

## ОБ ОБОСНОВАНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КИНЕМАТИКИ

(14.III 1939 г.)

На предыдущих занятиях были рассмотрены некоторые общие соображения о чисто механическом обосновании закона  $E = mc^2$ , т. е. обосновании, не апеллирующем к электромагнитным явлениям, и о выводе лоренцова преобразования из принципа относительности и закона  $E = mc^2$ , рассматриваемого как независимо установленный опытный закон. Можно подойти к вопросу о релятивистской кинематике и еще иначе. Возьмем лоренцово преобразование

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Это частный вид преобразования, соответствующий специальному выбору направлений координатных осей и их начального расположения, но он содержит основное ядро всей релятивистской кинематики. В преобразование входит один-единственный параметр  $v$  — относительная скорость систем отсчета  $K$  и  $K'$ , направленная вдоль общей оси  $x$  этих систем. Если теперь от системы  $K'$  мы перейдем с помощью аналогичного преобразования к системе  $K''$ , движущейся относительно  $K'$  со скоростью  $v_1$ , и затем посмотрим, как связаны  $x''$ ,  $t''$  с  $x$  и  $t$ , то оказывается, что эта связь дается опять лоренцовым преобразованием с некоторым новым значением параметра. Говоря более определенно, оказывается, что совокупность лоренцовых преобразований образует *группу*. Понятие группы — одно из самых общих и плодотворных понятий математики, а указанное свойство совокупности лоренцовых преобразований — одно из чрезвычайно важных и интересных их свойств.

Группой называется совокупность любых элементов, для которых выполнен ряд следующих требований. Во-первых, дан рецепт составления из двух элементов третьего, причем последний обязательно должен также принадлежать к совокупности. Этот рецепт принято называть «умножением», а третий элемент — «произведением», хотя рецепт может не иметь ничего общего с обычным умножением. Для «произведения» должен выполняться сочетательный закон, т. е.  $A(BC) = (AB)C$ . Во-вторых, в числе элементов совокупности должна иметься «единица», умножение на которую любого другого элемента  $A$  дает в результате  $A$ . Наконец, для каждого элемента  $A$  совокупность должна содержать

обратный элемент  $A^{-1}$ , т. е. такой, который при умножении на  $A$  дает «единицу». Если все эти условия выполнены, то совокупность называется группой. Такие совокупности могут быть конечными и бесконечными, непрерывными и дискретными.

Все это чистая математика; но легко убедиться в том, что эти математические требования, как перчатка к руке, подходят к нашим физическим требованиям. Возьмем, однако, сначала какой-нибудь простой пример, скажем, совокупность чисел 0, 1, 2, ..., 9. Если «произведением» мы назовем арифметическую сумму двух элементов, то совокупность не будет группой: «произведение»  $3 + 9 = 12$  не принадлежит совокупности. Но, назвав «произведением» арифметическую сумму без целого числа десятков, мы, как легко видеть, получаем группу. Нуль играет роль «единицы», элементы 1, 2, 3, 4, 5 являются обратными элементами 9, 8, 7, 6, 5. Но стоит нам только при указанном рецепте «умножения» откинуть нуль, и совокупность снова перестанет быть группой. Требование, чтобы совокупность была группой, — довольно жесткое требование, накладывающее на совокупность большие ограничения.

Так вот, совокупность лоренцовых преобразований  $L(v)$ , как сказано, образует группу. «Произведением» элементов является последовательное применение преобразований  $L(v_1) L(v_2)$ . Оно представляет собой опять лоренцово преобразование  $L(v_3)$ , причём

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}.$$

Группа является непрерывной ( $v$  может принять любое значение от  $-c$  до  $+c$ ), единичное преобразование соответствует  $v = 0$ , а обратное преобразование — замене  $v$  на  $-v$ . Что это значит физически?

Физически мы *должны* требовать, чтобы наши преобразования составляли группу, ибо физически необходимо, чтобы непосредственный переход от системы отсчета  $K$  к системе отсчета  $K''$  давал то же самое, что и переход  $K \rightarrow K' \rightarrow K''$  при любой системе  $K'$ . В частности, переход  $K \rightarrow K' \rightarrow K$  должен оставлять нас в системе  $K$ , т. е. быть эквивалентным преобразованию  $L(0)$ .

Поставим теперь в известном смысле обратный вопрос. Из требования однородности и изотропности пространства — отсутствия выделенных положений и направлений — мы устанавливаем, что переход от одной системы отсчета к другой должен осуществляться какими-то *линейными* преобразованиями. Мы требуем далее *выполнения принципа относительности* и, наконец, требуем, чтобы совокупность искомых преобразований составляла *группу*.

Что дают эти условия? Оказывается, что они почти однозначно определяют вид преобразования. Из них следует

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \alpha v^2}}, \quad t' = \frac{t - \alpha vx}{\sqrt{1 - \alpha v^2}}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — произвольная, но *постоянная* величина, не зависящая от  $v$ .

Исторически развитие шло не так. В качестве исходных постулатов Эйнштейн взял принцип относительности и принцип независимости скорости света от движения источника. Очень часто теорию относительности упрекали за то, что она строится на недостаточном опытным материале, что опыт Майкельсона не является решающим основанием, так как его можно объяснить и иначе. Конечно, был ряд и других экспериментальных оснований (соображения де-Ситтера о двойных звездах и др.), но в целом экспериментальная база многими рассматривалась как недостаточная.

Посмотрим, однако, что означает теория относительности для механики. Ясно, что, поскольку преобразования другие, постольку и механические величины тоже другие: масса зависит от скорости, энергия и импульс выражаются иначе и т. д. Что здесь имелось в области опыта? Единственным подтверждением было поведение электронов в электрическом и магнитном полях, показывавшее, что  $m = m_0 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ . Но ведь это тоже не механика, а электромагнитное явление. И вот в этом отношении — почему я и считал интересным остановиться на этих вопросах — сегодня дело радикально переменялось. Сегодня вопрос стоит так: либо вы отбросите все ядерные явления, будете их игнорировать, либо же вы примете во внимание весь этот огромный экспериментальный материал, прекрасно укладывающийся в теорию относительности. Теперь, и не привлекая электромагнитных явлений, для которых согласие с теорией относительности всегда было полным, нельзя говорить, что опытного подтверждения нет. Оно есть.

Требование группы привело нас к преобразованию (1). Если  $\alpha = 0$ , то масса не должна зависеть от скорости. Опыт же говорит, что это неверно. Ядерные явления требуют эквивалентности массы и энергии, требуют зависимости массы от скорости. Значит,  $\alpha \neq 0$ , и весь вопрос сводится к тому, чему равно  $\alpha$ , т. е. к прямому измерению коэффициента в соотношении  $m = \alpha E$ . Так как этот коэффициент оказывается равным  $1/c^2$ , то независимость скорости света от движения источника получается теперь уже как следствие новых исходных положений.