

Следовательно, уравнение состояния воздуха (равно как и любого другого идеального газа) можно записать также в следующем виде:

$$p = knT, \quad (3.12)$$

где $n = N/V$ — число молекул воздуха в 1 м^3 , которое, как следует из (3.12), при фиксированных p и T одинаково для всех газов (при $T = 0^\circ\text{C}$ и $p = 1013,2 \text{ гПа}$, $n = 2,687 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$).

Из уравнений (3.8) и (3.12) следует

$$R_c \rho = \frac{R^*}{\mu_c} \rho = \frac{kN}{\mu_c} \rho = kn,$$

откуда

$$\rho = n \frac{\mu_c}{N} = nm, \quad (3.13)$$

где $m = \mu_c/N$ — средняя масса одной молекулы воздуха.

4 Уравнение состояния влажного воздуха

Влажный воздух представляет собой механическую смесь сухого воздуха и водяного пара. Так как критическая температура водяного пара ($T_{\text{кр}} = 374^\circ\text{C}$) выше наблюдаемых в атмосфере температур, то он в реальных условиях атмосферы может переходить в жидкое и твердое состояния (конденсироваться и сублимироваться).

Теория фазовых переходов водяного пара детально рассматривается в разделе IV. Здесь отметим только, что условие $T < T_{\text{кр}}$ необходимо, но недостаточно для перехода пара в жидкое и твердое состояния. Для начала конденсации водяного пара необходимо также, чтобы он достиг состояния насыщения.

Так как реально наблюдаемые температуры в атмосфере ниже критической температуры водяного пара, его физические свойства, вообще говоря, могут отличаться от свойств идеального газа. Однако экспериментальным путем установлено, что физические свойства водяного пара практически близки к свойствам идеального газа. По этой причине уравнение состояния водяного пара с достаточной степенью точности можно записать в виде

$$e v_{\text{п}} = R_{\text{п}} T, \quad (4.1)$$

где e — парциальное давление водяного пара, $v_{\text{п}}$ — удельный объем, $R_{\text{п}}$ — удельная газовая постоянная водяного пара, равная $R_{\text{п}} =$

$$= R^* / \mu_{\text{п}} = \frac{8,314 \cdot 10^3}{18,015} = 461,5 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \text{ где } \mu_{\text{п}} = 18,015 \text{ кг}/\text{кмоль} —$$

относительная молекулярная масса водяного пара.

Для того чтобы показать, насколько удовлетворительно уравнение (4.1) выполняется и для насыщенного водяного пара, приведем значения $R_{\text{п}}$, рассчитанные по уравнению (4.1) на основе измеренных значений температуры T , давления пара в состоянии насыщения E и удельного объема $v_{\text{п}}$:

T °С	0	10	20	30	40	100
E гПа	6,11	12,27	23,37	42,43	73,77	1013,2
$v_{\text{п}}$ м ³ /кг	206,3	106,4	57,84	32,93	19,55	1,67
$R_{\text{п}}$ Дж/(кг·К)	461,3	461,1	461,0	460,6	460,3	451,3

Из этих данных видно, что, строго говоря, водяной пар по своим свойствам отличается от идеального газа (поскольку $R_{\text{п}}$ не постоянна). Однако в пределах от 0 до 40 °С экспериментальное значение $R_{\text{п}}$ практически совпадает с теоретическим (461 Дж/(кг·К)). Это говорит о том, что в данном интервале температур с достаточной степенью точности уравнение (4.1) может служить уравнением состояния как ненасыщенного, так и насыщенного водяного пара.

Перейдем к выводу уравнения состояния влажного воздуха. Для этого выделим в атмосфере 1 г влажного воздуха. Пусть в нем содержится s г водяного пара и $(1 - s)$ г сухого воздуха.

Обозначим через $v_{\text{п}}$, $v_{\text{с}}$ и v соответственно удельные объемы водяного пара, сухого и влажного воздуха. Сухой воздух и водяной пар равномерно распределены по всему объему влажного воздуха (полностью занимают этот объем). Так как v — объем s г водяного пара и $(1 - s)$ г сухого воздуха, то удельные объемы водяного пара и сухого воздуха соответственно равны:

$$v_{\text{п}} = v/s, \quad v_{\text{с}} = v/(1 - s). \quad (4.2)$$

Примем следующие обозначения: p — общее давление, T — температура (одинаковая для водяного пара, сухого и влажного воздуха); e — парциальное давление водяного пара; $(p - e)$ — парциальное давление сухого воздуха. Уравнением состояния водяного пара служит уравнение (4.1).

Уравнение состояния сухой части воздуха имеет вид

$$(p - e) v_{\text{с}} = R_{\text{с}} T. \quad (4.3)$$

Составим отношение:

$$\frac{R_{\text{п}}}{R_{\text{с}}} = \frac{\mu_{\text{с}}}{\mu_{\text{п}}} = \frac{28,96}{18,015} = 1,608$$

или

$$R_{\text{п}} = 1,608 R_{\text{с}}, \quad R_{\text{с}} = 0,622 R_{\text{п}}. \quad (4.4)$$

Подставим в уравнения (4.1) и (4.3) значения удельных объемов по (4.2) и удельной газовой постоянной водяного пара по (4.4):

$$e \frac{v}{s} = 1,608R_c T \quad \text{или} \quad ev = 1,608R_c sT, \quad (4.5)$$

$$(p - e) \frac{v}{1-s} = R_c T \quad \text{или} \quad (p - e)v = R_c(1-s)T. \quad (4.6)$$

Сложив уравнения (4.5) и (4.6), получим *уравнение состояния влажного воздуха*

$$pv = R_c T (1 + 0,608s), \quad (4.7)$$

которому можно придать два различных вида в зависимости от того, отнесен ли множитель $(1 + 0,608s)$ к удельной газовой постоянной R_c или к температуре T .

Если ввести удельную газовую постоянную влажного воздуха

$$R = R_c (1 + 0,608s),$$

то уравнение (4.7) примет вид

$$pv = RT. \quad (4.8)$$

Удельная газовая постоянная R в этом уравнении — величина переменная, зависящая от влажности воздуха s .

В метеорологии множитель $(1 + 0,608s)$ обычно относят к температуре, вводя понятие *виртуальной температуры*

$$T_v = T (1 + 0,608s). \quad (4.9)$$

Нередко виртуальную температуру представляют в виде суммы

$$T_v = T + \Delta T_v,$$

где ΔT_v — *виртуальный добавок*. Из сравнения последнего выражения с (4.9) следует

$$\Delta T_v = 0,608sT \approx 0,378T \frac{e}{p}. \quad (4.10)$$

Если водяной пар находится в состоянии насыщения, то ΔT_v при данных T и p достигает наибольшей величины

$$\Delta T_{vm} = 0,378T \frac{E(T)}{p},$$

которая при фиксированном p является функцией одной лишь температуры. Приводим значения максимального виртуального добавка ΔT_{vm} при $p = 1000$ гПа:

T °С	— 40	— 30	— 20	— 15	— 10	— 5	0	5
ΔT_{vm} °С	0,01	0,03	0,12	0,19	0,3	0,4	0,6	0,9
T °С	10	15	20	25	30	35	40	
ΔT_{vm} °С	1,3	1,9	2,6	3,6	4,9	6,6	8,9	

Из этих данных вытекает, что виртуальный добавок, а вместе с этим и роль влажности в изменении плотности воздуха малы при низких температурах и достаточно велики при высоких.

С введением виртуальной температуры уравнение состояния влажного воздуха принимает вид

$$pv = R_c T_v. \quad (4.11)$$

Если в (4.11) ввести плотность влажного воздуха $\rho = 1/v$, то уравнение состояния влажного воздуха примет вид

$$p = R_c \rho T_v. \quad (4.12)$$

Из сравнения уравнения (4.12) с уравнением (3.8) следует, что при одинаковых температуре и давлении *плотность влажного воздуха всегда меньше плотности сухого воздуха*. Физически это объясняется тем, что в состав влажного воздуха входит более легкий (по сравнению с сухим воздухом) водяной пар, который вытесняет часть сухого воздуха.

5 Характеристики влажности воздуха и связь между ними

Водяной пар — это переменная составная часть атмосферы. Содержание водяного пара в атмосфере оценивается с помощью *характеристик влажности воздуха*, или *гигрометрических величин*, к которым относятся: давление водяного пара, абсолютная и относительная влажность, массовая доля водяного пара, отношение смеси, точка росы и дефициты давления и точки росы.

Парциальное давление водяного пара e .¹ При данной температуре давление водяного пара не может превышать некоторое предельное значение E , называемое *давлением насыщения* или *давлением насыщенного* водяного пара. Давление насыщения зависит от температуры (оно увеличивается с увеличением температуры).

¹ В дальнейшем эту величину будем называть давлением водяного пара или давлением пара.