

ЛЕКЦИИ ПО НЕКОТОРЫМ ВОПРОСАМ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ

(1944 г.)

ПЕРВАЯ ЛЕКЦИЯ

(14.III 1944 г.)¹

Приступая к нашим беседам, я хотел бы сегодня остановиться на некоторых общих вопросах, высказать некоторые соображения о цели этих бесед и о том материале, которым я буду пользоваться. Я хочу подчеркнуть заранее, что мы не будем рассматривать какие-либо сложные проблемы или специальные задачи. Наши беседы будут элементарны и будут касаться хорошо известных вещей, но мы постараемся посмотреть на эти известные вещи с несколько более общей точки зрения, чем это обычно делается.

В настоящее время вряд ли есть необходимость говорить о той громадной роли, которую играют колебания как в физике, так и в технике. Возьмите акустику, радио, оптику. Основа их именно колебательная. Не удивительно, что теперь, когда колебания приобрели такое большое значение и в технике, учение о колебаниях выделили как особую область. Каковы же те признаки, по которым выделяется учение о колебаниях? Присмотревшись, мы видим, что они принципиально отличны от тех, по которым делят физику на оптику, акустику и т. д. Это последнее деление производится, очевидно, по признаку физических явлений, которые мы одинаково воспринимаем. С электричеством и магнетизмом дело обстоит несколько сложнее (у нас нет непосредственного восприятия этих явлений), но я не буду на этом задерживаться. С колебаниями дело обстоит принципиально иначе: мы выделяем их не по физическому содержанию нашего восприятия, а по общности метода или

¹ [Материалами при обработке этих лекций послужили: 1) записки С. М. Рытова лекций 1 и 2, 2) записки С. П. Стрелкова лекций 1—4, 3) весьма лаконичные заметки И. М. Франка. Кроме того, были использованы чрезвычайно сжатые конспекты, составленные самим Л. И. Мандельштамом при подготовке к лекциям. Обработка указанного материала произведена С. М. Рытовым и С. П. Стрелковым.]

подхода к изучению, по общности формы закономерностей, независимо от физического содержания, или, вернее, при крайне разнородном физическом содержании. Здесь охвачены и акустические, и механические, и электрические, и оптические явления, которые чрезвычайно различны для нашего восприятия.

Именно это обстоятельство придает учению о колебаниях его громадное значение, его интерес. Изучая одну область, вы получаете тем самым интуицию и знания в совсем другой области. Вы получаете возможность проводить далеко идущие аналогии; темные места, скажем в оптике, освещаются, как прожектором, при изучении колебаний в механике и т. д. Таким образом, теория колебаний объединяет, обобщает различные области физики. Это положение можно пояснить следующим примером. Каждая из областей физики — оптика, механика, акустика — говорит на своем «национальном» языке. Но есть «интернациональный» язык, и это — язык теории колебаний. Она вырабатывает свои специфические понятия, свои методы, свой универсальный язык.

В наших беседах — это их цель — я хотел бы сделать ударение именно на этой обобщающей стороне. Я хотел бы, во-первых, обсудить некоторые из таких общих положений и, во-вторых, показать их действенность в возможно более разнообразных областях (нашей) науки. Обычно, излагая тот или иной предмет, мы стараемся дать конкретный материал, дать соответствующий математический аппарат, научить пользоваться этим аппаратом. С другой стороны, в оптике нас интересуют специфические оптические вопросы, в акустике — акустические и т. д. В результате получается разрозненность, за деревьями не видно леса. Это, конечно, естественно. Художник-специалист изучает на картине, как надо класть краски, как работать кистью и т. п. Но, для того чтобы получить общее впечатление, надо отойти от картины. Детали при этом теряются, но зато приобретается нечто другое. Мы видим тогда, как входят понятия в мировоззрение физика.

То, что я хотел изложить сегодня, можно назвать, пожалуй, комментированным оглавлением наших бесед. Я совсем кратко перечислю в качестве примера несколько вопросов, наглядно показывающих универсальность и мощь теории колебаний. Сейчас я их буду только называть. Разбор их, г. е. части из них, и составят предмет наших бесед. Как вы увидите, в этих примерах имеется пестрота, но она не случайна, а предумышленна.

Первое, на чем мы остановимся, — это некоторые вопросы кинематики колебаний, некоторые универсальные вещи, касающиеся формы колебаний.

На спокойной поверхности воды можно создать синусообразную волну

$$y = \alpha \cos(\omega t - kx),$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — частота, соответствующая периоду T , а $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, соответствующее длине волны λ . Вообще говоря, под скоростью волны понимают величину $\frac{\omega}{k}$ — скорость перемещения гребня.

В середине прошлого века Стокс заметил, что конечная группа синусообразных волн перемещается со скоростью, существенно отличной от фазовой скорости $\frac{\omega}{k}$ (Релей назвал эту скорость групповой). Сегодня понятие групповой скорости играет существенную роль. Она может совпадать с фазовой скоростью, но важно то, что бывают случаи, когда групповая скорость отлична от фазовой, а именно — всякий раз, когда фазовая скорость зависит от ω (или λ).

Для звуковых волн в воздухе практически нет зависимости $\frac{\omega}{k}$ от ω , и поэтому их групповая скорость равна фазовой. Поэтому музыка не искажается, если мы слушаем оркестр издалека. Будь это не так, то каждый аккорд размазался бы и получилась бы невероятная какофония. Для света положение иное. В вакууме тоже нет дисперсии, но в телах — воде, стекле и т. д. — это уже не так.

Замечание Стокса прошло незамеченным, хотя понимающие люди намотали его себе на ус.

В это время был другой вопрос — в оптике. До 50-х годов шла борьба сторонников эмиссионной теории Ньютона против волновой теории Юнга — Френеля. Все согласились, однако, в том, что есть один решающий опыт. При вхождении в более плотную среду световой луч приближается к нормали. С точки зрения корпускулярной теории это происходит потому, что скорость световых корпускул в среде больше, чем в воздухе. Волновая же теория требовала как раз обратного соотношения. Таким образом, оставалось только прямым опытом определить скорость в среде и это должно было решить вопрос. В 1850 г. Фуко и Физо произвели такой опыт, и оказалось, что в воде скорость меньше, чем в воздухе. Тем самым, как полагали, вопрос однозначно был решен в пользу волновой теории.

Но в конце прошлого века Майкельсон определил показатель преломления в сероуглероде для зеленой линии ртути. Он получил (из преломления) значение 1,64, в то время как прямые измерения скорости света в сероуглероде дали 1,77. Релей сразу же вспомнил замечание Стокса и указал, в чем здесь дело. Легко показать, что из преломления определяется отношение c к фазовой скорости, а все прямые методы определения скорости дают групповую скорость, отличную от фазовой при наличии дисперсии. Нет

скорости света. Есть много скоростей света, и одна из них — групповая.

Этот эпизод чрезвычайно существен. Существенно то, что нет понятия скорости при волновом движении, скорости вообще. Надо указать, какой опыт вы ставите, и только тогда определяется, о какой скорости идет речь. Это было ново и неожиданно. А между тем без этого нельзя было бы строить ни теорию относительности, ни волновую механику. Ведь на непонимании вопроса о скорости света как раз и строились некоторые возражения против специальной теории относительности в 1905 г. Говорили, что при аномальной дисперсии бывает фазовая скорость больше c . Но одно из основных положений теории относительности состоит в том, что никакой предмет или сигнал не может иметь скорость больше c . Если найти такой сигнал, то теория относительности пала бы. Теперь ответ на это прост: синусообразная волна, бесконечная в обе стороны, не может передать сигнал. Сигнал — это движение признака (увеличение и уменьшение амплитуды и т. п.). Но тогда это групповая скорость, а она меньше c .

Сложнее и интереснее обстоит дело в волновой механике. Там, если употребить грубую формулировку (я всегда против нее, но сейчас она для нас достаточна), свет должен быть и частицей, и волной, а скорость должна быть и больше, и меньше c . Это казалось сумасшествием, но теперь волновая механика решает этот вопрос совсем просто: электрон или вообще какая-либо частица — это группа волн и движется с групповой скоростью, а сами волны — с фазовой. Одна может возрастать, в то время как другая убывает, и т. д.

Удивительно, как трудно все это входит в плоть и кровь. Ведь теперь нам ясно, что Физо и Фуко ничего не доказали своими измерениями. Они мерили групповую скорость света, а ведь для доказательства правильности волновой теории надо было измерять фазовую скорость. Тогда этого не знали и, может быть, было счастьем для физики, что этот опыт почитался решающим, а его результат закрыл рот сторонникам эмиссионной теории. В физике, в науке вообще, неоднократно бывали такие случаи. Если бы знали, что при нагревании тело делается более весомым, то не высказали бы закона сохранения вещества, сыгравшего такую колоссальную роль в физике и технике.

Плохо, однако, когда современные физики не понимают сути дела. В «Истории света» Ронки (Ronchi) измерения Физо и Фуко по-прежнему объявляются решающим доказательством волновой теории: «В 1850 г. Физо и Фуко прямыми измерениями показали, что скорость света в вакууме больше, чем в материи. Отныне никто не мог думать о корцускулярной теории». Он не понимает, что (во всяком случае, логически) эти опыты ничего не доказывают.

Позвольте мне совсем коротко, в виде сухого перечисления, закончить вопросы кинематики.

Вы знаете, какую огромную роль сыграл принцип Доплера. В исследовании строения Вселенной он по сей день является одним из ведущих принципов. Но, вероятно, немногие знают, что когда капитан корабля для ослабления качки меняет курс или скорость, то он тоже исходит из принципа Доплера. Есть и другие вопросы, также «неожиданно» связанные с этим принципом.

Чисто кинематическими являются и вопросы интерференции. Сюда относятся не только замечательные цвета тонких пластинок и мыльных пузырей. Интерференцией объясняются фединги, или замирания, в радиоприеме. Без глубокого знания вопросов интерференции нельзя было бы объяснить синеву неба. Этот вопрос представляет собой другую сторону интерференции и, как это ни странно, связан с задачей о пьяном человеке. Человек этот настолько пьян, что каждый его шаг никак не связан с предыдущим шагом. Задача состоит в определении вероятности того, что за n шагов он уйдет настолько-то от исходной точки. Это задача о броуновском движении, но она же связана и с вопросом о синеве неба.

С точки зрения теории колебаний беспроводная телефония и комбинационное рассеяние света — одно и то же. Это модуляция. Звук — в радио, колебания атомов — в комбинационном рассеянии. В 1928 г. я был в командировке за границей и встретился с одним из лучших мировых инженеров по радио. Он меня спросил: «Что это все говорят — комбинационное рассеяние. Не можете ли вы мне объяснить, что это такое?» Я сказал ему, что это модуляция. И для него, хорошо владеющего идеями колебаний, этого намека оказалось достаточно, чтобы он потом совершенно ясно представил себе, что такое комбинационное рассеяние.

Это все вопросы кинематики колебаний. Я перейду теперь к другим очень важным вопросам. Речь идет о существовании *колебательных систем*, т. е. систем, устроенных так, что им присущи некоторые собственные колебания. Все вы знаете такие системы, как маятник и колебательный контур, и знаете, что это с колебательной точки зрения одно и то же. Теперь все это тривиально, но замечательно именно то, что оно тривиально. Существует, однако, множество других замечательных систем.

Земля покрыта водой. Каков период колебаний воды океанов, покрывающих Землю? Уже Ньютон знал, что это вопрос кардинальный для геофизики. Если представить себе, что вся вода находится в довольно широком канале, прорытом по экватору и имеющем глубину около 3 км, то период оказывается равным 30 часам. Таким образом, вода на Земле — это большой маятник с периодом в 30 часов. Не всегда представляешь себе, что это такое. На выставке

в Америке демонстрировался как чудо техники маятник с периодом в 30 минут, а тут — 30 часов! Какая у такого маятника должна быть приведенная длина! Но пока мы просто запомним эту цифру — 30 часов.

Известно, что среди звезд имеются так называемые цефеиды — звезды, периодически меняющие свою яркость. Периоды цефеид бывают очень различны, от нескольких часов до нескольких недель и даже месяцев. Что это — курьез? Нет, не курьез. Открытие цефеид — одна из самых замечательных страниц в науке. Удалось установить, что их период является однозначной функцией яркости. Тем самым открылись замечательные возможности. Пусть, например, мы наблюдаем две цефеиды с одинаковым периодом, скажем 10 дней, но яркость одной в 10 000 раз меньше, чем другой. Это значит, что она в 100 раз дальше от нас. Таким образом, цефеиды оказались как бы вежами, расставленными по Вселенной. Они позволили определять колоссальные расстояния — до сотен и тысяч световых лет, на которых параллаксы ничтожны: ведь до Солнца всего 8 минут. Тип колебаний цефеид еще не найден. Существуют теории Эдингтона, Джинса и других, но они объясняют только часть вопросов.

Совершенно те же методы, которые применяются для колебаний связанных систем, оказываются пригодными и в вопросах возмущений движения планет, например влияния Юпитера на движение Сатурна. Кому бы пришло в голову, что этот вопрос связан с вопросом о взаимодействии и колебаниях молекул твердого тела? Этот последний вопрос очень продвинут, но я все же не считаю его до конца решенным. При его развитии теория смогла объединить акустические и тепловые колебания. Я считаю это фундаментальным шагом, не меньшим, чем, скажем, электромагнитная теория света.

Я говорил до сих пор о двух кругах вопросов — о кинематике колебаний и о собственных колебаниях. Но есть третий и, быть может, наиболее типичный для всего учения о колебаниях. Это вопросы *резонанса*.

Насколько обширна эта область, вряд ли стоит говорить. Я мог бы повторить всем известные примеры — о мальчике, раскачивающем тяжелый колокол (пример, который идет от Галилея и повторен Гельмгольцем), о резонансе камертонов, где мы имеем сотни колебаний в секунду, о настройке радиоприемников, где речь идет уже о миллионах колебаний, о фраунгоферовых линиях, где частоты измеряются уже многими миллиардами.

Давно прошло то время, когда в технике делали только статические расчеты. Сколько было тогда неожиданностей и несчастий! Можно вспомнить, например, провал цепного моста в Испании в наполеоновские времена, провал египетского моста через Фонтан-

ку в Петербурге, когда по нему в ногу проходила гвардейская часть, разрывы валов машин из-за крутильных колебаний и много других. Интересно, что такого рода случаи встречались до самого последнего времени. В конце или в середине 30-х годов был спущен на воду самый быстрый по тому времени огромный французский пароход «Нормандия». На полном ходу он весь так сильно вибрировал, что через несколько рейсов его пришлось поставить в док. В 1900 г. на построенных тогда наших миноносцах «Баян» и «Громобой» оказалась такая вибрация, что мины срывались со своих мест, стрельба была невозможна. А. Н. Крылов первый указал на то, что дело было в резонансе, а раз известна причина, то можно и устранить все неприятности — изменить скорость, если же нельзя это сделать, то как-либо иначе.

Разумеется, резонанс вреден не всюду. Можно было бы привести колоссальное количество примеров его использования. Достаточно указать на радио, где усиление амплитуды при резонансе является одним из основных эффектов.

Но есть еще один момент, который иногда упускают из виду, — фазовые соотношения при резонансе, переход от колебаний в фазе с действующей силой к колебаниям в противофазе при изменении частоты силы от меньшей, чем собственная частота, к большей. С этим также связано много разнообразных явлений в самых различных областях.

Через греков до нас дошли записи вавилонских астрономов, в частности запись о соединении Сатурна и Юпитера с одной из ярких звезд. Когда в XVII в. Эйлер, Д'Аламбер и Клеро развили на основе ньютоновых законов теорию движения планет, то, естественно, хотели узнать, верна ли эта теория. Однако поди жди, пока осуществится какое-либо из ее предсказаний. Но можно произвести расчет в обратном направлении — от сегодняшнего дня на прошедшее. И вот соединение Сатурна и Юпитера, наблюденное вавилонянами, вычислили. Оказалось, что оно на 1° должно было происходить в другом месте, а это лежало за пределами ошибки наблюдений вавилонян. Положение было неясным, пока Лаплас в конце XVIII в. не обратил внимания на то, что периоды обращения Юпитера и Сатурна вокруг Солнца относятся почти точно, как 5 : 2. Поэтому здесь возникают своеобразные резонансные явления, и если их учесть, то получается полное согласие с наблюдениями вавилонян. Тем самым Ньютон полностью восторжествовал.

Фазовые соотношения при резонансе играют наряду с возрастанием амплитуды колоссальную роль и в житейских вопросах. Известно, что при качке корабль иногда зарывается носом, а иногда нет, хотя колебания одинаково сильны. Между тем оголение винтов чрезвычайно вредная вещь, вызывающая порчу машин. Первую

теорию корабля дал Эйлер, но выяснение только что указанного вопроса было дано лишь А. Н. Крыловым.

Играет ли здесь роль резонанс? Да, конечно. Но важна еще и фаза, т. е. важно то, больше или меньше собственная частота качаний корабля, чем частота набегающих на него волн. Вообще выяснение роли скорости хода и курса корабля, учет доплер-эффекта — все это было сделано А. Н. Крыловым.

Но все, что здесь имеет место при резонансе, можно слово за словом перевести на оптический язык в вопросе об аномальной дисперсии. Я остановлюсь, однако, на одном менее известном явлении, связанном с фазой при резонансе, — на лунных приливах и отливах.

Самое примитивное непонимание этого явления иллюстрирует рис. 1. Это, конечно, совершенно неверно: так было бы лишь в статическом случае, если бы все было неподвижно. В действительности — как учат в книжках — из-за ускорения получается выпуклость и с диаметрально противоположной стороны, как показано на рис. 2. Однако и эта картина не совсем верна, потому что в действительности выпуклости повернуты на некоторый угол и при наиболее высоком стоянии Луны еще не имеет места максимум прилива (рис. 3).

В чем же здесь дело? Вспомним, что океан — это маятник с периодом в 30 часов. А лунный период, т. е. полуоборот Луны вокруг Земли, составляет около 12 часов. Таким образом, период силы короче собственного, и мы имеем колебания со сдвигом фазы, близким

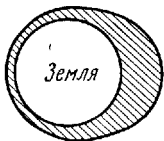


Рис. 1

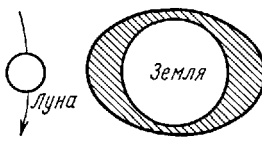


Рис. 2

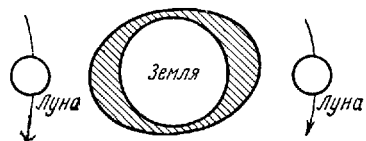


Рис. 3

к 180° . Только это и может дать единственно правильную динамическую теорию приливов.

Могу ли я считать, что сумел дать вам некоторое представление о громадном диапазоне теории колебаний? Можно было бы привести еще большее количество примеров, но уже и этих достаточно, чтобы увидеть разнообразие охватываемых явлений, в которых учение о колебаниях вносит единообразное понимание, чтобы увидеть универсальность этой дисциплины. Но если это так, то у вас естественно может возникнуть вопрос: все же не ошибаемся

ли мы, придавая теории колебаний такое большое значение? Ведь если бы дело было так, как я говорю, то она должна была бы играть первостепенную роль в развитии всей физики. Но оно так и есть.

Если вы посмотрите историю физики, то увидите, что главные открытия по существу были колебательными. Я постараюсь показать это теперь, хотя я и не хотел бы заходить так далеко, как английский математик и философ Уайтхед, который говорит, что рождение теоретической физики связано с применением к различным вопросам понятия периодичности.

Кстати, вы можете сказать: вот все время говорится о колебаниях и еще долго будет говориться, а не дано *определения*, что такое колебания. Я считаю, что давать определения — это трудная и неблагодарная задача. Вы дадите какое-то определение, а через два года его измените. Мне кажется, что важно и целесообразно другое. Важно указывать общие идеи, выделять *руководящие точки зрения*, которые позволяют нам *объединять целый класс проблем* наряду с *указанием тех фактических явлений*, о которых идет речь, с тем чтобы вызвать в памяти все их разнообразие. Так вот, одной из таких общих, руководящих точек зрения в учении о колебаниях является *периодичность*. Периодические явления — явления колебательные, но обратное неверно. Несомненно, то, что мы называем сегодня колебательными процессами, крайне разнообразно. Но развилось учение о колебаниях, по-видимому, на понятие — сегодня оно является частным понятием в области колебаний — *почти-периодических* или *приблизительно периодических* (но не *почти-периодических*!) процессов¹. Уже самое поверхностное наблюдение над явлениями природы привело нас к выделению таких процессов. Удары сердца и дыхание в нас самих, смена дня и ночи, смена времен года — все это периодические процессы. Ясно, что периодические, повторяющиеся явления легче изучать, чем однократные. Вообще я считаю, что явления, принципиально неповторимые, происходящие принципиально только один раз, не могут быть объектом изучения. Метеорология поэтому и находится в плохом состоянии, что в изучаемых ею явлениях нет периодичности. В теории приливов положение трудное, но все же лучше, так как некоторая периодичность существует.

Периодические явления начали входить в рассмотрение в XVI в. Коперник свел *сложные* видимые движения планет на их периодическое обращение вокруг Солнца. Затем Кеплер открывает свой знаменитый закон, который связал продолжительность этого обращения планет — *период* — с длиной большой полуоси их орбит,

¹ Понятие почти-периодических процессов (функций) развилось позднее.

закон, который лег в основу ньютоновского закона всемирного тяготения. Галилей наблюдает в Пизанском соборе качания паникадил и открывает изопериодичность малых колебаний. Он заложил учение о колебаниях маятника и сам кладет этот периодический процесс в основу измерения времени. Следует помнить, что часов ведь тогда не было, тогда не умели точно измерять время. Уже через два года после этих наблюдений Галилея Гюйгенс начал приспособлять маятник к часам. Точные часы были необходимы для мореплавания, для определения долгот. В 1714 г. английское Адмиралтейство объявило премию в 20 тыс. фунтов стерлингов тому, кто построит хронометр с неточностью хода не более 3 секунд в сутки. Только через 45 лет Гаррисон построил такой хронометр (деньги ему, конечно, выдали не сразу, а еще через 10 лет). Важность этого дела нельзя преуменьшить: точные хронометры — это развитие мореплавания. Конечно, теперь их заменяет радио, но тогда это было жизненно важным вопросом.

Маятник сыграл большую роль и в создании общей теории относительности. Альфа и омега этой теории — равенство инертной и весомой масс. Это равенство впервые было установлено Ньютоном путем опытов с маятниками. С их помощью была исследована форма Земли. Измерения Рише (1672 г.), проведенные в Кайене и в Париже, показали, что для синхронности колебаний длина маятников должна отличаться в этих местах на 2,5 мм.

Еще большую роль сыграло учение о сложном маятнике, вопрос о нахождении центра качаний. На задаче о маятнике, как простом, так и особенно сложном, на задаче об определении периода такого маятника (вероятно, это одна из самых важных проблем в XVII и XVIII вв.) развился, по существу, вопрос о законе «живых сил» (Гюйгенс) и о сохранении энергии.

ВТОРАЯ ЛЕКЦИЯ

(28.III 1944 г.)

Прошлый раз я кратко и в общих чертах дал обозрение громадного материала, охватываемого теорией колебаний, а с другой стороны, тоже кратко начал исторический обзор того, какие этапы развития физики связаны с теорией колебаний. Сегодня я продолжу этот обзор.

Я указал, что Коперник вскрыл периодичность в обращении планет. Галилей и Гюйгенс изучали маятник. В этой проблеме по