_i) линейное ортогональное преобразование. Мы ввели понятие вектора, назвав так совокупность трех величин, преобразующихся как разности координат. Является ли сила вектором — это вопрос опыта, измерения. Но в нашем случае это самоочевидно, так как при нашем преобразовании расстояние r не меняется, оно инвариантно, а в числителе силы как раз стоят разности координат. Таким образом, правая часть наших уравнений есть вектор. Левая часть, очевидно, тоже, так как там бесконечно малые разности координат делятся на один и тот же промежуток времени dt. Значит, наши уравнения представляют собой равенство двух векторов и, если обозначить разность этих векторов через **A**, могут быть записаны в виде

$$\mathbf{A} = 0, \quad \text{или} \quad A_i = 0, \qquad i = 1, 2, 3.$$

Но легко доказать общую теорему: если в какой-либо системе отсчета вектор $\mathbf{A} = 0$, то он равен нулю и в новой системе. Действительно, по определению

$$A_i' = \sum_{k=1}^{3} b_{ik} A_k.$$

Но все A_k равны нулю, а значит,

$$A_i' = 0, \qquad i = 1, 2, 3.$$

Таким образом, в новой системе координат ньютоновы уравнения будут

$$\frac{d^2 x_k'^{\lambda}}{dt^2} = \varkappa \sum_{\mu} m_{\mu} \frac{x_k'^{\lambda} - x_k'^{\mu}}{r_{\lambda\mu}^{3}}.$$

Мы видим, что уравнения механики сохраняют свой вид при нашем преобразовании, что они *инвариантны* по отношению к этому преобразованию.

Что можно сказать об уравнениях Максвелла? **E** и **H** являются векторами, так как они определены через силы. В векторном анализе доказывается, что если **A** — вектор, то rot **A** также вектор. Следовательно, уравнения

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial \mathbf{D}}{dt} + \mathbf{J}\right),$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{dt}$$

представляют собой векторные соотношения в указанном выше смысле и инвариантны по отношению к переносу начала и повороту осей. Впрочем, не совсем верно, что rot **A** является вектором, так как его слагающие преобразуются как разности координат лишь при переходе от правовинтовых систем к правым же или от левых к левым. При переходе же от правых к левым rot **A** меняет знак. Таким образом, написанные уравнения инвариантны, если дополнительно условиться о постоянном выборе винта системы. Но, даже ограничиваясь только преобразованием правых систем в правые, можно поймать все ориентации осей. Для нашего же рассуждения важна только линейность, а не знак.

В векторном анализе доказывается далее, что для вектора **A** div **A** — инвариант. Таким образом, уравнения

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \qquad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

инвариантны.

Мы исходим из постулата, что все уравнения физики могут быть выражены в инвариантной форме. Этот постулат глубоко связан с *дорелятивистским представлением об однородности и изотропности пространства*. Что это значит?

Будут ли уравнения *одного и того же* движения иметь одинаковый вид в двух системах координат, повернутых друг относительно друга? Конечно, нет. Если в старой системе уравнение было только по оси z, то в новой может быть не только по z', но и по x' и y'. При преобразовании значения координат изменяются, так что, если подставить числа, уравнения будут *другие*. Инвариантность заключается не в этом. Она состоит в том, что если я помещу рассматриваемое тело относительно новой системы координат точно так же, как раньше относительно старой, то уравнения в новой системе будут тождественны уравнениям в старой. В этом и состоит однородность и изотропность пространства, наличие которых требует, чтобы *один и тот же опыт мог быть воспроизведен в разных координатных системах.*

Но если написаны уравнения механики, то еще вовсе не сказано, как движется тело. Сами по себе уравнения механики определяют еще не все, так как это *дифференциальные* уравнения и их решения содержат произвольные постоянные. Чтобы знать движение, надо знать эти постоянные, т. е. надо задать *начальные условия.*

Если даже так подобрать две системы координат, что правые части уравнений будут в обеих одни и те же, то все равно начальные условия *данного* движения будут в этих системах различны. Это и не удивительно. В этом, собственно говоря, суть поворота осей и переноса начала.

Но я могу *создать* в новой системе такие же начальные условия, как и в старой, и тогда все течение явлений относительно новых осей будет таким же, каким оно было относительно старых. В этом опять-таки проявляется однородность и изотропность пространства.

Мы видим, таким образом, что все будет протекать тождественно, если в новой системе все разместить и задать так же, как это было сделано в старой, т. е. создать такое же распределение сил и те же начальные условия. Вы не различите тогда, повернута ли новая система или нет. То, что это так, это *физический* факт, этого никто не мог знать заранее. Логически могло бы быть и иначе, т. е. явления могли бы протекать по-разному в различно ориентированных системах. Но этого нет, нет *выделенной* системы отсчета, пространство *однородно* (перенос начала отсчета, выбор точки наблюдения не оказывают влияния) и *изотропно* (поворот осей также не влияет). Будь это не так, мы могли бы тогда, изучая явления в некоторой системе координат, установить, как она расположена и ориентирована, мы могли бы говорить тогда об абсолютных положении и направлении.

Что это означало бы? Ведь в самих понятиях положения и направления заложена относительность. Можно говорить об угле между *двумя* прямыми, а не об угле *одной* прямой. Но если бы одно направление было чем-то выделено, то имело бы смысл относить все направления к нему, раз и навсегда заданному, и называть ориентацию по отношению к такому направлению абсолютной.

Опыт говорит, что ни такого выделенного положения, ни выделенного направления в природе не существует. Как сказано, это физический факт, который мы и выражаем требованием инвариантности уравнений по отношению к переносу начала и повороту осей.

Вся классическая физика принимала этот *принцип относительности положения и ориентировки*. Он, естественно, напрашивается на обобщение. Как далеко оно может пойти, мы увидим далее. Пока же мы можем с уверенностью утверждать, что если в Ленинграде опыт дал иной результат, чем такой же точно опыт здесь, то значит, кто-то ошибся, а не объяснять это тем, что опыт произведен в Ленинграде.

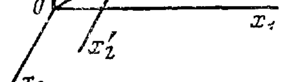

Рис. 14

Все сказанное, конечно, относится целиком и к уравнениям Максвелла.

Вернемся теперь к поставленному вопросу: как выглядят уравнения механики в новой системе координат, движущейся прямолинейно и равномерно относительно исходной системы? На основании сказанного мы можем взять оси обеих систем параллельными. Каковы же теперь уравнения преобразования? При достаточной наивности — той, которая была до принципа относительности,— их легко найти. Будем тоже наивны.

Проекция OP = проекции OO' + проекция $O'P$ (рис. 14). Пусть при $t = 0$ начала обеих систем совпадали ($OO' = O$). Тогда в момент t отрезок OO' будет иметь проекции w_1t, w_2t, w_3t, где w_i — (постоянные) компоненты скорости системы O' относительно O. Итак,

$$x_i' = x_i - w_i t, \qquad i = 1, 2, 3.$$

Дифференцируя по t, получаем

$$\frac{dx_i'}{dt} = \frac{dx_i}{dt} - w_i, \quad \text{или} \quad u_i' = u_i - w_i, \qquad i = 1, 2, 3,$$

или в векторной форме

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{w}.$$

Это теорема сложения скоростей.

Здесь молча принимается, что, измеряя время t какого-либо события в неподвижной и движущейся системах координат, мы получаем одно и то же. Эйнштейн показал, что без дальнейшего анализа *эта фраза не имеет никакого смысла.* Но мы пока наивны и поэтому припишем к нашим уравнениям еще одно

$$t' = t.$$

Таким образом, скорость тела относительно движущейся системы есть

$$u_i' \equiv \frac{dx_i'}{dt'} = \frac{dx_i'}{dt}.$$

Дифференцируя еще раз, получаем

$$\frac{d^2x_i'}{dt'^2} = \frac{d^2x_i}{dt^2}.$$

Следовательно, в уравнениях Ньютона, содержащих *именно вторые* производные (обстоятельство, которого никто не мог знать a priori), левые части не изменяются. Что касается правых частей, то они тоже не меняются, так как зависят только от разностей координат, из которых $\mathbf{w}$ выпадает,

$$x_i'^{\lambda} - x_i'^{\mu} = x_i^{\lambda} - x_i^{\mu}.$$

Таким образом, *уравнения Ньютона инвариантны по отношению к рассматриваемому так называемому галилеевскому преобразованию.*

Опять-таки отсюда не следует, что некоторое *данное* явление наблюдается в обеих системах одинаково. Если, например, точка покоится относительно одной системы, то относительно другой она движется. Здесь опять играет роль различие начальных условий. Но если начальные условия взять в обеих системах одинаковыми, то и движения будут одинаковы. Значит, существует бесконечное множество систем, движущихся прямолинейно и равномерно относительно исходной (и относительно друг друга), в которых законы механики одинаковы. *Нет какой-либо выделенной* системы, скажем той же системы, связанной с неподвижными звездами.

Могло бы быть и не так. Могло бы быть, например, что уравнения Ньютона справедливы только в системе неподвижных звезд. Тогда существовало бы абсолютное движение.

Разумеется, движение, понимаемое как изменение положения тел, может быть только относительным, абсолютное движение, т. е. перемещение безотносительно к чему-либо,— бессмыслица. Но если бы всегда можно было относить движение к одной определенной, выделенной системе, то имело бы смысл назвать его абсолютным. Мы знаем, что *и этого* нет. Однако последнее утверждение уже не содержится в самом понятии движения, а выражает самостоятельный физический факт.

Этот *принцип относительности равномерного поступательного движения* можно формулировать двояко:

1) уравнения Ньютона инвариантны при галилеевском преобразовании;

2) все механические явления при одинаковых начальных условиях протекают одинаково во всех системах, движущихся прямолинейно и равномерно относительно системы неподвижных звезд (так называемых *инерциальных* системах).

Сказать 2) еще не значит сказать 1), ибо второе утверждение является гораздо более общим. Классическая физика отождествляла оба утверждения, так как считала галилеевское преобразование единственно справедливым. До теории относительности обе формулировки просто сливались. *Теория же относительности, полностью сохраняя* 2), *отрицает справедливость и уравнений Ньютона и преобразования Галилея.*

То, что принцип относительности равномерного прямолинейного движения действительно является *физическим* законом, видно уж из того, что он не распространяется на ускоренно движущиеся системы. Пусть, например,

$$x_i' = x_i - g_i t^2$$

(равноускоренное движение). Тогда меняются вторые производные и вид уравнений не сохраняется. Следовательно, даже при одинаковых начальных условиях явления будут протекать в обеих системах различно.

Известно, что поступательное движение Земли не влияет на механические явления, но ее суточное вращение сказывается. Легко видеть, какую форму принимают уравнения движения в равномерно вращающейся системе отсчета. Применив преобразование к вращающимся осям

$$\left.\begin{aligned} x' &= x\cos\omega t + y\sin\omega t,\\ y' &= -x\sin\omega t + y\cos\omega t,\\ z' &= z, \end{aligned}\right\}$$

мы получим

$$m\ddot{x}' = X' - 2m\omega\dot{y}' + m\omega^2 x',$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

где

$$\left.\begin{aligned} X' &= X\cos\omega t + Y\sin\omega t,\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\}$$

Таким образом, уравнения совсем другие и все явления происходят иначе, чем в исходной системе. Именно поэтому мы не можем обнаружить по механическим явлениям наличие поступательного движения Земли, но можем узнать, вращается она или нет. Одним из многих опытов является маятник Фуко. Другой — отклонение падающих тел от вертикали. В 1919 г. очень тонкий опыт был сделан Гагеном (Hagen). На нити подвешены массивные шары, разведенные распоркой. Момент инерции всей системы I, а угловая скорость (из-за вращения Земли) ω. Если удалить распорку, то шары сойдутся, момент инерции уменьшится до значения I' и по закону сохранения момента ($\omega I = \omega' I'$) должно возникнуть угловое ускорение. Явление обусловлено, таким образом, вращением Земли.

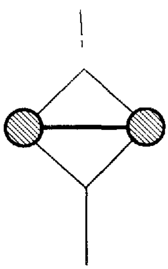

Рис. 15

Итак, механический принцип относительности справедлив только для неускоренных систем отсчета. В связи с этим еще одно замечание. Когда мы говорим, что все механические явления протекают в двух инерциальных системах одинаково, мы предполагаем, что *все* условия повторены в обеих системах.

Строго говоря, для этого обе системы должны были бы одинаково двигаться по отношению к системе неподвижных звезд. Но в такой форме принцип не имеет никакой физической ценности. Он ценен потому, что он справедлив для всякой *замкнутой* системы, т. е. такой, от которой все массы, не движущиеся вместе с ней, достаточно удалены. Интерес представляет именно то, что равномерно и прямолинейно движущуюся систему при достаточном удалении прочих масс *можно* считать замкнутой, а при всяком другом движении — уже *нельзя*. Общая теория относительности уже не может отвлекаться от действия удаленных масс.

И, наконец, заметим следующее. Мы еще не знаем, каковы уравнения электродинамики для движущихся тел, в механике же твердого тела или системы точек этот вопрос отпадает. Но можно, правда несколько искусственно, поставить этот вопрос для механических явлений в сплошных средах, например для распространения звука в воздухе. Пусть мы знаем скорость звука c относительно воздуха и хотим узнать, какова скорость звука, если воздух движется, и вообще хотим написать уравнения гидродинамики для движущегося воздуха.

Мы знаем, что галилеевское преобразование сохраняет вид уравнений, и поэтому можем сразу же сказать, что скорость звука будет просто складываться со скоростью воздуха. Воздух полностью увлекает с собой звук в противоположность тому, что нашел Физо для света, где увлечение лишь частичное. По сути дела, здесь и скрыта вся трудность электродинамики движущихся тел.

Переходим теперь к электромагнитным явлениям. Здесь наш первый вопрос существует: как выглядят уравнения электродинамики для движущихся тел? Этого нельзя было вывести, это нужно было угадать, нужно было сделать новый шаг. Максвелл и Герц пытались дать уравнения для движущихся тел и, хотя сами они этого не говорят, несомненно сделали это с желанием удовлетворить принципу относительности механики, т. е. получить уравнения, инвариантные по отношению к преобразованию Галилея.

Есть одно отличие явлений электромагнитных и, конечно, оптических от, скажем, механических, например упругих, колебаний и т. п., отличие, *характерное* для фарадей-максвелловской точки зрения, не имевшее места в прежних взглядах на электрические явления, но существовавшее в прежних взглядах на оптические явления и связанное с конечной скоростью распространения света. Эта особенность та, что мы должны признать, что в пустоте есть поля. Мы *должны* говорить о полях в пустоте. Часто мы выражаем это, говоря — в *экспериментальной* пустоте.

Во всяком случае, максвелловская теория построена так, что она говорит о полях в пустоте.

Как же вводит максвелловская теория пустоту (эфир) в рассмотрение, чем она ее характеризует? Она считает эфир изолятором, принципиально ничем не отличающимся от всякого другого изолятора — стекла и т. п.,— и как каждый (изотропный) изолятор характеризует его двумя величинами и ничем более. Это диэлектрическая постоянная ε и магнитная проницаемость μ. Эфир отличается от стекла тем же, чем отличается стекло от кварца, воды и т. п. (проводимость, наличие потерь — привходящие вещи).

Итак, эфир трактуется паритетно, ничем принципиально не выделяясь из класса других изоляторов. Это чрезвычайно типичная черта максвелловской теории.

Но при переходе к движущимся телам у нас здесь сразу возникает трудность, и трудность, принципиальная для всего максвелловского воззрения. Мы увидим далее, в чем она заключается.

Это стремление не разделять эфир и материю, стремление характеризовать все как одно целое сохранено и у Герца. Герц оставляет в силе максвелловские уравнения в их *интегральной* форме, но с одним небольшим изменением, в котором и заключается вся суть. Для неподвижных тел мы имели уравнения

$$\left.\begin{aligned} \oint_L H_s ds &- \frac{1}{c}\left\{\frac{d}{dt}\int_S D_n dS + \int_S J_n dS\right\}, \\ \oint_L E_s ds &= -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\int_S B_n dS, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

причем контур L и опирающаяся на него поверхность S тоже покоились. Поэтому $\frac{d}{dt}\int = \int\frac{\partial}{\partial t}$, что и приводит к обычной диф-

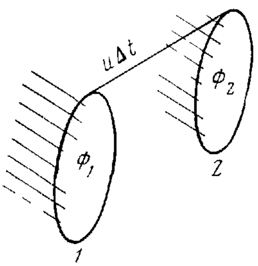

Рис. 16

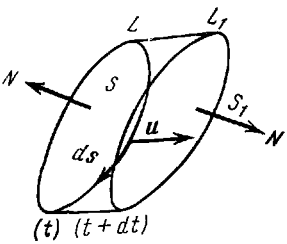

Рис. 17

ференциальной форме максвелловских уравнений. Герц говорит: уравнения (4) с $\frac{d}{dt}\int\limits_S$ остаются в силе, но теперь, когда тела движутся, нужно брать поверхность S, *закрепленную в теле*, жестко связанную с частицами движущейся материи. Это существенно, ибо изменение потока через неподвижный и через движущийся контур — не одно и то же. Для движущегося контура скорость изменения потока

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}$$

слагается из: 1) изменения Φ вследствие явной зависимости поля от времени и 2) изменения, обусловленного перемещением контура. Для неподвижного контура поток меняется только в силу первой причины, но для движущегося контура поток, вообще говоря, будет переменным, даже если поле постоянно.

Итак, контур L и поверхность S движутся вместе с материей. Дальнейшее — уже простая математика.

Мы хотим написать уравнения Герца в дифференциальной форме. Для этого надо преобразовать выражение скорости изменения потока через движущуюся поверхность. Согласно предыдущему, эта скорость изменения потока состоит из двух членов:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_S D_n dS = \int\limits_S \frac{\partial D_n}{\partial t}\,dS + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\int\limits_{S_1} D_N dS + \int\limits_S D_N dS}{\Delta t}.$$

Знак «плюс» в последнем члене появляется потому, что правовинтовая нормаль $\mathbf{n}$, по которой должен вычисляться поток, направлена на S противоположно нормали $\mathbf{N}$, внешней по отношению к объему, прочерченному поверхностью S за время Δt. Обозначим через x сумму интегралов по S_1 и по S

$$x = \int\limits_{S_1} D_N dS + \int\limits_S D_N dS.$$

Тогда поток наружу через замкнутую поверхность ($S + S_1 +$ + поясок между L и L_1) равен

$$x + \Delta t \oint\limits_L [d\mathbf{s}, \mathbf{u}]\,\mathbf{D},$$

так как элемент поверхности пояска есть $\mathbf{N}\,dS = [d\mathbf{s}, \mathbf{u}]\,\Delta t$. Ввиду того что

$$\oint\limits_L [d\mathbf{s}, \mathbf{u}]\,\mathbf{D} = -\oint\limits_L [\mathbf{D}, \mathbf{u}]\,d\mathbf{s} = -\int\limits_S \mathrm{rot}_n\,[\mathbf{D}, \mathbf{u}]\,dS,$$

полный поток через замкнутую поверхность ($S + S_1 +$ поясок) можно записать в виде

$$x - \Delta t \int\limits_S \mathrm{rot}_n\,[\mathbf{D}, \mathbf{u}]\,dS.$$

С другой стороны, этот полный поток по теореме Гаусса должен быть равен интегралу от $\mathrm{div}\mathbf{D}$ по объему, прочерченному поверхностью S. Элемент этого объема есть $dS \cdot u_n \Delta t$, так что полный поток будет

$$\Delta t \int\limits_S u_n \operatorname{div} \mathbf{D} dS.$$

Приравняв оба последних выражения, найдем x, а подставив x в выражение для $\frac{d}{dt}\int\limits_S D_n dS$, получим

$$\frac{d}{dt}\int\limits_S D_n dS = \int\limits_S \left\{\frac{\partial D_n}{\partial t} + u_n \operatorname{div} \mathbf{D} + \operatorname{rot}_n [\mathbf{D}, \mathbf{u}]\right\} dS.$$

Это выражение для скорости изменения потока, если подставить его в уравнения (4) и учесть, что поверхность S произвольна, тотчас же дает нам дифференциальную форму уравнений Герца

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c}\left\{\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \operatorname{rot} [\mathbf{D}, \mathbf{u}] + \mathbf{u} \operatorname{div} \mathbf{D} + \mathbf{J}\right\}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c}\left\{\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \operatorname{rot} [\mathbf{B}, \mathbf{u}]\right\}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Остальные уравнения

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \qquad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

равно как и энергетические соотношения, остаются неизменными. Таковы уравнения Герца для движущихся тел, записанные в нашей неподвижной системе отсчета. Тело в этих уравнениях характеризуется величинами ε, μ и $\mathbf{u}$, а явления в каждой точке — векторами $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$. Если всюду $\mathbf{u} = 0$, то получаются обычные максвелловские уравнения.

Теперь второй вопрос: как относятся эти уравнения к преобразованию Галилея? Рассуждая формально, это легко установить, выполнив преобразование Галилея от x_i, t к x_i', t'. Но при этом возникает вопрос о том, как преобразуются $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, т. е. меняются или не меняются напряженности полей при переходе к другой системе отсчета. Герц утверждает, что

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}, \qquad \mathbf{H}' = \mathbf{H},$$

т. е. электрическое и магнитное поля абсолютны. Тогда, если произвести пересчет, оказывается, что уравнения инвариантны, т. е. сохраняют свой вид. Например, второе из уравнений (5) в движущейся системе будет

$$\operatorname{rot}' \mathbf{E}' = -\frac{1}{c}\left\{\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'} + \operatorname{rot}' [\mathbf{B}, \mathbf{u} - \mathbf{w}]\right\},$$

где rot′ берется по x', y', z'; $\mathbf{w}$ — скорость этих осей по отношению к осям x, y, z, т. е.

$$\mathbf{u} - \mathbf{w} = \mathbf{u}'$$

— скорость тела относительно новых (штрихованных) осей. Точно так же сохраняют свой вид и остальные уравнения.

Этот результат можно было предвидеть заранее, уже из основных положений. Герц говорит, что поверхность движется вместе с телом. Значит, если вы движетесь вместе с телом, то относительно вас она неподвижна и, следовательно, во всякой системе, которая движется вместе с телами, справедливы обычные максвелловы уравнения.

С этой физической точки зрения можно усмотреть даже гораздо больше. Если система движется не поступательно, а вращается, но как одно целое (скажем, как Земля вместе с вами и со всеми вашими аппаратами), то относительно вас по-прежнему все неподвижно. А это означает, что в противоположность уравнениям механики уравнения Герца инвариантны относительно любого вращения и вообще любого ускоренного движения рассматриваемой системы как твердого тела. По Герцу, на электромагнитных *явлениях не сказывается не только движение Земли по орбите,* но и ее суточное вращение. Таким образом, уравнения Герца удовлетворяют гораздо более общему принципу относительности, чем уравнения Ньютона.

Но высшая инстанция для всякой теории — опыт. Как же теория Герца согласуется с опытом?

Опыт говорит, что электромагнитные явления не зависят от поступательного движения Земли, и в этом уравнения Герца находятся в согласии с опытом, так как они дают такую независимость, и притом в любом приближении. Однако уже здесь выявляется принципиальная трудность, присущая *всей* герцевской теории. Принцип относительности требует для одинакового протекания явлений в разных системах отсчета, чтобы *вся* конфигурация была в них воспроизведена одинаково. Но в герцевской теории скорость $\mathbf{u}$ относится не только к телам, но *и к пустоте.* В члене $\mathbf{u} \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho\mathbf{u}$, $\mathbf{u}$ не вызывает вопросов, так как это движение зарядов, а заряды несет только тело. Но, чтобы имел смысл член $\operatorname{rot}[\mathbf{D}, \mathbf{u}]$, надо знать $\mathbf{u}$ в пустоте, ибо поле есть и в пустоте. Таким образом, для того чтобы уравнения Герца имели смысл, приходится допустить, что эфир имеет скорость и что эта скорость есть $\mathbf{u}$, т. е. эфир *полностью увлекается телами.* Иначе не выходит принцип относительности или же не выходят уравнения Максвелла.

Допущение полного увлечения эфира сразу же вступает в противоречие с явлением аберрации и с опытом Физо, который показывает, что увлечение не полное, а частичное (по Френелю). Таким образом, уравнения Герца формально удовлетворяют принципу относительности, но это согласие только кажущееся. Оно требует таких утверждений о движении эфира, которые противоречат аберрации и коэффициенту увлечения.

Опыты Роуланда, Рентгена, Эйхенвальда, Вильсона мы рассмотрим в следующий раз и увидим, что они указывают на это же слабое место теории Герца — молчаливо допускаемое полное увлечение. Наконец, и то следствие теории Герца, что вращение Земли не должно влиять на электромагнитные явления, тоже опровергается опытом Майкельсона.

ЧЕТВЕРТАЯ ЛЕКЦИЯ

(1.I 1934 г.)

Исторический обзор (продолжение): инвариантность уравнений Герца при преобразовании Галилея, теория Герца и опыт, опыт Саньяка и опыт Майкельсона, явление индукции, опыт Физо, электромагнитные опыты, необходимость отказа от полного увлечения эфира

Мы рассмотрели принцип относительности положения и ориентировки, выражающий представление об однородности и изотропности пространства. Затем мы перешли к другому кругу вопросов, связанных с равномерным и прямолинейным движением друг относительно друга систем, ориентировка которых сохраняется при этом движении неизменной. Здесь мы имеем *принцип относительности механики*, который мы дали в двух формулировках. Первая, чисто математическая, говорит о том, что ньютоновы уравнения инвариантны по отношению к преобразованию Галилея: $x_i' = x_i - w_i t$, $t' = t$. Вторая, гораздо более общая, опирается на предположение, что преобразование Галилея характеризует движение одной системы относительно другой, отображает физический процесс. Тогда принцип относительности механики означает, что существует бесчисленное множество систем, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, в которых при одинаковых начальных условиях все механические явления протекают одинаково. Это уже физическое утверждение. Следствием его является классический закон сложения скоростей.

Мы утверждаем, таким образом, что во всех указанных систе-