9 Уравнение первого начала термодинамики для влажноадиабатического процесса

Выделим частицу влажного насыщенного воздуха единичной массы и сообщим ей количество тепла dq. Это тепло затрачивается на: а) изменение внутренней энергии $c_v dT_i$, б) работу расширения $p dv_i$, в) испарение некоторого количества воды. Испарение должно произойти потому, что при сообщении тепла dq температура частицы повысится и водяной пар, который содержится в частице, уже не будет насыщенным. Для того чтобы он оставался насыщенным, необходимо увеличить долю пара на ds_m путем испарения воды. На испарение такой массы воды затрачивается количество тепла $L ds_m$ (L — удельная теплота парообразования).

Таким образом, уравнение первого начала термодинамики имеет в этом случае вид

$$dq = c_v\, dT_i + p\, dv_i + L\, ds_m. \tag{9.1}$$

Если воспользоваться уравнением состояния влажного воздуха, то уравнение (9.1) можно привести к виду

$$dq = c_p\, dT_i - RT_i \frac{dp}{p} + L\, ds_m. \tag{9.2}$$

Уравнения (9.1) и (9.2) для влажноадиабатического процесса ($dq = 0$) принимают вид:

$$c_v\, dT_i + p\, dv_i + L\, ds_m = 0, \tag{9.3}$$

$$c_p\, dT_i - RT_i \frac{dp}{p} + L\, ds_m = 0. \tag{9.4}$$

С учетом основного уравнения статики уравнение (9.4) запишем в виде

$$c_p dT_i + \frac{gT_i}{T_e} dz + L\, ds_m = 0. \tag{9.5}$$

Из этого уравнения находим *влажноадиабатический градиент:*

$$\gamma_a' = -\frac{dT_i}{dz} = \frac{g}{c_p} \frac{T_i}{T_e} + \frac{L}{c_p} \frac{ds_m}{dz}$$

или

$$\gamma_a' = \gamma_a + \frac{L}{c_p} \frac{ds_m}{dz}. \tag{9.6}$$

Формула (9.6) показывает, что всегда $\gamma_a' < \gamma_a$, так как при адиабатическом подъеме влажного насыщенного воздуха доля пара уменьшается: $ds_m/dz < 0$. В отличие от сухоадиабатического градиента, который практически постоянен, влажноадиабатический градиент изменяется в зависимости от температуры и давления (высоты).

Так как доля пара в состоянии насыщения

$$s_m = 0{,}622E/p,$$

то

$$\frac{1}{s_m}\frac{ds_m}{dz} = \frac{1}{E}\frac{dE}{dz} - \frac{1}{p}\frac{dp}{dz} = \frac{1}{E}\frac{dE}{dT_i}\frac{dT_i}{dz} - \frac{1}{p}\frac{dp}{dz}$$

или

$$\frac{ds_m}{dz} = 0{,}622\frac{E}{p}\left(\frac{g}{RT_e} - \frac{\gamma_a'}{E}\frac{dE}{dT_i}\right).$$

Подставляя значение ds_m/dz в формулу (9.6), получаем

$$\gamma_a' = \gamma_a + 0{,}622\frac{L}{c_p}\frac{E}{p}\left(\frac{g}{RT_e} - \frac{\gamma_a'}{E}\frac{dE}{dT_i}\right);$$

отсюда

$$\gamma_a' = \frac{\gamma_a + 0{,}622\dfrac{L}{c_p}\dfrac{E}{p}\dfrac{g}{RT_e}}{1 + 0{,}622\dfrac{L}{c_p}\dfrac{1}{p}\dfrac{dE}{dT_i}} \quad \text{или} \quad \gamma_a' = \gamma_a\frac{p + 0{,}622\dfrac{LE}{RT_i}}{p + 0{,}622\dfrac{L^2E}{c_pR_\text{п}T_i^2}}. \qquad (9.7)$$

Зная зависимость E от температуры, по последней формуле можно рассчитать влажноадиабатический градиент для любых значений температуры и давления. Результаты расчета представлены в табл. 4.1.

Таблица 4.1. Значения влажноадиабатического градиента (°С/100 м)

p гПа	t °С										
	−60	−50	−40	−30	−20	−10	0	10	20	30	40
1000	0,973	0,966	0,950	0,917	0,856	0,763	0,658	0,532	0,435	0,363	0,315
800	0,972	0,964	0,944	0,903	0,831	0,726	0,614	0,489	0,398	0,335	0,294
600	0,970	0,960	0,934	0,882	0,793	0,674	0,557	0,436	0,356	0,303	0,270
400	0,968	0,952	0,914	0,842	0,730	0,594	0,478	0,371	0,307	0,267	0,243
200	0,959	0,928	0,861	0,745	0,597	0,456	0,361	0,286	0,247	0,223	0,204
100	0,943	0,886	0,774	0,615	0,458	0,342	0,269	0,226	0,207	0,187	0,163

С ростом температуры (при одном и том же давлении) влажноадиабатический градиент уменьшается; при низких температурах он приближается к сухоадиабатическому градиенту. С увеличением давления (при $T = \text{const}$) γ_a' растет.