этого проинтегрируем уравнение (2.2), разделив предварительно переменные:

$$\int\limits_{T_{i0}}^{T_i} c_p \frac{dT_i}{T_i} = \int\limits_{p_0}^{p} R_c \frac{dp}{p}.$$

Отсюда получаем

$$\frac{T_i}{T_{i0}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R_c}{c_p}}, \quad \frac{T_i}{T_{i0}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{c_p - c_v}{c_p}}, \quad \frac{T_i}{T_{i0}} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}, \qquad (2.3)$$

где $\frac{R_c}{c_p} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = 0{,}286.$

Уравнение (2.3) представляет собой *уравнение адиабатического процесса в интегральной форме (уравнение Пуассона)*, или *уравнение сухой адиабаты*

3 Сухоадиабатический градиент

Исследуем вопрос об изменении температуры в адиабатически поднимающейся частице сухого воздуха. Для этого воспользуемся уравнением первого начала

$$c_p dT_i - R_c T_i \frac{dp}{p} = 0 \qquad (3.1)$$

и основным уравнением статики атмосферы, которое определяет изменение давления $p = p_i = p_e$ с высотой:

$$dp = -g\rho_e dz \quad \text{или} \quad \frac{dp}{p} = -g\frac{dz}{R_c T_e}. \qquad (3.2)$$

Последнее выражение dp/p подставим в уравнение (3.1). Тогда

$$c_p dT_i + \frac{gT_i}{T_e} dz = 0.$$

Из этого уравнения, если разделить слагаемые на $c_p dz$, найдем, что изменение температуры воздушной частицы, отнесенное к единице высоты, при адиабатическом процессе равно

$$\left(\frac{dT_i}{dz}\right)_a = -\frac{g}{c_p}\frac{T_i}{T_e}. \qquad (3.3)$$

Соотношение (3.3) показывает, что при *адиабатическом подъеме воздушной частицы температура ее всегда падает* ($dT_i/dz <$ < 0), что связано с расходом внутренней энергии на работу расширения.

Сухоадиабатическим градиентом называется падение температуры при адиабатическом подъеме сухой воздушной частицы, отнесенное к единице высоты:

$$\gamma_a = -(dT_i/dz)_a. \tag{3.4}$$

Из сравнения (3.3) и (3.4) получаем

$$\gamma_a = \frac{g}{c_p} \frac{T_i}{T_e}. \tag{3.5}$$

В общем случае, как показывает последнее соотношение, γ_a является переменной величиной, зависящей от T_i/T_e. Но в реальной атмосфере различие в температурах воздушной частицы и окружающей среды невелико (разность $T_i - T_e$ не превышает 5—10 °С). По этой причине отношение T_i/T_e можно считать близким к единице ($T_i/T_e \approx 1$), а сухоадиабатический градиент — постоянной величиной:

$$\gamma_a = g/c_p. \tag{3.6}$$

Если воспользоваться соотношением (1.4), этой формуле можно придать другой вид:

$$\gamma_a = \frac{c_p - c_v}{c_p} \frac{g}{R_c} = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \frac{g}{R_c}.$$

Подставляя значения $\varkappa$, g и R_c, получаем

$$\gamma_a = 0{,}0098\ ^\circ\text{С/м} = 0{,}98\ ^\circ\text{С/100 м}. \tag{3.7}$$

Приближенно можно считать $\gamma_a \approx 1$ °С/100 м, т. е. *температура адиабатически поднимающейся сухой воздушной частицы падает примерно на* 1 °С *при подъеме на каждые 100 м высоты.*

Как и введенные выше угловая скорость вращения (ω) и ускорение свободного падения (g), сухоадиабатический градиент $\gamma_a = g/c_p$ — постоянная величина только для данной планеты. Для сравнения приводим значения γ_a для некоторых планет Солнечной системы:

Планета . .	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Солнце
γ_a °С/км .	3-4,5	8,5-11	9,8	4,5	2,5	13,4

Если считать сухоадиабатический градиент постоянной величиной, то уравнение $-dT_i/dz = \gamma_a$ может быть проинтегрировано и записано в следующем виде:

$$T_i = T_{i0} - \gamma_a (z - z_0) \approx T_{i0} - 0{,}01\,(z - z_0), \tag{3.8}$$

где T_{i0} и T_i — температура частицы соответственно на исходном уровне z_0 и произвольной высоте z (в метрах). Последнее уравнение представляет собой *приближенное уравнение сухой адиабаты.*

Изменение с высотой температуры адиабатически поднимающейся воздушной частицы графически изображается в осях координат температура — высота в виде прямой линии. Она носит название *сухой адиабаты* или *кривой состояния сухой воздушной частицы.*

Наряду с адиабатическими процессами рассматриваются более общие, политропические. *Политропическим процессом* называется такой процесс, при котором приток тепла к воздушной частице прямо пропорционален изменению температуры:

$$dq = c\,dT, \tag{3.9}$$

где c — теплоемкость политропического процесса (величина постоянная). Частными случаями политропического процесса являются адиабатический процесс ($c=0$, $dq=0$), изобарический процесс ($c=c_p$, $dq=c_p dT$), изостерический процесс ($c=c_v$, $dq=c_v dT$), изотермический процесс ($c=\pm\infty$, $dT=0$).

4 Потенциальная температура

Температура, которую примет воздушная частица, если ее опустить или поднять сухоадиабатически с исходного уровня до *уровня, где давление равно* 1000 гПа, *носит название потенциальной температуры.* Обозначим ее через Θ.

Рассмотрим два состояния воздушной частицы: начальное (T_i, p) и конечное (Θ, 1000 гПа). Поскольку процесс адиабатический, то по уравнению (2.3)

$$\frac{T_i}{\Theta} = \left(\frac{p}{1000}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \quad \text{или} \quad \Theta = T_i\left(\frac{1000}{p}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}. \tag{4.1}$$

Нетрудно получить приближенное выражение для Θ. Поскольку при опускании на каждые 100 м частица нагревается на 1 °С, то при давлении на поверхности земли $p_0=1000$ гПа

$$\Theta = T_i + z/100. \tag{4.2}$$

Если же $p_0 \neq 1000$ гПа, то

$$\Theta = T_i + \frac{z}{100} + \frac{1000 - p_0}{12{,}5}. \tag{4.3}$$

Последнее слагаемое в правой части представляет собой изменение температуры частицы при перемещении ее от поверхности Земли до уровня 1000 гПа. Если, например, $p_0 < 1000$ гПа, то уровень 1000 гПа лежит ниже поверхности Земли на $(1000 - p_0)h$ м (здесь h — барическая ступень). Вблизи уровня моря $h \approx 8$ м/гПа,