ОДИННАДЦАТАЯ ЛЕКЦИЯ

(4.IV 1934 г.)

Краткое резюме. Существуют ли абсолютные величины? Интервал. Что означает сложение скоростей. Теорема Эйнштейна о сложении скоростей. Следствия из этой теоремы. Скорости, превышающие c. Коэффициент увлечения. Сопоставление классической и релятивистской точек зрения.

В прошлый раз мы подробно остановились на некоторых следствиях, вытекающих из преобразования, связывающего координаты одной галилеевой системы с координатами другой, так называемого лоренцова преобразования. Мы поставили ряд вопросов, выяснение которых необходимо для дальнейшего, для того чтобы разобраться в других вопросах, которые, в сущности, нас больше всего и интересуют,— вопросах механики, электродинамики и т. д.

Нам встретился такой вопрос: найти длину движущегося масштаба. В одной из систем масштаб неподвижен. Как измерить его в движущейся системе? Для этого нужно дать определение длины движущегося масштаба. Мы дали такое определение и нашли, что длина масштаба, покоящегося в K' и измеренного в K' ($l_{K'}^{K'}$), связана с его длиной, измеренной в системе K ($l_{K'}^{K}$), соотношением

$$l_{K'}^{K} = l_{K'}^{K'}\sqrt{1-\beta^2}, \qquad \left(\beta = \frac{v}{c}\right).$$

Обратно, если мы хотим измерить из K' масштаб, покоящийся в системе K, то мы опять получим укорочение, т. е.

$$l_K^{K'} = l_K^K\sqrt{1-\beta^2}.$$

На первый взгляд получается, что одна и та же величина может быть и длиннее и короче другой, что, конечно, абсурдно. Но дело в том, что здесь два различных процесса измерения, и поэтому не удивительно, что результаты различны.

То же самое мы получили и при сравнении хода часов: движущиеся часы идут медленнее, чем покоящиеся, какую бы систему координат мы ни рассматривали. В случае часов особенно ясно, что никакой парадоксальности нет. Пусть имеются системы K и K' и мы хотим измерить ход часов, покоящихся в K', из системы K. Что это значит? Пусть часы A и B показывают 12 (рис. 50). Часы B движутся, через некоторое время приходят в точку B_1 и показывают в этот момент 1 час. Что будут показывать в этот же момент часы в точке A_1? Так как часы B идут медленнее, то на A_1 будет, скажем, 1 ч. 5 м.

Обратно, что означает измерение хода часов, покоящихся в K, с точки зрения K'? Я должен взять часы A и сравнить их показания один раз с часами B, другой раз с часами B_2, против которых окажутся часы A, передвинувшись в положение A_2. Теперь на часах A (в точке A_2) будет 1 час, а на B_2 — 1 ч. 5 м. Вы видите, что здесь два различных процесса измерения, а потому и не удивительно, что получаются такие результаты. Таким образом, отсчет времени и отсчеты координат относительны, т. е. если происходит какое-нибудь событие, то мы не можем сказать, что оно имеет какие-то определенные координаты «вообще». Координаты x, y, z, t зависят от того, в какой системе мы наблюдаем это событие.

Относительно координат прежняя физика признавала то же самое. Конечно, если рассматривать явление в двух различных системах, то в одной из них координаты будут иметь одни значения, в другой — другие. Но считалось незыблемым, что показания часов во всех системах будут всегда одни и те же. Теория относительности разрушает это представление и говорит о времени то же, что и о пространстве.

Здесь есть, однако, один момент, который, может быть, недостаточно подчеркивается: что же при этом неотносительно, что же остается абсолютным? В общий разбор вопроса о том, что называть абсолютным и что относительным, мы вдаваться не будем,

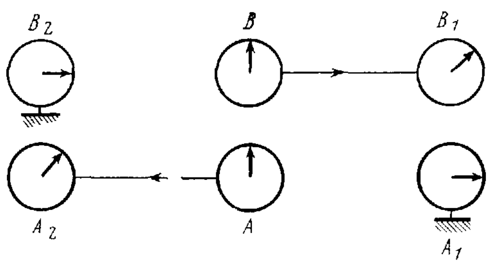

Рис. 50

а рассмотрим лишь то, что для нас нужно. Мы скажем так: если какая-нибудь величина, относящаяся к данному событию, будет иметь в разных галилеевых системах различное значение, то мы назовем эту величину относительной, если же она имеет во всех галилеевых системах одно и то же значение, если она инвариантна, то мы будем говорить, что для рассматриваемого класса систем это абсолютная величина.

Возьмем чистую геометрию — без всякого движения. Если имеется какая-то точка, то ее координаты x, y, z относительны, их значения различны, если смотреть на эту точку из разных координатных систем. Мы скажем, что понятие координат в геометрии относительно и всецело зависит от системы отсчета, которой мы пользуемся. Если имеются две точки, то координаты каждой из них относительны, но расстояние между двумя точками $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$ (где $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta z = z_2 - z_1$) не зависит от того, из какой (прямоугольной) системы его рассматривать. Эта величина для всех прямоугольных систем инвариантна, и мы скажем, что для этих систем она абсолютна. Наше рассуждение относится пока к числам, к буквам. Но мы связываем с этими числами определенную реальность. Мы говорим: координаты можно измерить и получить числа как результаты действительных измерений. Это будут относительные величины. Но мы знаем, что, например, длина стержня остается инвариантной, не положение стержня, а именно его длина, т. е. расстояние между его концами.

Спрашивается, при переходе к классу инерциальных систем, т. е. при рассмотрении не только поворотов координатных осей, но и движущихся галилеевых систем, что оставалось абсолютным в прежней физике? Абсолютным оставался корень из суммы трех квадратов, который мы называем расстоянием. Кроме того, абсолютным оставалось значение времени или разность времен для двух событий. Мы имели, таким образом, две абсолютные величины.

Теория относительности это отрицает: $t_2 - t_1$ не есть абсолютная величина; при переходе от системы к системе она меняется, абсолютным же остается выражение $(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2 (\Delta t)^2$. Эта величина для всех галилеевых систем неизменна, инвариантна, т. е., по нашему определению, она абсолютна. Корень квадратный из этого выражения обычно принято называть *интервалом*.

Возникает вопрос: какой физический процесс или предмет связан с этой величиной? Мы видели, что расстояние представлялось при помощи стержня. Что же является представителем интервала, абсолютно инвариантного для всех галилеевых систем? Об этом мы поговорим позже. Пока же я замечу только следующее: совершенно напрасно думают, будто принцип относительности разрушил понятие абсолютного (в указанном смысле). Он только передвинул это понятие. Правда, в прежней физике интервал также был абсолютен, но важно то, что абсолютны были и расстояние само по себе и t само по себе. Принцип относительности это изменил, но не отказался от абсолютного. Это очень существенный момент, потому что в физике нас, конечно, прежде всего интересуют соотношения именно между такими абсолютными величинами. Вся евклидова геометрия, в сущности, строится на том, что расстояние есть абсолютная величина. Все учение о треугольнике исходит из этого же основного факта. Мы еще будем об этом говорить, и то обстоятельство, что в теории относительности также есть абсолютная величина (интервал), мы еще используем.

Таковы результаты, относящиеся к кинематике Эйнштейна, к которым мы пришли и которые существенным образом отличаются от прежней кинематики. Но, я думаю, вы сами теперь уверены в том, что ничего сверхъестественного здесь нет. В основу релятивистской кинематики кладутся утверждения относительно поведения твердых тел (и вообще тел) по отношению к свету.

Напрасно думали, что классика этого не делала. Она также полагала в основу определенные утверждения, но только другие. Опыты, которые мы имеем, говорят о том, что все подтверждает поведение тел, постулируемое теорией относительности. Конечно, есть еще ряд экспериментально нерешенных вопросов; разница в ряде случаев столь мала, что невозможно произвести опыты, которые дали бы дальнейшее подтверждение, но то, что мы уже знаем, свидетельствует, что утверждения теории относительности не только не ведут к противоречиям, но, наоборот, находятся в согласии с известными опытами в противовес утверждениям классики, которые не давали такого согласия. Например, опыт Майкельсона противоречит утверждениям прежней кинематики. Насколько мы знаем, опыты пока говорят за то, что постулаты теории относительности, касающиеся реальных физических тел, оправдываются, между тем как о прежних положениях этого сказать нельзя.

Теперь мы перейдем к последнему вопросу, которым кинематика Эйнштейна будет исчерпана. Я имею в виду вопрос о скоростях. Вы знаете, как складываются скорости в прежней, классической теории. Если тело имеет сразу две скорости, то говорят, что это то же самое, как будто тело обладает одной скоростью, равной $w = u + v$, причем эту сумму нужно понимать векторно.

Это чрезвычайно неясная формулировка. Что вообще значит выражение «тело имеет две скорости»? По существу это выражение не имеет смысла: если тело как-то движется, то оно имеет одну скорость, определенную и по направлению и по величине. Здесь, как во всех такого рода вещах, нужно сначала уточнить, что мы будем понимать под утверждением, что тело имеет две скорости.

Если посмотреть, как пользуются сложением скоростей в физике, то, по существу, здесь имеют в виду два различных понятия сложения, каждое из которых подчиняется своему определению. Первое — это построение, вытекающее из определения понятия скорости, которое говорит: если тело движется и имеет некоторую скорость u, то за известный промежуток времени оно проходит расстояние $u\Delta t$ (мы будем говорить только о скоростях, постоянных по направлению и величине, так как к общему случаю можно перейти путем предельного перехода). Представим себе, что после этого тело вдруг изменило направление движения и в течение такого же промежутка времени Δt прошло расстояние $v\Delta t$. Мы можем спросить: какую скорость (по величине и направлению) должно иметь тело, чтобы за такой же промежуток времени Δt сразу (прямолинейно) прийти из начальной точки в конечную? Тогда из построения (рис. 51) ясно, что $\mathbf{w} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$. Мы говорим, что эта скорость $\mathbf{w}$, при которой тело за такой же промежуток времени приходит в ту же конечную точку, по определению, есть сумма скоростей $\mathbf{u}$ и $\mathbf{v}$, что наличие скорости $\mathbf{w}$ и означает, что тело имеет одновременно две скорости: $\mathbf{u}$ и $\mathbf{v}$. Это определение. Им пользуются, когда разлагают скорость на слагающие. Это оправдано и целесообразно, потому что мы считали и считаем, что законы механики придают этому физический смысл.

Возьмем самый простой пример. Представьте себе, что в точке A находится какое-то тело (рис. 52). Вы даете ему толчок, оно приобретает известную скорость и через некоторое время приходит в точку B, где вы его останавливаете. Вы снова даете толчок, и оно, двигаясь с определенной скоростью, приходит в точку C. Тогда, основываясь на опыте, вы утверждаете, что если вы сразу дадите оба толчка, выстрелите сразу с двух сторон, то тело пойдет именно по AC, скорость его будет слагаться из обеих скоростей. Таким образом, в том, что параллелограмм скоростей справедлив,

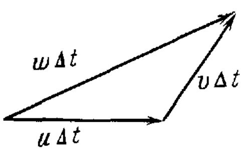

Рис. 51

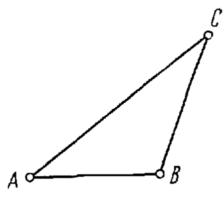

Рис. 52

принцип относительности ни при чем. Все сказанное относится к какой-то одной определенной системе отсчета, в которой измеряются и $\mathbf{u}$, и $\mathbf{v}$, и $\mathbf{w}$, и сумма двух скоростей в *этом* смысле находится по правилу параллелограмма в новой кинематике так же, как и в прежней.

Но часто, когда говорят о сложении скоростей, имеют в виду другое, и это понятно, потому что целый ряд задач требует другого подхода. Вот что я имею в виду и что нас специально интересует там, где речь идет о движущихся средах. Самый простой случай, который излагается во всех учебниках, следующий. Поезд имеет по отношению к земле определенную скорость. В вагоне поезда двигается тело, так что по отношению к поезду оно имеет определенную по величине и направлению скорость. Часами и масштабами, покоящимися относительно поезда, вы измеряете скорость тела по отношению к поезду. Пусть величина этой скорости u. Но движение тела в поезде может наблюдать и человек, находящийся на земле. По отношению к земле это тело также имеет определенную скорость. Пусть человек, находящийся на земле, измерил *своими* масштабами и *своими* часами скорость поезда по отношению к нему. Пусть эта скорость равна v. Спрашивается, если известны u и v (в механике v называется обычно переносной скоростью, а u — относительной скоростью), то чему равняется абсолютная скорость тела w? В прежней классической физике ответ был таков: она равна сумме этих двух скоростей, т. е. $w = u + v$.

Вы видите, что здесь совершенно другая постановка вопроса. Первая скорость v — это скорость, измеренная в одной системе, K; скорость u — это скорость, измеренная в другой системе, K'. Спрашивается, какова будет скорость w, измеренная опять-таки в первой системе? Ясно, что здесь ответ на вопрос о сумме скоростей всецело будет зависеть от связи, которая имеется между метриками обеих систем — K и K', в частности от понятия одновременности. Поэтому нигде не сказано, что здесь тоже будет правило параллелограмма. Нам нужно теперь рассмотреть эту задачу снова, с точки зрения кинематики Эйнштейна, и вовсе не известно заранее, получим ли мы то же самое.

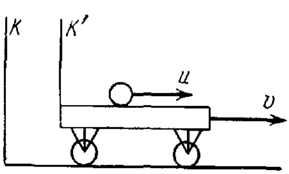

Рис. 53

Постановка вопроса совершенно ясна: в нашей системе K' движется тело, т. е. x', y', z' являются функциями от t'. Скорость его мы назовем u', причем $u'_x = \frac{dx'}{dt'}$, и аналогично для u'_y и u'_z. Что мы назовем скоростью по отношению к системе K? Здесь, по определению, мы имеем $u_x = \frac{dx}{dt}$, $u_y = \frac{dy}{dt}$, $u_z = \frac{dz}{dt}$. Мы знаем, что x, y, z, t находятся в определенной зависимости от x', y', z', t'. Значит, если x', y', z' — функции от t', а x, y, z — функции от x', y', z', t', то и $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ будут функциями от t'.

Нам нужно теперь определить $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, которые и представляют собой скорость в системе K.

Формулы преобразования у нас таковы:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Для того чтобы найти, как связаны одни производные с другими, нужно продифференцировать

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{dt}{dt'}, \qquad \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt}\frac{dt}{dt'}, \qquad \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt}\frac{dt}{dt'}.$$

Остается найти еще $\frac{dt}{dt'}$. Выразив t через t', находим

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{1 + \frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Из этих четырех уравнений мы без труда можем получить решение интересующего нас вопроса. Здесь простая арифметика и, выполнив этот несложный расчет, мы получим

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \qquad u_y = \frac{u'_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \qquad u_z = \frac{u'_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}. \quad (17)$$

Итак, если в вагоне тело имеет скорость u'_x, u'_y, u'_z и если вагон движется по отношению к земле со скоростью v, то полученные формулы показывают, с какой скоростью тело движется по отношению к земле.

Можно задать обратный вопрос — разрешить эти уравнения относительно штрихованных величин. Если принцип относительности справедлив, то ответ должен быть равносилен таким же формулам, только с заменой v на $-v$. Нетрудно убедиться прямым расчетом, что это так и есть.

Полученные формулы выражают знаменитую теорему Эйнштейна о сложении скоростей. Вы видите, что они отличны от того, что дает классика. Действительно, что давала классика? Классика говорила, что u есть векторная сумма переносной и относительной скоростей. Переносная скорость имеет в наших осях всего одну компоненту. Значит, по классической кинематике $u_x = u'_x + v$, $u_y = u'_y$, $u_z = u'_z$. Здесь же вы видите совершенно другие соотношения.

Мы разложили скорость $\mathbf{u}$ на компоненты. Можно спросить, чему равна абсолютная величина скорости. *Этот* вопрос решается по-прежнему — по правилу параллелограмма: возьмите компоненты, возведите в квадрат и сложите. Для дальнейшей дискуссии удобно при этом ввести угол между $\mathbf{u}'$ и осью x в системе K'. Назовем его α'. Так как мы принимаем старую евклидову геометрию, то $\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\sqrt{u_y'^2 + u_z'^2}}{u_x'}$. Отсюда можно определить $\cos \alpha'$, и в результате для u^2 получим

$$u^2 = \frac{u'^2 + v^2 + 2u'v \cos \alpha' - \left(\frac{u'v}{c^2} \sin \alpha'\right)^2}{\left(1 + \frac{u'v}{c^2} \cos \alpha'\right)^2}. \tag{18}$$

Это эйнштейновская теорема для абсолютной величины скорости, являющаяся, конечно, просто следствием выражений (17). Я подчеркиваю, что в теореме Эйнштейна о сложении скоростей уже не содержится никаких новых предпосылок. Она непосредственно следует из лоренцова преобразования, поскольку мы ясно сказали, какую задачу мы решаем, т. е. что мы понимаем под сложением скоростей. Перейдем теперь к *следствиям теоремы Эйнштейна*.

Предположим прежде всего, что как v, так и u очень малы. Что значит очень малы? Это значит, что квадраты этих величин и их произведения малы по сравнению с c^2 и ими можно пренебречь. Тогда эйнштейновские формулы обращаются в обычные формулы параллелограмма скоростей. Значит, если речь идет о малых скоростях, то с достаточным приближением все происходит по-прежнему. Движетесь ли вы в поезде, или даже стреляете из пушки в поезде, вы можете складывать скорости совершенно так же, как и раньше. Если вы учтете, что скорость света равна 300 тыс. *км* в секунду, то, конечно, никакой подобный опыт не сможет вам показать, имеется отличие от классики или нет. Но есть такие случаи, например при движении электронов, когда скорость близко подходит к скорости света, и там между старой и эйнштейновской кинематикой получается резкая разница. Для того чтобы все было более наглядно, представим себе, что оси расположены по-прежнему и мы рассматриваем движение только вдоль оси x. Это не вносит никаких принципиальных изменений, только формулы более просты. Мы получаем тогда

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}. \tag{19}$$

Пусть теперь u' равна $^3/_4$ скорости света и v также составляет $^3/_4$ скорости света. Что мы сказали бы раньше? Мы сказали бы, что если вагон идет со скоростью $^3/_4$ световой и в вагоне движется тело тоже со скоростью $^3/_4$ световой, то по отношению к неподвижной земле тело имеет скорость, равную 1,5 скорости света. Что говорит Эйнштейн? Формула его такова, что если к скорости, меньшей скорости света, вы прибавляете скорость, тоже меньшую скорости света, то результирующая всегда будет тоже меньше скорости света. Можно сделать «слагаемые» равными 0,99 скорости света и все-таки «сумма» будет меньше c.

Итак, мы приходим к следующему следствию из этой теоремы: сложение двух скоростей, из которых каждая меньше скорости света, всегда дает скорость, меньшую скорости света.

А что получится, если одна из скоростей будет равна скорости света, т. е. если, скажем, в вагоне, имеющем скорость, меньшую скорости света, распространяется луч света, который имеет скорость c? Для того чтобы узнать какую скорость этот свет имеет по отношению к неподвижной земле, нужно сложить v и c. И вот, полагая $u' = c$, мы получаем из (19), что результат всегда равняется c, т. е. если к скорости, равной скорости света, прибавить скорость, меньшую c, то всегда получится скорость, равная c. Если бы это было не так, то это противоречило бы всему, что мы говорили раньше, так как мы исходили из того, что, какую бы систему отсчета мы ни взяли, скорость света в ней всегда одна и та же. Это был наш постулат. Но мы всегда можем рассматривать скорость света в неподвижной системе (земля) как сумму скоростей света в движущейся (в вагоне) плюс скорость этой последней (самого вагона). И правильно приложенная теорема сложения скоростей дает правильный ответ.

Эта теорема может быть применена и тогда, когда $u' > c$. Скорость v не может быть больше скорости света, так как v — это скорость движения нашей материальной системы K' по отношению к K. Мы знаем, что при $v > c$ формулы преобразования теряют смысл. Скорость тела, как такового, не может превысить скорость света. Но процесс может идти с любой скоростью. Если у меня в какой-то точке x_1 что-то случается в момент t_1, а в точке x_2 — в момент t_2, то я просто называю скоростью величину $\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$. Мы видели, что существуют скорости, например фазовая скорость, которые могут превышать скорость света, и мы выяснили, что это не противоречит принципу относительности. Нельзя было только допустить, чтобы это была скорость сигнала, при помощи которого можно воздействовать, который мог бы быть причиной, вызывающей следствие; но понятие скорости может быть определено и для таких явлений, у которых скорость оказывается превышающей скорость света. Все рассуждение, давшее нам формулу (19), ничуть не нарушится, если u' будет относиться именно к такому явлению. Что тогда получится?

Если в одной системе $u' > c$, то легко видеть, что и в другой системе всегда будет $u > c$. Таким образом, если к скорости, меньшей c, прибавить скорость, бо́льшую c, то в любой системе получится скорость, бо́льшая c. Я подчеркиваю, что это отнюдь не пустые разговоры, если говорят о скорости u в таких случаях, когда она оказывается больше c. Я хотел бы обратить ваше внимание на подобные случаи там, где с ними всегда приходится иметь дело,— в квантовой механике.

Позвольте мне поэтому остановиться на этом вопросе. Дело заключается в следующем (я не буду останавливаться на вопросах квантовой механики; многие из вас знают то, что мне нужно). Возьмем частицу — свободно движущийся электрон. Вы знаете, что поведение электрона описывается так называемой волновой функцией. Волновая функция для этого простого случая выражается так:

$$\psi = e^{i(kx'+\omega t')},$$

т. е. волновая функция есть не что иное, как плоская волна. Как всякая волна, она имеет фазовую скорость, и эта скорость есть $u' = \frac{\omega}{k}$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Наряду с этим имеется определенная скорость у самой частицы. Назовем ее w'. И вот волновая механика дает определенную зависимость между u' и w'. Она указывает, что $\omega = \frac{2\pi\, mc^2}{h}$ (частота есть полная энергия, деленная на постоянную Планка), а $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, где $\lambda = \frac{h}{mw'}$ (w' — скорость движения частицы). Если разделить ω на k, то получается

$$u' = \frac{c^2}{w'}. \tag{20}$$

Значит, уже в таком простом процессе, как движение частицы без силового поля, с точки зрения квантовой механики есть две скорости, связанные друг с другом. Одна скорость — это фазовая скорость ψ-волны, а другая — скорость движения материальной частицы. Они связаны зависимостью (20), так что фазовая скорость *всегда больше скорости света*.

Если мы перейдем теперь от системы K' к системе K, то обе скорости изменятся: u' будет другой и w' тоже будет другой. А как будет с (20)? Спрашивается: сохраняется ли это соотношение между двумя скоростями при переходе к другой системе отсчета? Переходя к другой системе при помощи эйнштейновских преобразований, легко убедиться, что если $u'w' = c^2$, то и $uw = c^2$, т. е. эта зависимость, очень типичная для квантовой механики, инвариантна при лоренцовом преобразовании. При преобразовании Галилея она не была бы инвариантной. Кроме того, теперь обратили внимание и на то, что это единственное соотношение и другого инвариантного соотношения быть не может. Ясно, почему это так. Если бы было другое инвариантное соотношение, независимое от (20), то это значило бы, что две величины, u и w, были бы однозначно определены и они не могли бы изменяться, а между тем мы знаем, что они меняются.

Таким образом, можно сказать определенно, что рассуждения о скоростях, бóльших скорости света, это не просто интересный казус, а с этим действительно приходится иметь дело.

Позвольте дать еще один простой пример, который достаточно ясно показывает, я бы сказал, мощь этих взглядов, мощь эйнштейновской кинематики. Речь идет о френелевском коэффициенте увлечения, о котором мы много говорили раньше. Вы знаете, что коэффициент увлечения Френеля выражает тот факт, что, скажем, вода, которая имеет скорость, увлекает за собой свет не сполна. Если я все измеряю в одной системе K и получаю некоторую скорость света u_1 в покоящейся воде, а затем начинаю воду двигать со скоростью v, то измеренная в K скорость света в воде будет не $u_1 + v$, а $u_1 + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, где n — показатель преломления.

Таким образом, скорости складываются не просто, а так, будто только часть воды движется со скоростью v. Это и есть то, что мы называем частичным увлечением по Френелю. Вы помните еще из исторического введения, какую важную роль играет при построении теории этот факт, и помните, что лоренцовская теория давала ему объяснение. У Лоренца выходило, что скорость света по отношению к воде равна $u_1 - \frac{v}{n^2}$, т. е. если вода движется, то в ней самой благодаря тому, что она движется по отношению к эфиру со скоростью v, скорость света изменилась. Когда же вы с помощью галилеева преобразования переходите к системе, неподвижной относительно эфира, то и получается известное нам выражение френелевского коэффициента.

Если посмотреть на всю проблему с точки зрения Эйнштейна, то ее можно решить очень просто (я нарочно беру среду, в которой нет дисперсии, т. е. нет зависимости скорости света от частоты; такой реальной среды, строго говоря, не существует, но с большим приближением это можно принять, это не меняет дела в принципе). По Эйнштейну, выходит так: возьмем какой-то световой импульс, распространяющийся в воде со скоростью c/n. Пусть это имеет место тогда, когда вода находится в покое в системе K. Пусть теперь вода движется со скоростью v и, значит, покоится в системе K'. Принцип относительности говорит, что в этой системе скорость импульса должна быть такой же, какой она была в системе K, потому что здесь ставится тот же опыт. Следовательно, $u' = \frac{c}{n}$. Это уже отлично от результата, который давал Лоренц, так как у Лоренца было $u' - \frac{v}{n^2}$. Правда, обнаружить это экспериментально до сих пор нельзя, но по существу здесь Лоренц и Эйнштейн расходятся.

Спрашивается, что же мы получим с точки зрения Эйнштейна в системе K? Ответить на это очень просто. Используем теорему сложения. Если $u' = \frac{c}{n}$, то, чтобы узнать, чему равняется u, я пишу: $u = \dfrac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$ — скорости не просто складываются алгебраически или геометрически, а привходит еще один фактор, наличие которого вытекает из метрики. Так как мы все делаем для первого порядка величины $\frac{v}{c}$, то можно написать $u = (u' + v)\left(1 - \frac{u'v}{c^2}\right)$, и мы получаем

$$u = u' + v\left(1 - \frac{u'^2}{c^2}\right) = u' + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

где просто, по определению, n есть коэффициент преломления. Итак, мы получаем эту формулу без дальнейшего, просто как результат новой кинематики. Причина, из-за которой получается «частичное увлечение», здесь, по существу, другая — не в том механизме, в котором ее видел Лоренц. Конечно, результаты в первом порядке должны быть одни и те же, так как свет идет туда и обратно; это более или менее ясно, и мы увидим далее, что лоренцовские уравнения для движущихся тел получаются из эйнштейновской теории. Но у Лоренца все получается потому, что у него в системе K' должна быть другая скорость света в воде и правильный результат вытекает из его теории известным образом случайно. Между тем мы видим теперь, что это результат чисто метрических свойств, т. е. чистая кинематика.

На этом кинематика заканчивается, и в следующий раз мы перейдем к более сложным вопросам применения всего учения Эйнштейна о времени и пространстве к установлению законов механики и электродинамики.

Позвольте в заключение еще раз в двух словах сопоставить классику и эйнштейновскую точку зрения.

Что дает классика? Классика утверждает: есть одна определенная система — система неподвижных звезд. Эта система K выделена, и никакого принципа относительности мы не знаем. В этой системе мы устанавливаем масштабы и часы, причем часы синхронизированы с помощью света. Всякий классик согласится с тем, что в системе K такой способ должен дать то же самое, что у Эйнштейна, потому что признается, что в этой системе свет распространяется во все стороны одинаково. Правда, классика говорила, что то же самое можно получить переносом часов,— это очень важный момент, но она согласилась бы, что в отношении света дело обстоит одинаково.

Классика далее говорит: если у вас есть система K', движущаяся по отношению к исходной системе K, то в ней мы устанавливаем метрику следующим образом: мы требуем, по определению, чтобы часы, находящиеся в K', показывали то же самое время, которое показывают часы K, с которыми часы K' встречаются при движении. Это наше определение одновременности в K' — мы требуем, чтобы $t' = t$. Затем мы считаем, что $x' = \alpha(v)(x - vt)$. Мы будем требовать, кроме того, чтобы один и тот же масштаб, измеренный из K и из K', давал одну и ту же длину. Тогда $x' = x - vt$. Устанавливать все таким способом было вполне правомерно. Но что́ совершенно недопустимо при построении физики? Классик утверждал дальше следующее: если вы передадите часы из K в K', то двое часов — оставшиеся в K и перенесенные в K',— которые раньше шли в системе K совершенно одинаково, будут показывать именно то время, которое вы установили. Классик утверждал, что именно так оно и будет. То же самое и с масштабами. Он утверждал что если мы передадим реальный масштаб, то получим для двух масштабов — оставшегося и переданного — одинаковую длину. Итак, классик давал определение, это было его право; но этого было недостаточно, и он, сверх того, утверждал определенные вещи относительно поведения масштабов и часов.

Что сделал Лоренц для объяснения опыта Майкельсона? Относительно времени он давал те же определения, что и классик, и подразумевал то же утверждение, что часы будут этому подчиняться. Но насчет масштабов он говорил: я утверждаю, что с реальными масштабами будет происходить укорочение, так что $x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$. С тем, что масштабы будут себя так вести, согласна и теория относительности, но Лоренц, кроме того, постулировал, что часы будут идти одинаково.

Наконец, теория относительности утверждает, что нужно установить понятия координат и времени так, как это делает Эйнштейн,— это также его право. Но фактическое утверждение теории относительности заключается в том, что реальные часы и масштабы будут вести себя в соответствии с принципом относительности и принципом независимости скорости света от движения источника.

Значит, у всякой теории должны быть определения и нельзя сказать заранее, какое из них лучше. В этом отношении теория относительности не пошла ни на иоту дальше. Но этим еще ничего не сделано. Кроме этого, нужны утверждения относительно того, как будут себя вести реальные часы и реальные масштабы.

Таким образом, дело обстоит не так, что прежде не нужно было ничего определять, а теории относительности это нужно. Нет. Раньше утверждали одно, а теория относительности утверждает другое. В общепознавательном смысле все элементы, которые есть здесь, были также и там. Весь вопрос о том, кто прав *фактически*. Теория относительности утверждает, что она права, и, как сказано, опыты, по-видимому, дают ей право так говорить. Вопрос о том, справедлива ли теория относительности или нет,— это вопрос не логический, а фактический, это вопрос опыта, и только с этой точки зрения можно с теорией относительности соглашаться или не соглашаться.

ДВЕНАДЦАТАЯ ЛЕКЦИЯ

(22. IV 1934 г.)

Дополнительные замечания о лоренцовом преобразовании. Одновременные и одноместные пары событий в релятивистской и в классической кинематике. Более общий вид лоренцова преобразования Вопросы о четырехмерности. Арифметизация геометрии и геометризация аналитики Что именно нового внесла теория относительности Прежние и новые инварианты. Времениподобный и пространственно-подобный интервал. Вещественные представители интервала

Прошлый раз мы закончили вопрос о сложении скоростей в теории относительности. Позвольте сегодня сделать некоторые дополнительные замечания о лоренцовом преобразовании, которые несколько обобщат и уточнят определенные положения. Вы помните, что лоренцово преобразование имело вид

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \left(\beta = \frac{v}{c}\right). \tag{21}$$