Глава I
Кинематика точки и системы

§ 1. Основные понятия, задачи кинематики

1. Пространство и время. Механическое движение происходит в пространстве и времени. В теоретической механике в качестве моделей реальных пространства и времени принимаются их простейшие модели — абсолютное пространство и абсолютное время, существование которых постулируется. Абсолютные пространство и время считаются независимыми одно от другого; в этом состоит основное отличие классической модели пространства и времени от их модели в теории относительности, где пространство и время взаимосвязаны.

Предполагается, что *абсолютное пространство* представляет собой трехмерное, однородное и изотропное неподвижное евклидово пространство. Наблюдения показывают, что для небольших по размерам областей реального физического пространства евклидова геометрия справедлива.

Абсолютное время в теоретической механике считается непрерывно изменяющейся величиной, оно течет от прошлого к будущему. Время однородно, одинаково во всех точках пространства и не зависит от движения материи.

Движение в его геометрическом представлении имеет относительный характер: одно тело движется относительно другого, если расстояния между всеми или некоторыми точками этих тел изменяются. Для удобства исследования геометрического характера движения в кинематике можно взять вполне определенное твердое тело, т. е. тело, форма которого неизменна, и условиться считать его неподвижным. Движение других тел по отношению к этому телу будем в кинематике называть *абсолютным движением.* В качестве неподвижного тела отсчета обычно выбирают систему трех не лежащих в одной плоскости осей (чаще всего взаимно ортогональных), называемую *системой отсчета*, которая по определению считается *неподвижной* (*абсолютной*) *системой отсчета* или *неподвижной* (*абсолютной*) *системой координат.* В кинематике этот выбор произволен. В динамике такой произвол недопустим. За единицу измерения времени принимается секунда: $1\ \text{с} = 1/86\,400$ сут, определяемых астрономическими наблюдениями. В кинематике надо еще выбрать единицу длины, например 1 м, 1 см и т. п. Тогда основные кинематические характеристики движения: положение, скорость, ускорение, о которых будет идти речь дальше, определяются при помощи единиц длины и времени.

Если некоторый определенный момент принять за начало отсчета времени, то всякий другой момент времени однозначно определяется соответствующим числом t, т. е. числом секунд, прошедших между начальным и рассматриваемым моментом. Это число положительно или отрицательно, смотря по тому, следует ли рассматриваемый момент времени за начальным или предшествует ему, т. е. $-\infty < t < +\infty$.

2. Материальная точка. Механическая система. Под *материальной точкой* понимается частица материи, достаточно малая для того, чтобы ее положение и движение можно было определить как для объекта, не имеющего размеров. Это условие будет выполнено, если при изучении движения можно пренебречь размерами частицы и ее вращением. Можно или нельзя принять материальный объект за материальную точку, зависит от конкретной задачи. Например, при определении положения спутника Земли в космическом пространстве очень часто целесообразно принимать его за материальную точку; если же рассматриваются задачи, связанные с ориентацией антенн, солнечных батарей, оптических приборов, установленных на спутнике, то его нельзя считать материальной точкой, так как в вопросах ориентации нельзя пренебрегать вращением спутника и его следует рассматривать как объект, имеющий конечные, хотя и малые по сравнению с расстоянием до Земли, размеры.

В теоретической механике материальная точка представляет собой геометрическую точку, наделенную по определению механическими свойствами; эти свойства будут рассмотрены в динамике. В кинематике же материальная точка отождествляется с геометрической точкой.

Геометрическое место последовательных положений движущейся точки называется ее *траекторией*. Если при $t_1 < t < t_2$ траектория — прямая линия, то движение точки прямолинейное, в противном случае криволинейное. В частности, движение точки на интервале времени $t_1 < t < t_2$ называют *круговым*, если на этом интервале траектория точки лежит на окружности.

Механической системой, или *системой материальных точек*, или, для краткости, просто *системой* мы будем называть выделенную каким-либо образом совокупность материальных точек.

3. Задачи кинематики. Задать движение точки (системы) — значит дать способ определения положения точки (всех точек, образующих систему) в любой момент времени.

Задачи кинематики состоят в разработке способов задания движения и методов определения скорости, ускорения и других кинематических величин точек, составляющих механическую систему.

§ 2. Кинематика точки

4. Векторный способ задания движения точки. Рассмотрим движение материальной точки P относительно некоторого тела, которое считается неподвижным. Пусть O — точка, принадлежащая этому телу. Радиус-вектор $\boldsymbol{r}$ движущейся точки P относительно O можно задать как вектор-функцию времени: $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$. С течением времени конец вектора $\boldsymbol{r}$ описывает траекторию точки (рис. 1). Производная от $\boldsymbol{r}$

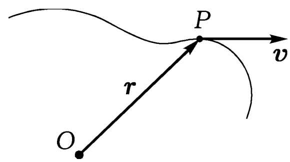

Рис. 1

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \tag{1}$$

называется *скоростью точки* P. Производная от $\boldsymbol{v}$

$$\boldsymbol{w} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \tag{2}$$

называется *ускорением точки* P.

5. Координатный способ задания движения точки. Пусть $Oxyz$ — неподвижная декартова прямоугольная система координат, а $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ — орты ее осей Ox, Oy, Oz. Тогда вектор-функция $\boldsymbol{r}(t)$ может быть задана тремя скалярными функциями $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ — координатами точки P:

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}.$$

При этом для скорости имеем выражение

$$\boldsymbol{v}(t) = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}, \tag{3}$$

где $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$, $v_z = \dot{z}$ — проекции скорости $\boldsymbol{v}$ на оси Ox, Oy, Oz.[1] Величина скорости v и ее направление определяются равенствами

$$\begin{gathered} v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \\ \cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{i}) = \frac{\dot{x}}{v}, \qquad \cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{j}) = \frac{\dot{y}}{v}, \qquad \cos(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{k}) = \frac{\dot{z}}{v}. \end{gathered} \tag{4}$$

[1] Производная по t какой-либо величины, являющейся функцией аргумента t, часто обозначается точкой над соответствующим символом, обозначающим эту величину.