ДЕСЯТАЯ ЛЕКЦИЯ

(28.III 1934 г.)

Унификация масштабов в двух системах. Вопрос о возможности процесса в вакууме, скорость которого отлична от скорости света и тоже не зависит от движения источника. Длина движущегося масштаба. Критика возражений против релятивистского эффекта сокращения длин. Ход движущихся часов. Часовой парадокс

Мы рассматривали две системы, K и K'. Мы установили в каждой из них понятия координат и времени в любой точке пространства, синхронизировали часы и установили таким образом то, что называется метрикой пространства, причем метрика в каждой системе устанавливается при помощи часов, которые неподвижны по отношению к этой системе. После того как это сделано, все высказывания, в которые входят координаты и время, получают определенный смысл. Наша задача состояла в том, чтобы найти соотношение между координатами и временем в одной системе и координатами и временем в другой. Это понимается так: некоторое событие происходит в одной системе в точке с координатами x, y, z в момент t; спрашивается, каковы координаты x', y', z', t' этого же события в другой системе K', движущейся по отношению к первой равномерно и прямолинейно со скоростью v, т. е. нужно найти, как выражаются x', y', z', t' в функции от x, y, z, t.

Для того чтобы найти формулы преобразования, оказывается достаточным воспользоваться двумя эйнштейновскими постулатами. Насколько мы их уже использовали, об этом мы еще поговорим.

Во всяком случае, мы брали два постулата — постулат относительности и постулат независимости распространения света от движения источника — и пришли к тому математическому требованию, что если мы имеем $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$, то непременно должно быть $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$.

Формулы преобразования должны быть таковы, чтобы одно было следствием другого, и это сильно суживает класс допустимых функций. Но мы пошли дальше и потребовали, чтобы эти функции были *линейными*. Кроме того, мы ввели специальные координатные системы, ничем не нарушая при этом общности, потому что мы всегда можем повернуть оси в каждой координатной системе. Мы еще вернемся к этому вопросу в другом аспекте. Итак, мы постарались выбрать координатные системы таким образом, чтобы значительно упростить искомые линейные соотношения, а именно так, чтобы эти соотношения, наверное, выражались в форме

$$x' = \alpha(v)(x - vt), \qquad y' = \lambda(v)\,y, \qquad z' = \lambda(v)\,z,$$
$$t' = \gamma(v)\,t - \delta(v)\,x.$$

Нам нужно было найти функции α, λ, γ и δ. Мы нашли их, причем только одна функция осталась неопределенной, и получили

$$x' = \frac{\lambda(v)(x - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad y' = \lambda(v)\,y, \qquad z' = \lambda(v)z,$$

$$t' = \frac{\lambda(v)\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{12}$$

Такого рода преобразование оказалось единственно возможным.

Когда мы показали, что это единственно возможное преобразование, еще оставались, как вы помните, неопределенными знаки, которые в обеих формулах независимо могли быть и положительными и отрицательными. В формуле для t' мы обязаны выбрать знак «плюс» (считая, что $\lambda > 0$), так как в противном случае направление течения времени («раньше» и «позже») в системе K' будет обернуто. Что касается формулы для x', то мы будем считать, что здесь тоже стоит «плюс». Вот что означает этот выбор. Естественно, что для $v \to 0$ должно получиться тождественное преобразование. Если бы при $v \to 0$ было $x' = -x$, то просто была бы система координат с иначе направленными осями, так что наш выбор никакого ограничения не представляет.

Еще одно замечание. Предположим, что K' движения в направлении отрицательных x. Ясно, что ввиду симметрии это ничего изменить не может, но тогда мы должны написать $\lambda(-v)$. Так как мы признаем, что в пространстве нет никакого выделенного направления, то должно быть

$$\lambda(-v) = \lambda(v).$$

Нет ничего удивительного в том, что у нас остался еще один неопределенный множитель. Наши формулы выражают соотношения между координатами в одной системе и в другой. Но ведь пока мы определили длину в каждой из этих систем, пользуясь масштабами, сделанными в каждой системе особо. И вот теперь, для того чтобы идти дальше, нам нужно перебросить мост между измерениями в одной системе и в другой. Попросту это значит следующее: представьте себе, что у вас есть какой-то масштаб, неподвижный в системе K'. Пусть это будет единичный масштаб.

Я хочу теперь измерить длину этого масштаба, находясь в системе K. По отношению к системе K это будет движущийся масштаб. Значит, задача состоит в том, чтобы измерить длину движущегося масштаба.

Чему же равна длина движущегося масштаба?

Так вопрос ставить нельзя. Вы не можете узнать длину движущегося масштаба, пока вы не определили, что понимается под такого рода длиной.

Под длиной движущегося масштаба рациональнее всего понимать следующее: пусть относительно вас движется произвольно ориентированный масштаб. Вы имеете в своей системе K целый ряд линеек, неподвижных в этой системе, и хотите измерить длину движущегося масштаба. Как это сделать? Когда масштаб проходит мимо ваших линеек, в какой-то момент вы делаете зарубку против его нижнего конца. Но ведь верхний конец тоже движется; значит, вы должны сделать вторую зарубку, и нужно знать, когда ее сделать. И вот самое рациональное определение будет такое: нужно сделать зарубки против концов движущегося масштаба *одновременно* по отношению к системе, в которой вы измеряете, скажем сделать зарубки в 12 часов, т. е. когда часы системы K показывают в обеих точках 12. Таким образом, измерение длины движущегося масштаба всецело будет зависеть от того, как синхронизированы часы в системе K.

Здесь возникает обычно много недоразумений. Нет понятия длины движущегося масштаба самой по себе. Этому понятию мы даем определение такое, что в один и тот же момент по часам измеряющей системы нужно от обоих концов движущегося масштаба сделать зарубки на неподвижном масштабе. Это не что иное, как обобщение того, что мы говорим обычно, когда масштаб неподвижен в нашей системе. В этом частном случае мы также говорим: чтобы измерить неподвижный масштаб, я должен сделать зарубки на линейке на обоих концах. Но здесь безразлично, сделаны ли они одновременно или разновременно, потому мы об этом и не говорим. Мы можем сделать зарубки одновременно, но можем сделать вторую и позже. В случае же движущегося масштаба от разновременности получатся другие результаты. Поэтому необходимо было дать новое определение. Оно не вытекает из обычного, но ему не противоречит и содержит его как частный случай.

Измерим теперь из неподвижной системы K единичный эталон, покоящийся в K' и расположенный перпендикулярно к направлению движения, скажем вдоль оси y. Что значит, что эталон K' равен единице? Это значит, что $y'_2 - y'_1 = 1$. Я должен на моем неподвижном масштабе сделать зарубки в один и тот же момент. Но как раз для перпендикулярного направления время

t в мои преобразования не входит, и поэтому в данном случае безразлично, сделаны ли зарубки одновременно или нет. Что же я буду измерять в моей системе K? Здесь я буду называть длиной масштаба расстояние $y_2 - y_1$. По формулам преобразования (12) можно написать, что

$$y_2 - y_1 = \frac{1}{\lambda(v)} (y_2' - y_1').$$

Значит, эталон, который я условился считать единицей в K', в системе K будет иметь длину $l = 1/\lambda(v)$.

Теперь проделаем такое же измерение, но из системы K' эталона, который в K выбран за единицу. Этот эталон, измеренный из K', согласно той же формуле преобразования $y' = \lambda y$, будет, очевидно, иметь длину $l' = \lambda(v)$. Значит, при произвольно взятых масштабах мы скажем, что эталон, который в K' считается единицей, будучи измерен из K, оказался равен $1/\lambda(v)$. Это и не удивительно, поскольку масштабы были разные, поскольку там единицей является один сантиметр, а здесь, скажем, два.

Но плохо не это. Плохо то, что если взять единицу K', то в K она будет, скажем, уменьшена, а единица системы K в системе K' будет увеличена. Значит, говоря на таком языке, мы не получаем принципа относительности, потому что эталон одной системы, измеренный по отношению к другой, укорочен, а эталон другой системы, измеренный по отношению к первой, удлинен. Однако принцип относительности и не говорит, что при *любом* языке все будет одинаково. Он говорит только, что всегда *можно* подобрать соответствующий язык. Следовательно, мы должны подобрать такой язык, чтобы эталон, измеренный из одной и из другой системы, был одинаков. Отсюда требование $\frac{1}{\lambda(v)} = \lambda(v)$, т. е. $\lambda^2(v) = 1$. Значит, последнее, чем мы могли распоряжаться — произвольный выбор эталона, мы сделали и сделали так, чтобы принцип относительности был соблюден. Тогда формулы преобразования становятся уже вполне однозначны и принимают вид

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{13}$$

Что можно сказать относительно этих формул? Мы брали независимые эталоны в K и K', а потом так их подогнали, чтобы принцип относительности был удовлетворен. Принцип относительности говорит, таким образом, что если вы возьмете в системе K два совершенно одинаковых эталона и один из них передадите в K', то в K' этот эталон совпадет с той единицей, которую мы описанным путем там установили. Значит, эталон во второй системе я мог получить тем, что эталон, который в K был равен другому такому же экземпляру, я просто передаю. Это не следует прямо из преобразования (12). При его выводе все было сделано независимо в каждой системе относительно этой системы; теперь же я могу говорить о передаче, о транспорте. То же самое и с часами. Часы, будучи переданы, также дадут то время, которое было нами определено [1].

Отмечу еще раз, что Эйнштейн приходит к преобразованию (13), совершенно не касаясь максвелловских уравнений, исходя только из своих двух общих постулатов, в которых, правда, скорость света играет очень существенную роль. Это, конечно, не случайно, и мы увидим, какой глубокий смысл это имеет с точки зрения Эйнштейна.

Я хотел бы обратить внимание еще на одно обстоятельство. Мы искали преобразование так, чтобы из $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$ следовало, что и $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$. Но мы вовсе не требовали, чтобы в том случае, когда $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = a$, при подстановке вместо x, y, z, t координат x', y', z', t' это выражение сохраняло то же самое значение. Мы полагали

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = \rho^2(x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2),$$

но оказалось, что

$$\rho^2 = \lambda^2 = 1.$$

Таким образом, если $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = a$, то при подстановке x', y', z', t' вместо x, y, z, t мы получим опять $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = a$, т. е. эта квадратичная форма инвариантна по отношению к лоренцовому преобразованию. Это больше, чем мы требовали.

Из формул преобразования мы видим далее, что, действительно, во всей теории Эйнштейна скорость света в вакууме (в отсутствие гравитации) есть предельная скорость. Скорость материальной системы не может быть равна или больше c. Если бы это было так, то под знаком корня получилась бы отрицательная величина и x' и t' были бы мнимыми, т. е. никакого физического содержания мы этим формулам не придали бы. Мы утверждаем, что такие скорости невозможны.

Интересен следующий вопрос. Может ли существовать какой-нибудь другой процесс в вакууме, который распространялся бы

[1] [Передача эталонов из одной системы в другую связана с ускорением, которое должен претерпеть эталон. В пределах специальной теории относительности мы ничего не можем сказать о влиянии этого ускорения. Предыдущее рассуждение, которое дало нам $\lambda=1$, показывает, что сверить эталоны можно и без передачи, так сказать «на ходу».]

независимо от движения источника, как и свет, но с другой скоростью. Если теория относительности правильна, то это невозможно, потому что если бы это имело место, то мы путем совершенно таких же рассуждений пришли бы к тому, что для выполнения принципа относительности и принципа постоянства скорости нашего агента формулы преобразования должны иметь тот же самый вид, но только вместо c в них должна входить скорость этого нового агента. Свет существует — мы это знаем. Значит, для того чтобы удовлетворить принципу относительности по отношению к свету, формулы должны быть такими, как они написаны, а для того чтобы удовлетворить ему для другого агента, они должны быть такими же, но с другим значением c. Значит, если бы существовал другой агент, то для него принцип относительности был бы нарушен. Для $v = 0$ формулы «преобразования» совпадали бы, но для других скоростей, если принцип относительности верен для c, для другого агента он был бы неверен. Таким образом, принцип относительности исключает возможность существования других агентов в вакууме, которые распространялись бы с другой скоростью, чем c, не зависящей от движения источника.

Далее, из формул (13) мы видим то, что мы уже вложили туда, а именно относительность одновременности. Пусть что-нибудь происходит в точках x_1 и x_2 в системе K и пусть эти два одновременно происходящих события соответствуют времени t. Каковы соответственные t', т. е. каковы показания часов для этих событий в K'? Это легко определить. Нужно подставить t и x_1 для того, чтобы узнать t_1' для первого события, и t и x_2, чтобы найти t_2' для второго. Мы видим, что t_1' и t_2' отличны друг от друга, т. е. мы убеждаемся в том, что если в системе K в двух различных точках одновременно произошли два события, то с точки зрения системы K' они произошли не одновременно. Одновременность есть понятие относительное. Если два события одновременны в одной системе, они, вообще говоря, не одновременны в другой.

Разумеется, с точки зрения принципа относительности можно принять за исходную систему не K, а K'. Поскольку мы уже знаем лоренцово преобразование, мы можем переписать его так, что вместо x будет стоять x' и обратно, но только скорость будет тогда равна $-v$, если раньше она была v. Таким образом, если мы исходим из системы K', то мы напишем лоренцово преобразование так:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{14}$$

С другой стороны, мы могли бы просто вычислить x из линейных уравнений (13), и это должно было бы дать то же самое. Нетрудно убедиться, что так оно и получается, т. е. формулы преобразования такого рода взаимности удовлетворяют.

Перейдем теперь к одному из важнейших следствий, которое вытекает из лоренцова преобразования и которое является, как утверждают, одним из самых больных вопросов, хотя, с моей точки зрения и с точки зрения всякого, кто этим занимался, оно не представляет никаких затруднений.

Речь идет об измерении длины движущегося масштаба, но в том случае, когда этот масштаб расположен параллельно направлению движения. По-прежнему имеются системы K и K'. В K' покоится масштаб, длина которого равна $l_{K'}^{K'} = x_2' - x_1'$ (нижний индекс при l будет показывать, в какой системе масштаб покоится, а верхний — в какой системе производится измерение). Спрашивается, какова будет длина масштаба, если измерить ее из системы K? Мы знаем теперь, что это значит. Нужно найти соответствующие координаты x_1 и x_2 концевых точек в одно и то же время, т. е. при условии, что часы системы K в обеих точках показывают одно и то же, а потом измерить расстояние между x_1 и x_2. Это по определению есть то, что мы называем длиной движущегося масштаба: $l_{K'}^{K} = x_2 - x_1$. Каковы же будут координаты этих двух точек в системе K в один и тот же момент? Мы должны написать формулы преобразования

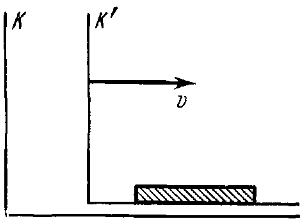

Рис. 46

$$x_{1,2}' = \frac{x_{1,2} - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Если произвести вычитание, то, так как по условию t в обоих случаях одно и то же (по определению длины движущегося масштаба мы измеряем для одного и того же показания часов t), получится

$$x_2 - x_1 = (x_2' - x_1')\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

или

$$l_{K'}^{K} = l_{K'}^{K'}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \qquad (15)$$

Итак, мы знаем теперь, чему равна длина масштаба, неподвижного в системе K' и измеренного в системе K. Она равна длине, измеренной в K', но умноженной на $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, т. е. она меньше длины, измеренной в K'.

Но мы можем поступить и наоборот. Пусть имеется масштаб, покоящийся в системе K. Его длина l_K^K. Мы хотим измерить его в системе K', по отношению к которой он движется. Если совершенно таким же способом мы произведем измерение, то получим

$$l_K^{K'} = l_K^K\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Итак, у нас есть два масштаба, которые первоначально (в системе K или K') были совершенно одинаковы. Мы передаем один масштаб в другую систему. Обозначим один из них, покоящийся в K, через A, а другой, покоящийся в K', через B. Тогда наблюдатель в K скажет: мой масштаб A покоится, а B движется. Значит, B согласно (15), короче, чем A. Наблюдатель в K' скажет: B покоится, а A движется, значит A короче, чем B. Получается такого рода ситуация, что относительно одного масштаба (A) говорят, что он короче, чем B, а с другой стороны, относительно этого же масштаба говорят, что он длиннее, чем B. Парадокс видели именно в том, что говорили: A одновременно и меньше B и больше B.

Есть ли здесь парадокс? Конечно, никакого парадокса нет, потому что эти высказывания — один раз, что A больше B, а другой раз меньше B — относятся к двум различным способам измерения: один раз измеряют при помощи средств (координат и часов), покоящихся в одной системе, другой раз — в другой, и поэтому совершенно не удивительно, что получают различные результаты.

Возьмем грубый пример. Двое встречаются на улице и проходят друг мимо друга. Один говорит: «Я прошел справа от вас, вы находились слева», а второй скажет: «Нет, это я прошел справа, а вы находились слева». Очевидно, это «противоречие» бессодержательно. Для меня *он* находился слева, а для него *я*. Точно так же и здесь. Нельзя усмотреть неприятностей в том, что, измеряя разными способами, мы получили различные результаты. Способ измерения связан с понятием одновременности, а так как одновременность различна, то и зарубки будут разные. Я не вижу здесь никакой трудности. Я должен сказать, что при той ясной формулировке, какая с самого начала была дана Эйнштейном, мне даже несколько трудно сформулировать, в чем видят парадокс. Если говорят о парадоксе, то это просто недоразумение. Можно не соглашаться с фактической стороной, но в логической постановке проблемы я не вижу никаких затруднений.

Заметим теперь следующее. Если я измерю мой масштаб, когда он находится в покое, а потом измерю его после того, как передам его в движущуюся систему, то он окажется короче; находясь в следующей, более быстро движущейся системе, он будет для меня еще короче; самая большая длина будет тогда, когда масштаб измеряется в системе, в которой он покоится. Эту длину называют *длиной покоя*.

И вот спрашивали так: но какова все-таки *действительная длина* масштаба? На это ответ может быть только один: это бесплодный вопрос. *Нет «действительной» длины* масштаба; в зависимости от условий измерения длина получится различной. Известен такой хороший пример. Если вы смотрите на масштаб, то угол, под которым вы его видите, с большего расстояния будет меньше. Имеет ли смысл спрашивать, какой *действительный угол* зрения соответствует этому масштабу? Это не имеет смысла: смотря по тому, на каком расстоянии вы находитесь, угол будет различный. Нет такого понятия, как «действительная» длина, т. е. длина безотносительно к системе отсчета. По определению, длина движущегося масштаба измеряется так-то, а длина неподвижного так-то, и нигде не сказано, что это всегда должно быть одно и то же. Спрашивать о «действительной» длине — значит не понимать того, как ставится задача.

Часто высказывается другого рода утверждение, на которое ответить нетрудно, но обычно в изложении теории относительности эта сторона недостаточно оттеняется. Говорят так: если я измеряю масштаб из K, то получаю одну длину, а если измеряю из K', то другую. Следовательно, это *субъективно*, т. е. длина масштаба — субъективное понятие и зависит от наблюдателя. Ничего не может быть неправильнее этого утверждения. Субъективности здесь нет никакой. Когда я говорю про то, что́ *видит наблюдатель* в K' и что́ *видит наблюдатель* в K, это просто удобный способ выражаться. Единственное, что важно, — это какой системой отсчета я пользуюсь. Если я говорю, что, пользуясь для масштаба, находящегося в покое в K, координатами и временем K', я получу укорочение, то сижу ли я сам в K или в K', это не играет роли. Можно было бы вообще устранить наблюдателей и пользоваться автоматическими приборами. Поэтому ни о какой субъективности не может быть и речи.

Наконец, самый неприятный вопрос, который также довольно часто ставится. У меня есть масштаб, имеющий определенную длину. Я его переношу в другую систему и получаю укорочение. Легко видеть, что это то же самое укорочение, которое постулировал Лоренц для объяснения опыта Майкельсона. Спрашивается, *действительное* ли это укорочение или *кажущееся*? На этот вопрос и в хорошей литературе получаешь, как это ни странно, различные ответы. Позвольте мне поэтому сказать несколько слов о том, насколько реальной вещью является лоренцово сокращение.

Рассуждают так: имеется движущийся стержень; мы измеряем его из неподвижной системы. Результат, который мы получаем (т. е. сокращение), зависит от того, как мы определили в нашей системе одновременность. Определили бы иначе, получили бы другой результат. Значит, это сокращение никакому реальному явлению не соответствует.

На это нужно возразить следующее: всегда и везде, при всех заведомо реальных явлениях может быть поставлен тот же вопрос. Пусть вы нагреваете стержень и он удлиняется. Тогда я говорю: если я измеряю длину нагретого стержня так, что приставляю к нему холодный масштаб, то получаю одну определенную длину, но если бы я дал другой способ измерения — приставьте масштаб и ждите, пока он тоже нагреется,— то я мог бы получить другое удлинение или даже укорочение, если масштаб сделан из материала с большим коэффициентом расширения.

Вы видите, что и здесь в зависимости от метода, которым вы измеряете, вы получаете различный результат. Для того чтобы сказать, чему равняется длина, нужно сказать, что такое длина, т. е. нужно указать метод измерения. В зависимости от метода будут и результаты различны. Но это не затрагивает вопроса о том, реально ли явление или нереально. Неправильность постановки вопроса заключается в том, что хотят высказать нечто о длине *одного* стержня, например удлиняется он или укорачивается, вне зависимости от других тел. Правильно сказать так: если у вас есть два покоящихся стержня, а потом один движется, то между длинами этих двух стержней получается определенное соотношение. То, что, измеряя указанным способом, одинаковым в K и K', вы получаете в обоих случаях укорочение,— это вполне реальный факт. Его трудно установить прямым опытом, потому что при самых больших скоростях, которые могут иметься в нашем распоряжении (скорость Земли), разница равна 1/200 000 000, но принципиально такой опыт возможен. Вопрос в том, даст ли он тот результат, который предсказывает теория относительности, или не даст. Вопрос этот касается взаимоотношения двух масштабов, движущихся друг относительно друга. Об этом взаимоотношении делается определенное высказывание, говорится, как проверить его на опыте, и утверждается, что опыт даст такой-то результат. Чего-либо более реального требовать нельзя: *опыт* может показать, так это или не так, и это наилучшее доказательство того, что вопрос реален. Если вы говорите, что у вас не 100 рублей, а 10 тысяч копеек, то это кажущееся увеличение вашего капитала, потому что оно не зависит ни от какого опыта, это вопрос чисто логический. Здесь же вопрос не логический, здесь делается утверждение относительно взаимоотношения двух определенных стержней. Либо оно существует в природе, либо не существует. Можно утверждать, что его не существует; но если оно существует, то оно реально.

Можно сказать в качестве пояснения (хотя я считаю предыдущее рассуждение вполне убедительным) еще и так: пусть вы находитесь в системе K и имеете одинаковые стержни. Один из них вы передаете в другую систему, измеряете его и получаете другую длину. Вы говорите: можно было бы сделать так [1], чтобы длина переданного стержня осталась прежней. Вы передаете еще один стержень в третью систему и получаете опять другую величину. *Но как бы вы ни измеряли*, вы не сделаете так, чтобы длины всех (по-разному движущихся) стержней были одинаковы. Другими словами, если вы остаетесь все время при одном и том же методе измерения, то принцип относительности утверждает, что, измеряя масштаб, движущийся с одной скоростью, а потом измеряя масштаб, движущийся с другой скоростью, вы получите два различных значения длины. Можно говорить только о правильности или неправильности этого утверждения.

Наконец, говорили и так: можно считать, что взаимное укорочение наступает *без причины*; не видно, *почему* второй масштаб станет короче, если первый начнет быстрее двигаться. На это можно ответить следующее. Дело вовсе не в том, как изменяется второй масштаб, потому что в таком виде вопрос не имеет смысла. Нужно спросить, *по отношению к чему* изменяется? Что же касается взаимоотношения двух масштабов, то причина их взаимного сокращения в том, что они находятся друг по отношению к другу в движении. Ведь вопрос заключается именно во *взаимоотношении* масштабов, так что и с этой стороны все в порядке.

Теперь мы должны перейти ко второму основному измерению — измерению хода часов. Пусть имеются неподвижные в K' часы, и интервалом времени я буду называть разность между показаниями часов в один момент и в другой. Пусть я вижу стрелку сначала на t_1', а затем на t_2'. Тогда я говорю, что часы отсчитали интервал времени $\tau_{K'}^{K'} = t_2' - t_1'$ (индексы K' означают то же, что выше).

Теперь я хочу определить ход часов, неподвижных в K', из системы K. Как это сделать? Каков ход часов, движущихся по отношению ко мне? Ведь я не могу сравнить их с моими неподвижными часами, потому что движущиеся часы от меня удаляются. Наиболее разумное определение, которое мы всегда и даем, следующее: пусть движущиеся часы имеют в системе K' координату x'. Пусть в момент, когда они показывают t_1', они

[1] [Т. е. так определить длину движущегося стержня.]

как раз совпадают с часами в системе K, которые показывают t_1. Пусть *другие* часы в K, с которыми совпадают движущиеся, тогда, когда они показывают момент t'_2, показывают t_2 (это будут непременно другие часы, потому что за это время движущиеся часы переместились). Так вот, по определению, интервалом времени в K будет $t_2 - t_1$, т. е.

$$\tau_{K'}^{K} = (t_2 - t_1)_{x'_2 = x'_1 = x'}.$$

При помощи формул преобразования (14) легко вычислить, что

$$\tau_{K'}^{K} = \frac{\tau_{K'}^{K'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (16)$$

Обратно, если имеются часы, неподвижные в K, и измеряется их ход из K', то получится

$$\tau_{K}^{K'} = \frac{\tau_{K}^{K}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

О чем это говорит? Неподвижные часы дают большее время, т. е. ход часов, неподвижных в некоторой системе, если измерять

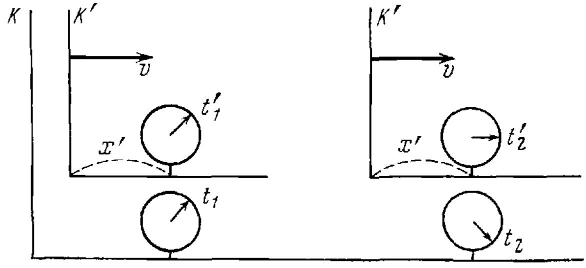

Рис. 47

из другой системы, оказывается более медленным. Но опять таки, если я буду проверять ход часов, покоящихся в этой второй системе, из первой, то я снова скажу, что движущиеся часы идут медленнее. Таким образом, с часами получается то же самое, что и с длиной. В зависимости от того, из какой системы они рассматриваются, ход их оказывается различным, причем часы идут медленнее, если они движутся относительно меня. Но это обратимо:

если A скажет, что часы B идут медленнее, то B скажет, что часы A идут медленнее. Здесь тот же «парадокс», но и здесь совершенно ясно, почему это происходит. Первый случай такой: я измеряю интервал времени по неподвижным часам. Второй случай: часы движутся, и я сравниваю их один раз с одними неподвижными часами, другой раз с другими. Это совершенно разные способы измерения, и то, что они дают различные результаты, совершенно естественно.

Таким образом, здесь можно повторить все, что было сказано раньше о длине стержня. Это вовсе не парадокс, а вопрос о том, каким «рецептом» я пользуюсь. Наконец, и вопрос о реальности решается совершенно так же: это замедление хода часов реально в той же степени, что и сокращение длин.

Однако мы можем здесь научиться еще кое-чему, что показывает, насколько это явление реально. Пусть в точке O двое часов находятся в покое. Затем одни часы начинают перемещаться, и, когда они пройдут расстояние x, мы их останавливаем (само собой разумеется, останавливаем не их ход, а их перемещение). Так как покоящиеся часы шли медленнее, то, когда двигавшиеся часы придут в конечную точку A, они будут показывать время t' иное, чем часы, оставшиеся в O, или, что то же самое, часы, покоившиеся в A. Если сделать простой расчет, то легко убедиться,

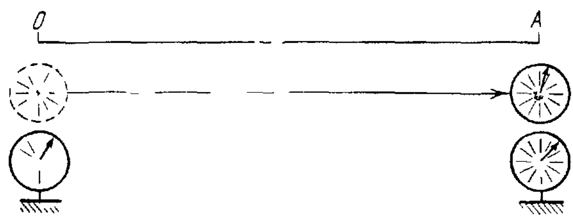

Рис. 48

что часы, передвинувшиеся в A, отстанут от часов, покоящихся в O (или A) на

$$t - t' = \frac{x}{v}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right).$$

Не зная теории относительности, можно было бы определить синхронизм тем, что приписать удаленной точке время, показываемое часами, перенесенными в эту точку. Теперь мы видим, что если теория относительности права, если ее определение синхронизма правильно, то в зависимости от того, скорее или мед леннее я переношу часы, они будут показывать различное время. Перенос часов дает не то же самое, что и световая синхронизация, и более того, дает различный результат в зависимости от скорости переноса, потому что разница в показаниях часов зависит от v и v^2. Значит, если теория относительности правильна, то пользоваться для синхронизации переносом часов нельзя. В одном только случае, а именно при $v \to 0$ и соответственно весьма длинном времени переноса, мы все-таки получим $t' \approx t$. Таким образом, мы можем получить путем переноса тот же результат, что и при определении одновременности по Эйнштейну в том случае, если будем осуществлять перенос бесконечно медленно, но только в этом случае. Строго говоря, если перевозят часы на пароходе и затем синхронизируют их при помощи радиосигналов, то это дает две различные установки часов. Хронометр, перевезенный на корабле, окажется не синхронным, если вы будете проверять его ход при помощи радиосигнала. Конечно, практически разница будет настолько ничтожна, что мы ее не обнаружим, но принципиально теория относительности утверждает, что при переносе не будет однозначного определения одновременности, потому что ход часов зависит от их скорости.

На этом, в сущности, можно было бы вопрос о времени закончить, если бы как раз с часами не возникла еще одна неприятность или еще один парадокс, который особенно много разбирался в литературе раньше, но к которому возвращаются еще и теперь.

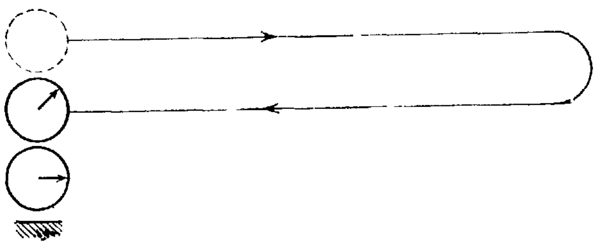

Рис. 49

Дело заключается в следующем. Представьте себе, что имеется двое часов, первоначально неподвижных в системе K. Затем одни часы начинают двигаться и удаляются на некоторое расстояние. При этом они несколько отстанут от покоящихся часов. Затем мы заставляем их двигаться обратно. Поскольку они опять движутся, они еще более отстают, и, следовательно, когда они вернутся в прежнюю точку, их показание будет меньше, чем у покоящихся часов. Итак, пусть часы U_1 находятся в какой-нибудь галилеевой системе, т. е. в любой системе, движущейся по отношению к звездам равномерно и прямолинейно. Другие часы U_2 я несу с известной скоростью в определенном направлении, а затем несу их обратно на то же самое место. Часы U_2 должны отстать от часов U_1. Ну, что же, мы уже привыкли к таким историям. Но эта история хуже, и вот почему: в конце процесса я сравниваю часы, находящиеся в *одной и той же* точке. Все, что я теперь высказываю, не зависит от каких-либо определений одновременности, потому что относится к одной и той же точке. Но тогда возникает парадокс, который заключается в следующем. Я говорил, что я имею часы U_1, неподвижные по отношению к моей системе, и что я двигаю туда и обратно часы U_2. Но я мог бы сделать все совершенно так же в системе координат, по отношению к которой неподвижны часы U_2, а двигаются туда и обратно часы U_1. Я пришел бы в ту же точку, но теперь должны были бы идти замедленно часы U_1, т. е. U_1 должны были бы отстать от U_2. Значит, смотря по рассуждению, мы должны говорить, что отстали либо часы U_1, либо часы U_2. Это два различных реальных высказывания. Но ведь положение стрелок на обоих часах, находящихся в одном и том же месте, — это факт, для всех систем отсчета одинаковый. Значит, если я из одного рассуждения вывел, что U_1 будут показывать 12 часов, а U_2 — 12 ч. 10 м., из второго же рассуждения — что если U_1 показывают 12 часов, то U_2 показывают 11 ч. 50 м., то это действительно никуда не годится. Если бы дело обстояло так, то это было бы противоречием. Но здесь нет противоречия, потому что мы допустили ошибку.

В первом случае я говорил, что часы U_1 неподвижны в галилеевой системе, и все мое рассуждение было законно. Если же я беру систему, в которой неподвижны часы U_2, то эта система не галилеева. Ведь для того, чтобы вернуться обратно, часы U_2 должны были где-то изменить свою скорость, т. е. должны были иметь ускорение, а, значит, связанная с ними система отсчета уже не галилеева и требовать по отношению к ней того же, что имеет место в галилеевых системах, нельзя. Первоначально рассуждение было проведено для галилеевой системы: если U_1 покоятся в галилеевой системе и движутся U_2, то U_2 отстают. Если же U_2 будут в галилеевой системе, то это будет уже *другой* опыт, так как тогда U_1 не будут в галилеевой системе (иначе U_1 не смогут вернуться) и тогда U_1 отстанут. Здесь противоречия нет. Противоречие получилось только потому, что я считал эти две системы с точки зрения принципа относительности тождественными, а они не тождественны, так как одна из них наверняка не галилеева.

Что происходит в действительности, как идут ускоренно движущиеся часы и почему их ход изменяется, на это специальная теория относительности ответить не может, ибо она вообще не занимается вопросом об ускоренно движущихся системах отсчета. До общей теории относительности было совершенно определенно выяснено, что противоречия здесь нет, но как подойти к решению вопроса, как, грубо говоря, объяснить явление, этого сказать нельзя было. Общая теория относительности без труда все объясняет. В ней естественным образом получается, что будут отставать те часы, которые находятся в негалилеевой системе. В круг ведения общей теории относительности входят как галилеевы, так и негалилеевы системы, и она может решить вопрос по существу. Но парадокса здесь, во всяком случае, нет. Если и сейчас в некоторых книгах ссылаются на то, что это рассуждение гибельно для специальной теории относительности, что оно ставит ее в тупик, то это просто неверно. Здесь от специальной теории относительности требуют того, чего она никогда не обещала и относительно чего она заранее говорит, что она этого не дает. Можно утверждать, что специальная теория относительности неверна, что природа построена иначе, но логического тупика здесь нет. Это, мне кажется, ясно, и излагать так, будто здесь есть тупик, значит неправильно указывать, в чем дело.

Очень интересными рассуждениями по этому поводу занимались многие. Особенно интересно этот вопрос разработал в очень красиво написанной статье Ланжевен [1]. На самое явление обратил внимание Эйнштейн.

Конечно, дело не сводится к тому, что запаздывают часы. *Всякий* процесс, в том числе и всякий периодический процесс, при перемещении будет запаздывать, т. е. все процессы будут протекать медленнее. Поскольку в атоме происходят периодические движения, эти периодические движения для атома, удалившегося и пришедшего обратно, запоздают по отношению к движениям в том атоме, который оставался неподвижным в галилеевой системе. И вот Ланжевен говорит: возьмите человека или какое-нибудь другое живое существо. Все процессы в нем также будут замедленны. Значит, если заставить его быстро двигаться, а затем вернуть обратно, то все процессы запоздают, этот человек будет медленно жить. Если сделать v почти равной скорости света, то разница может быть огромной: скажем, человек, который остается на месте, прожил 20 лет, а человек, который отправился и вернулся, прожил только 2 года. Первый может состариться, а тот, который двигался туда и обратно, будет выглядеть молодым человеком.

Я не думаю, чтобы физики отказались от этого вывода. Физики вообще (многие физики) неохотно вступают на путь биологии или

[1] [*P. Langevin.* Scientia, 10, 31, 1911.]

психологии. Но нет, в сущности, никакого основания думать, что здесь будет иначе. Несомненно, что организм подчинен основным физическим законам. Человек падает на землю так же, как и свинец, живой он или не живой. Временные процессы протекают так же, как и ход часов. Этим вовсе не исчерпывается все; наоборот, я думаю, что банально говорить, будто физические законы все объясняют в жизни организма, но утверждение о быстроте протекания процессов остается справедливым и для живого организма.

Конечно, для заметных эффектов нужны колоссальные скорости. Тем не менее здесь мы снова стоим перед принципиально проверяемым фактом. Теория относительности утверждает, что это будет так. Можно сказать: «Попробуйте, проверьте это», но я думаю, что большинство релятивистов согласилось бы с таким выводом из теории, а не заявило бы: «Я знать не знаю и ведать не ведаю, что происходит в организме».

Для развлечения Ланжевен взял очень большие скорости. Для того чтобы получилось замедление в 100 раз, нужно, чтобы v отличалось от скорости света на 1/20 000. Тогда происходят невероятные вещи: здесь человек проживет 100 лет, а человек, который путешествовал туда и обратно, проживет всего лишь год. Ланжевен вычисляет, однако, какая нужна энергия для того, чтобы развить такую скорость. Оказывается, что раскачивать путешественника придется примерно в течение года и нужно для этого 400 миллиардов лошадиных сил.

Итак, мы приходим к заключению, что в рассмотренных вопросах эйнштейновской кинематики никаких логических противоречий нет. Есть вполне определенные утверждения относительно поведения реальных предметов. Нам остается рассмотреть еще один вопрос, на котором мы и закончим эйнштейновскую кинематику,— вопрос о сложении скоростей.