ЛЕКЦИИ
ПО ОСНОВАМ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ
(ТЕОРИЯ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ)
(1939 г.)

ПЕРВАЯ ЛЕКЦИЯ
(26.III 1939 г.)[1]

Остающееся у нас в этом году время я хотел бы посвятить разбору некоторых вопросов, относящихся к волновой механике. Позвольте предпослать этому разбору несколько совершенно общих замечаний.

Нас будет интересовать не математическая сторона дела, не решение конкретных задач. Мне кажется, что желательнее обсудить некоторые принципиальные вопросы, касающиеся основ волновой механики. Дело это благодарное, но нелегкое. Разумеется, я не могу взять на себя задачу систематического исчерпыва-

---

[1] [В основу публикуемого текста положены записи лекций, сделанные С. М. Рытовым. Кроме того, использованы а) черновики Л. И. Мандельштама, содержащие заметки, сделанные им в процессе подготовки лекций (в ряде случаев эти заметки весьма подробны, однако это не относится к 4-й и 5-й лекциям); б) совершенно неправленые и недостаточно квалифицированные стенограммы трех первых лекций, сами по себе непригодные для печати, но позволившие установить, что записи С. М. Рытова достаточно подробны и содержат все наиболее существенное (по объему записи составляют около половины стенограмм).

Вслед за лекциями по теории косвенных измерений (весна 1939 г.) Л. И. Мандельштам предполагал прочитать в качестве их продолжения цикл лекций о связи математического аппарата квантовой механики со статистическим ее толкованием, о каузальности и т. п., положив в основу разбор работы Неймана (*F. v. Neumann.* Matematische Grundlagen der Quantenmechanik. «J. Springer», 1932). Обнаруженный среди рукописей Л. И. Мандельштама текст, который является, быть может, наброском первых лекций намечавшегося цикла, публикуется здесь в виде «Дополнения». Указанный черновик не закончен и обрывается на полуслове. Ввиду его тесной связи с лекциями по теории косвенных измерений (многое в этом наброске развивает содержание 1-й лекции) он помещен здесь, а не в III томе, где собраны остальные, найденные в бумагах Л. И. Мандельштама материалы.

Текст лекций и «Дополнения» обработаны Е. Л. Фейнбергом и просмотрены И. Е. Таммом и В. А. Фоком.]

ющего изложения. Это было бы чразвычайно трудно, и мое изложение по необходимости будет фрагментарным.

По-моему, концепция волновой механики многое отражает очень правильно, она показала себя весьма плодотворной. Но ряд основных понятий, которыми волновая механика оперирует, мне кажется, в основных изложениях трактуется весьма коротко, недостаточно ясно и не всегда убедительно. Больше того, у меня нет уверенности, что эти понятия уже вполне установлены, что они приобрели, например, ту четкость и ясность, которые, несомненно, присущи основным понятиям классической физики. И это, я думаю, не случайно.

То обстоятельство, что неясность и недоговоренность в основах волновой механики проистекают не из плохого изложения того или иного учебника, видно хотя бы потому, что эти основные вопросы дебатируются по сей день, и такими людьми, крупнее которых среди физиков мы не знаем. Полного согласия не было до последних лет между самыми большими авторитетами. Стоит вспомнить обмен мнений, происшедший несколько лет назад по вопросу о полноте волновой механики, в котором такие исследователи, как Эйнштейн, Бор, Шрёдингер и другие, высказывали прямо противоположные мнения [1].

Я вовсе не думаю, что нам удастся решить стоящие здесь вопросы до конца. На некоторые вопросы я затруднился бы дать сейчас (вполне) удовлетворительный ответ: тут просто еще нужна большая работа. В других, мне кажется, некоторые разъяснения дать можно, и вот о таких вопросах я хотел бы поговорить. Но и тут часто я не возьмусь делать утверждения с такой уверенностью, как в области классической физики, включая сюда и специальный принцип относительности, где основные понятия мне кажутся ясными. Но это не должно служить препятствием. Несмотря на это или, может быть, именно поэтому я считаю желательным на нашем семинаре такие вопросы поднять. Уже сама постановка их желательна; если же нам сообща удастся внести сюда несколько бóльшую ясность, то тем более нам стоит ими заняться.

И последнее замечание: основное знакомство с квантовой механикой мы, конечно, должны у слушателей предположить. Я думаю, что у большинства из вас оно есть.

Мне придется начать несколько издалека.

Какова структура всякой физической теории, всякого физического построения вообще? Немного схематично (как всегда) можно сказать, что всякая физическая теория состоит из двух дополняющих друг друга частей. Я начну с того, чтó можно счи-

[1] [См. лекцию 4.]

тать второй частью. Это *уравнения* теории — уравнения Максвелла, уравнения Ньютона, уравнение Шрёдингера и т. д. Уравнения — это просто математический аппарат. В эти уравнения входят некоторые символы: x, y, z и t, векторы **E** и **H** и т. д. На этом вторая часть заканчивается. Здесь еще нет никакой физической теории. Это математика, а не естественная наука. Первую же часть физической теории составляет связь этих символов (величин) с физическими объектами, связь, осуществляемая по *конкретным* рецептам (конкретные вещи в качестве эталонов и конкретные измерительные процессы — определение координаты, времени и т. д. при помощи твердых масштабов, часов и т. д.).

Первая часть учит, как рациональным образом отнести к объектам природы определенные величины — большей частью в виде чисел. Вторая часть устанавливает математические соотношения между этими величинами. Тем самым, ввиду связи этих величин с реальными объектами, формулируются соотношения и между этими последними, что и является конечной целью теории.

Без первой части теория иллюзорна, пуста. Без второй вообще нет теории. Только совокупность двух указанных сторон дает физическую теорию.

Пусть, например, я имею уравнение

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g. \tag{1}$$

Пока это — математика, и физику нечего здесь делать. Но мы говорим, что оно описывает поведение тела в поле тяготения, и утверждаем, что t — математический символ времени, т. е. мы утверждаем, что для нахождения значений t надо взять такие-то и такие-то часы и так-то ими пользоваться. Аналогично мы утверждаем, что x надо находить с помощью твердого масштаба и смотреть, с какой чертой на этом масштабе будет совпадать положение тела и т. д. Тогда математически найденный интеграл уравнения (1)

$$f(x, t, C_1, C_2) = 0 \tag{2}$$

будет физическим законом, все пары измеренных x_i и t_i связаны этим законом. Если я узнаю, что $t = t_1$, и если C_1 и C_2 заданы начальными условиями, то я уже знаю, что $x = x_1$.

Таким образом, мы имеем вначале переход от объектов к числам при помощи рецептов, потом следует математика и затем уже, чтобы выразить полученный результат как физический факт, — обратный переход.

Конечно, указанные две стороны физической теории не независимы друг от друга. В частности, при введении определений необходимо должно отсутствовать противоречие между ними.

Так, например, в законы Ньютона, примененные, скажем, к движению планет, входят расстояния между тремя точками; с другой стороны, имеются рецепты, указывающие, как следует измерять эти расстояния. Но сами ньютоновские уравнения построены так, что в них предполагается, что сумма длин двух сторон треугольника больше третьей стороны: $r_1 + r_2 \geqslant r_3$. Допустим теперь, что я даю такой рецепт измерения r, при котором соотношение $r_1 + r_2 \geqslant r_3$ не соблюдается. Это значит тогда, что между математическими соотношениями теории и рецептами измерения существует противоречие, что указанный рецепт измерения непригоден.

Я приведу еще один пример из чистой классики, который гораздо больше, чем первый, важен нам для дальнейшего.

В оптике оперируют различными величинами, представляющими собой функции времени: $E = f(t)$. Кроме того, эта колебательная теория — волновая оптика — содержит частоту ν. Частота, по определению, дает периодичность в случае синусоидального изменения

$$E = \sin \nu t.$$

Для соотнесения величин E и ν конкретным физическим объектам мы даем два рецепта: 1) пусть луч света падает на пластинку, быстро движущуюся в своей плоскости перпендикулярно к лучу. Почернение пластинки, по определению, и есть измеренная в определенном масштабе величина E, выраженная как функция времени $f(t)$; 2) пусть луч света проходит призму, а затем линзу. Точка, получающаяся в фокальной плоскости линзы, по определению (посредством определенного пересчета из значений угла), дает частоту ν. И вот если функция $f(t)$ не есть синус, то здесь уже, по *определению*, нет частоты, или, лучше сказать, нет одной частоты. В соответствии с этим мы, поставив призму и линзу, получим теперь распределение точек в фокальной плоскости, описываемое некоторой функцией $g(\nu)$, которая и будет спектром функции $f(t)$.

Пусть $E = f(t)$ — острая функция, т. е. на движущейся пластинке получается короткое почернение. Если бы для того же пучка призма дала острое $g(\nu)$, то я сказал бы, что налицо имеется противоречие: либо неверно волновое представление о свете, либо же не годятся мои рецепты. Таким образом, связь характера функции $f(t)$ и характера ее спектра $g(\nu)$ заложена уже в определениях E и ν, т. е. на очень ранней стадии, еще до развернутой теории. Это справедливо и в максвелловской теории, и в акустике, и в теории упругости.

И вот этим условием, что некоторых противоречий заранее не должно быть, я связываю все построение теории очень сильно.

В рассмотренном примере, по определению величин $E = f(t)$ и ν, острое E необходимо должно давать широкий спектр.

Классическая физика большей частью шла так, что установление связи математических величин с реальными вещами предшествовало уравнениям, т. е. установлению законов, причем нахождение уравнений составляло главную задачу, ибо содержание величин заранее представлялось ясным независимо от законов. Мы просто свыклись с ними (возьмите, например, длину и т. д.) и для них искали уравнения. Нужно, однако, сказать, что и эта первая часть совсем не так проста, как часто кажется. Очень многие недоразумения в понимании основ даже специального принципа относительности основаны на том, что эта сторона физической теории недостаточно ясно усвоена.

Современная теоретическая физика, не скажу — сознательно, но исторически так оно было, пошла по иному пути, чем классика. Это получилось само собой. Теперь прежде всего стараются угадать математический аппарат, оперирующий с величинами, о которых или о части которых заранее вообще не ясно, что они означают.

Дело в том, что математический аппарат часто устанавливает очень характерные соотношения между параметрами независимо от того, каким объектам эти параметры соответствуют. Так, например, определенные дифференциальные уравнения устанавливают периодическую зависимость одних параметров от других. И вот, подмечая в физических явлениях, часто качественно, характерные особенности, ищут математический аппарат (т. е. строят вторую часть теории), который отражал бы эти характерные особенности, причем сначала не особенно заботятся о той связи, которая существует между всеми величинами, входящими в аппарат, и действительными объектами, и только потом стараются эту связь установить.

Так, несомненно, поступал Эйнштейн, особенно при создании общего принципа относительности. Это особенно ясно видно и на примере того, как создавалось уравнение Шрёдингера.

Вы знаете, что первый толчок всему современному развитию той теории, которую мы теперь называем волновой механикой, был дан Планком. Основным положением Планка, так резко идущим вразрез с принципами классики, было положение о дискретности возможных уровней энергии осциллятора. Блестящее развитие планковских идей привело Бора к его представлению об атоме, опять наиболее замечательной чертой которого было утверждение о дискретности энергетических состояний атома.

Дальнейший существенный шаг Бора вперед состоял в установлении связи между частотой (испускаемого света) и энергией, или, вернее, разностью энергий двух состояний.

Вот это наличие дискретных энергий, или частот, так блестяще объясняющее спектральные серии, опыты Герца — Франка и т. д.,— именно это считалось тогда (оно замечательно и сейчас), так сказать, гвоздем теории.

И мне кажется, что не будет ошибкой сказать, что как де Бройль, так и Шрёдингер искали в первую очередь математический аппарат, т. е. искали такое построение математической стороны теории, которому было бы присуще выделение дискретных значений, мало заботясь на этой стадии о первой части, т. е. мало заботясь о том, какое физическое значение нужно будет приписать тем величинам, которые будут входить в этот математический аппарат, за исключением самих дискретных величин, которые, очевидно, надо было толковать как E [энергию] или ν [частоту] — ведь для этого все делалось.

И в поисках этого аппарата, несомненно, решающую роль сыграло то обстоятельство, что в классической физике такой аппарат существовал. Это так называемые задачи о собственных значениях, т. е. по существу волновые уравнения с граничными условиями. Ими решались задачи о собственных (дискретных) колебаниях струн и т. д. Там конечно, физический смысл всех математических символов ясен. Там, этот аппарат появляется при приложении общих принципов механики или электродинамики к частным вопросам.

Для краевых задач типично выделение целых чисел, обеспечивающих существование решения. То, что сделал Шрёдингер, что он угадал, замечательно вот в каком отношении. В струне дискретные числа выделены не столько уравнением, сколько граничными условиями. А где взять эти граничные условия для атома, за что там зацепиться? И вот Шрёдингер обратил внимание (математики знали это давно), что существуют такие дифференциальные уравнения, которым для появления дискретности достаточно *естественных* условий, таких, например, как интегрируемость квадрата модуля решения и конечность его в особых точках уравнения. Именно таким путем Шрёдингер пришел к своему уравнению, и он сам говорил, что не ожидал такого поразительного эффекта от своей работы.

Шрёдингер сразу же предположил, что добытые на этом пути дискретные числа надо связывать с энергией рассматриваемой системы.

Возьмем конкретный случай, например линейный осциллятор (а не атом водорода, как взял первым примером Шрёдингер). Мы имеем здесь уравнение

$$\nabla^2\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - V)\psi = 0, \tag{3}$$

где $V = \sigma x^2$. Требование конечности интеграла $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx$ тотчас же дает нам, что уравнение имеет регулярные решения не для всех значений параметра E, а только для дискретного множества.

Чтобы уравнение Шрёдингера не было пустым, т. е. чтобы оно имело физический смысл, нужно связать входящие в него математические величины с физическими объектами. Естественно при этом, что мы постулируем: E есть энергия осциллятора — ведь для этого уравнение Шрёдингера и было создано.

Но в уравнение (3), кроме E, входят и другие величины, и в первую очередь x и функция ψ. И положение было таково, что, установив свое уравнение, Шрёдингер не знал, как связать *эти* величины с природой. Однако, еще не зная всего этого, зная лишь смысл E, он получил очень многое: серию Бальмера, штарк-эффект, нулевую энергию и т. д. Создалось странное положение, когда дебатировались остававшиеся неясными самые основы теории и между тем получались хорошие прикладные результаты. Конечно, можно было бы сказать, что этих результатов достаточно и вообще больше ничего не нужно. Однако вряд ли можно считать теорию достаточно полной, если не установлена связь между объектами и всеми величинами, входящими в теорию. Тогда же, с самого начала, развернулись поиски смысла функции ψ. Как видите, второй путь построения физической теории много труднее, но я думаю, что это вполне правомерный путь.

Часто делают упрек волновой механике, говоря, что это чистая математика. Это не совсем справедливо. Путь волновой механики действительно был таким, что сначала шла математика. Но я не вижу, чем этот путь хуже классического, *если в дальнейшем связь с природой найдена*. Во всяком случае, *до или после установления уравнений установление такой связи необходимо*, без этой связи само уравнение не может претендовать на название физической теории. И здесь действительно лежит корень того, что, я считаю, недостаточно ясно излагается в учебниках и в литературе и что повело к очень многим неясностям.

Начнем со следующего.

В настоящее время установили (или думают, что установили), что $|\psi|^2\, dx$ — вероятность нахождения частицы в интервале $(x,\ x + dx)$. А что такое x? x — координата. Так вот, и в первом утверждении, и во втором есть некоторый самообман.

Можно, по-видимому, сказать следующее. Квантовая механика совершенно правильно рвет с предрассудком, что законы макромира действительны и в микромире. Но последовательно она проводит эту точку зрения (во всяком случае, в явном виде, в учебниках) только для второй части теории (математической) и не учитывает в достаточной мере, что и рецепты перехода тоже должны быть даны иными, чем в классике. Наша задача и будет состоять в том, чтобы выяснить, что имеют в виду в квантовой механике, когда говорят об измерении той или иной величины.

Если я в классике говорю, что x есть координата данной материальной точки, то за этим определением стоит вполне ясный, конкретный рецепт: если я установлю соответствующим образом твердый масштаб с нанесенными по определенному рецепту делениями, то x — это число на том делении, с которым в данный момент совпадает моя точка. Понятие «совпадает» для макромира считается известным. И поскольку это так, мы действительно установили рецепт для перехода от символа x к реальным объектам (материальная точка, твердое тело — масштаб и т. д.). Такого рода рецепты мы называем измерениями.

Поскольку, однако, речь идет о молекулярных вопросах, такие рецепты не выполнимы принципиально, а не только практически (*элементарность* понятия «совпадение» стоит под вопросом из-за воздействия прибора). Поэтому, назвав x координатой, я не установил связи x с природой, я только сделал вид, что установил эту связь, сославшись на макромир. С такими «определениями» теория еще висит в воздухе. Правильнее было бы даже и называть x не координатой, а, например, квазикоординатой.

Далее, говорят, что $|\psi|^2$ — вероятность. Допустим, что мы знаем, как измерить x (в действительности, на нашей стадии рассмотрения,— не знаем). Тогда создается впечатление, что смысл $|\psi|^2$ уже вполне ясен. Однако здесь имеется недоговоренность, и, прежде чем перейти к рассмотрению всех этих вопросов, нужно остановиться еще на одной стороне дела.

Волновая механика — статистическая теория. Но говорить о статистике и о вероятности можно, только имея определенную совокупность элементов, к которой эта статистика относится. В волновой механике такой совокупностью является совокупность повторных опытов (каждый индивидуальный опыт есть ее элемент), причем повторение должно происходить при одних и тех же условиях. Именно к такой совокупности относятся вероятностные высказывания, о которых говорилось выше. Необходимо подчеркнуть, что и всякая классическая теория по существу также является статистической, и в этом пункте нет принципиального отличия волновой механики. Если бы теория давала высказывания только для одного опыта, она не имела бы ценности. Но классика, например классическая механика, утверждала, что возможны сколь угодно узкие распределения для всех исследуемых величин. Таким образом, разница — в *типе* статистики, а не в самой статистичности.

В обоих случаях, и в классической теории, и в волновой механике, мы имеем дело с большой совокупностью элементов и некоторым признаком. Назовем эту совокупность, над которой проделывается статистическая обработка, коллективом. Коллектив должен быть как-то выделен, иначе теряет смысл постановка любого вопроса о нем. Так вот, говорят, что $|\psi|^2$ — вероятность. Но в каком коллективе? Если это не указать, то возможны всякие неясности и парадоксы. «Средний рост человека такой-то»,— без указания коллектива это утверждение вообще не имеет смысла. Рассказывают, что однажды захотели определить среднюю величину семьи по результатам ответа на вопрос, сколько детей у ваших родителей. Очевидно, это не может дать средней общей величины, так как семья без детей автоматически не учитывается. Замечу, что полемика Эйнштейна и Бора вызвана именно грубой ошибкой в вопросе о коллективе [1]. Я не встречал достаточно четкого определения коллектива, в котором берется ψ-функция. Уточнить этот коллектив — первое, что нам нужно сделать.

Разумеется, и в классике мы сталкиваемся с тем же вопросом. Мы можем говорить о максвелловском распределении скоростей только при постоянной температуре. Если температура изменяется, то распределение будет совсем другое. То же самое имеет место и в тех классических задачах, в которых не говорят о коллективе. Я уже сказал, что любой опыт классики есть тоже статистический опыт, ибо только он имеет смысл. Пусть, например, мы наблюдаем движение маятника и ставим задачу уравнением $m\ddot{x} + \alpha x = 0$. При этом мы фиксируем α, т. е. предполагаем, например, что температура и ускорение силы тяжести не меняются. Таким образом, при всяком теоретическом рассмотрении *условия опыта* надо определить, и это определение всегда может быть сведено к фиксированию некоторых параметров.

Мы подошли к тому, что я считаю наиболее существенным и важным. А именно, волновая механика утверждает, что для *определения микромеханического коллектива, к которому и относится ψ-функция, достаточно указать (фиксировать) макроскопические параметры.*

Если, например, в эвакуированной трубке из накаленной нити, к которой приложено известное напряжение, летят электроны, то их поведение подчиняется волновой механике. Элементом совокупности, о которой здесь идет речь, является поведение отдельного электрона, например его попадание в ту или иную точку анода или экрана. К этим элементам относится определенная

[1] [Подробнее см. лекцию 4.]

функция ψ, т. е. этой функцией и задается статистика вылетающих электронов. Но для того, чтобы электронный коллектив был выделен, должны быть фиксированы напряжение, температура нити, ее конфигурация и т. д., т. е. определенные *макроскопические* параметры. Если вы нарушите один из параметров, то вы получите другое значение ψ или, может быть, вообще никакого ψ не получите.

Таким образом, предпосылкой применения волновой механики является экспериментальная установка, *контролируемая классическими измерениями.*

Теперь, после того, как мы определили свою микростатистику макроскопическими условиями, мы должны обратиться к вопросу о том, что же мы называем в квантовой механике координатой, а также импульсом, скоростью и т. д. Здесь волновая механика идет не обычным путем, но путем, чрезвычайно для нее характерным.

Из математических величин, входящих в уравнение Шрёдингера, она строит другие величины и утверждает, что именно для этих последних должны быть даны рецепты, устанавливающие связь с реальными вещами. Путь построения этих новых величин состоит в том, что каждой физической величине сопрягается соответствующий ей эрмитов оператор; операторы имеют свои собственные значения, и вот для этих-то собственных значений и должны быть даны измерительные рецепты.

Собственным значениям отвечают собственные функции оператора. Утверждается: если у вас есть некоторая функция ψ, которая не является собственной функцией оператора, то ее следует разложить по собственным функциям, и тогда, как утверждает волновая механика, квадраты модулей коэффициентов такого разложения дают вероятности того, что рассматриваемая величина даст при измерении соответствующие собственные значения.

Все это — общеизвестные математические правила. С их помощью образуются новые величины, которые и надлежит связать потом с объектами природы. Вот этого-то и не делают в обычных изложениях, т. е. не дают рецептов связи — не осуществляют второй части всей программы. Отсюда сразу же возникают все неприятности и неясности.

Для импульса p мы имеем оператор $\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$. Следовательно, для определения собственных значений p' оператора p мы имеем уравнение

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} = p'\varphi. \tag{4}$$

Это уравнение решается для любого p', так что собственными функциями будут функции

$$\varphi = e^{\frac{i}{\hbar} p'x}. \qquad (5)$$

По только что высказанному постулату волновой механики это означает, что измерение может привести к любому значению p'. Вообще говоря, если волновая функция не совпадает с какой-либо из собственных функций, $\psi \neq \varphi$, то определенного импульса нет. Лишь в том случае, когда ψ — собственная функция p, система обладает определенным импульсом, а именно p'. Однако всякая функция ψ может быть разложена в интеграл Фурье, а тогда квадрат модуля коэффициента Фурье дает плотность вероятности каждого значения p' [1]. Заметим, что таким образом между p и x устанавливается точно такая же связь, как между ν и t в классике. Там мы уже видели, как связаны функция $f(t)$ и ее спектр $g(\nu)$, и здесь мы получаем то же самое: если ψ такова, что $|\psi(x)|^2$ дает очень острое распределение, скажем, около значения x', то уже невозможно, чтобы значение p' было каким-то определенным.

Значит, если мы так постулируем вид операторов, то еще до всяких уравнений Шрёдингера в самом определении величин, с которыми оперирует теория, исключается возможность одновременных точных значений x и p. Положение совершенно такое же, как в классике: «частота в данный момент» — это абсурд, независимо от того, справедливы ли максвелловы уравнения или какие-нибудь другие. Дело в определении самих величин. Обычно говорят, что соотношение неопределенностей возникает из-за взаимодействия измерителя и измеряемого объекта. Вы видите, что это соотношение возникает с самого начала, еще до вопроса об измерении. Однако взаимодействие измерителя и измеряемого объекта играет решающую роль в вопросе об адекватности величин, с которыми оперирует теория, реальным объектам. К этой стороне дела мы и перейдем, но в заключение — еще одно замечание по поводу предшествующего.

Почему мы называем p импульсом? Здесь ведь опять самообман: берется прежнее слово, и это создает видимость какого-то содержания, т. е. невольно, как и в случае координаты, подразуме-

---

[1] На первый взгляд может показаться, что x является исключением из описанной процедуры. Но это не так, x тоже является оператором. Им служит умножение на x. Таким образом, уравнение для определения собственных функций здесь имеем вид $x\psi(x) = x'\psi(x)$. Если ввести функцию Дирака $\delta(x - x')$, то она и будет собственной функцией x при собственном значении x'. Для любой $\psi(x)$ имеем тогда разложение по собственным функциям, в котором коэффициенты разложения из-за особых свойств собственных функций будут опять $\psi(x)$: $\psi(x) = \int \psi(x')\, \delta(x - x')\, dx'$, и по общему правилу получаем, что $|\psi(x')|^2$ есть вероятность того, что $x = x'$.

ваются прежние измерительные рецепты. Но пока у нас нет этих рецептов, и потому лучше всего было бы не пользоваться старыми терминами.

Соотношение неопределенностей нас потому и смущает, что мы называем x и p координатой и импульсом и думаем, что речь идет о соответствующих классических величинах. Называйте x и p квазикоординатой и квазиимпульсом. Тогда имеющееся между ними соотношение будет так же мало смущать, как соотношение между ν и t.

Итак, нам нужно теперь установить связь между этими математическими символами, входящими в уравнение Шрёдингера, и объектами природы. Для физика установить такую связь — это означает измерить, дать те конкретные рецепты, согласно которым из реальных вещей извлекаются численные значения теоретических величин. Эти рецепты могут быть сложными, состоящими из многих звеньев. В конечном счете это сводится к тому, чтобы дать эталон (например, масштаб) и способ его употребления (например, последовательное прикладывание). И то и другое нам понятно и близко лишь в макромире. Даже мысленно мы можем проделывать измерительные манипуляции только с макротелами. Я думаю поэтому, что *последнее звено необходимых нам измерительных рецептов обязательно макроскопическое.* Это мне кажется основным положением теории. Если бы дело обстояло не так, то я просто не вижу, как связать математические символы волновой механики с реальными объектами, а ведь без такой связи вообще нет физической теории. Поэтому, по крайней мере в настоящее время, мне кажется необходимым принять это положение.

Может случиться, что уже в первом звене мы имеем сведéние микровеличин на макрообъекты. Пусть, например, от нагретого катода летят электроны. Допустим, что состояние этих электронов описывается некоторой функцией ψ. Если электроны падают на пластинку и оставляют на ней пятна, то координату пятна я могу, по определению, считать координатой электрона. Статистика пятен должна описываться тогда функцией $\psi(x)$. И мое утверждение, что $|\psi(x)|^2$ есть вероятность нахождения электрона в точке x, приобретает теперь вполне конкретный смысл, так как величина x мною определена при помощи классических объектов. Такого рода случаи, когда измерение происходит в первом же звене, можно назвать *прямыми измерениями.* Но таких прямых опытов очень мало, и мне кажется, что это принципиальный и глубокий момент. Я думаю, что прямые измерения вообще возможны лишь для *свободных* или почти свободных частиц в слабых полях.

Но мы хотим толковать символы x и ψ также и в случае водородного атома. В нем не поставить фотопластинку, да и не в том дело, что это практически неосуществимо. Я думаю, что в нем она могла бы и не почернеть. Поэтому я здесь лишен возможности дать определение координаты частицы на основании классических измерений. В таких случаях мы можем производить *косвенные* измерения, применяя некоторые посторонние частицы. Поэтому в рецепт войдут промежуточные звенья, которые, разумеется, могут быть не макроскопическими. Я должен, как будет видно ниже, идти по этому пути, пока не дойду до такого этапа, где стык с классикой несомненен. Но в конечном этапе вспомогательные частицы должны оказаться свободными.

Конечное звено всякого измерения есть классическое измерение потому, что оно должно сводиться к констатации совпадения «материальных точек» (деления на масштабе, стрелки и т. п.). Неудовлетворительность такого положения вещей заключается в том, что общего рецепта для указанного перехода я дать не могу. Отсюда видно, насколько существенно изучить косвенные измерения.

Итак, поставив вопрос о том, как же волновая механика устанавливает связь математических символов с реальными объектами, мы пришли к задаче — дать теорию косвенных измерений. Это необходимо, так как мы уверены, что прямые измерения являются исключением и что их исключительность не случайна, а имеет глубокий принципиальный характер.

ВТОРАЯ ЛЕКЦИЯ

(8.IV 1939 г.)

Напомню некоторые положения, которые мы установили на прошлой лекции.

Последнее звено измерения в волновой механике обязательно макроскопично. *Прямыми* измерениями мы называем такие измерения, в которых первый же шаг макроскопичен.

Принцип косвенного измерения состоит в том, что данную систему, в которой мы хотим измерить величину A, мы заставляем взаимодействовать с другой микросистемой, для которой уже возможно прямое измерение, и потом теоретически заключаем о значении A. Здесь взят случай прямого измерения во втором звене, но, вообще говоря, может быть сколько угодно промежуточных звеньев. Лишь последнее должно быть макроскопическим. Для