4 Уравнение притока тепла в турбулентной атмосфере

В п. 3 были названы потоки тепла, которые наблюдаются в атмосфере и влияют на изменение теплового состояния воздуха. Изменение температуры в каком-либо объеме воздуха непосредственно определяется не потоком тепла, а его *притоком*, т. е. разностью потоков тепла, входящих в объем и уходящих из него.

Получим в общем виде уравнение притока тепла в турбулентной атмосфере, приняв во внимание наиболее важные потоки тепла, встречающиеся в атмосфере. Исходным уравнением служит уравнение сохранения энергии (первого начала термодинамики), которое запишем в виде

$$\frac{dq}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} - \frac{RT}{p} \frac{dp}{dt}, \tag{4.1}$$

где dq/dt — приток тепла к единичной массе движущегося воздуха за единицу времени (скорость удельного притока тепла), который представим в виде суммы четырех слагаемых:

$$\frac{dq}{dt} = \varepsilon_{\text{т}} + \varepsilon_{\text{л}} + \varepsilon_{\text{п}} + \varepsilon_{\text{к}}. \tag{4.2}$$

Здесь $\varepsilon_{\text{т}}$, $\varepsilon_{\text{л}}$, $\varepsilon_{\text{п}}$ и $\varepsilon_{\text{к}}$ — удельные притоки тепла, обусловленные соответственно турбулентным и молекулярным теплообменом, переносом лучистой энергии, фазовыми переходами воды в атмосфере и переходом (диссипацией) кинетической энергии движения в тепловую под влиянием молекулярного и турбулентного перемешивания.

Общая формула для притока тепла. Можно получить общую формулу для *притока тепла* любого вида, если известен его *поток*. Рассмотрим вывод формулы на примере распространения тепла в вертикальном направлении. Выделим в атмосфере элементарный столб воздуха, заключенный между высотами z и $z+dz$ и имеющий поперечное сечение 1 м^2. Обозначим поток тепла на уровне нижнего основания через Q_z, а на уровне верхнего основания через Q_z+dQ_z. *Приток тепла* к выделенному объему воздуха, очевидно, равен разности входящего Q_z и уходящего Q_z+dQ_z потоков тепла:

$$Q_z - (Q_z + dQ_z) = -dQ_z. \tag{4.3}$$

Изменение потока тепла на величину dQ_z произошло на расстоянии dz (другие координаты не изменились: $dx=dy=0$). Поэтому дифференциал потока dQ_z можно представить в виде

$$dQ_z = \frac{\partial Q_z}{\partial z} dz.$$

Так как масса рассматриваемого объема воздуха равна $dm = \rho dz$, то приток тепла ε в единицу времени к 1 кг воздуха равен

$$\varepsilon = -\frac{dQ_z}{dm} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial Q_z}{\partial z}. \qquad (4.4)$$

Если поток тепла имеет составляющие Q_x, Q_y, Q_z по всем трем осям координат, то результирующий приток тепла к 1 кг воздуха представим в виде

$$\varepsilon = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z}\right). \qquad (4.5)$$

Величина, стоящая в скобках, представляет собой дивергенцию вектора $\mathbf{Q}$, составляющие которого по осям координат равны Q_x, Q_y, Q_z, т. е.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = \operatorname{div}\mathbf{Q}. \qquad (4.6)$$

Дивергенция потока тепла $\mathbf{Q}$, рассматриваемого как вектор, равна, согласно (4.5), притоку тепла к единичному объему воздуха за единицу времени (при $\operatorname{div}\mathbf{Q} > 0$ приток отрицателен, при $\operatorname{div}\mathbf{Q} < 0$ приток положителен).

Турбулентный приток тепла. Согласно (3.3) и (3.4), составляющие турбулентного потока тепла по осям x, y, z равны:

$$Q_x = -c_p A'\frac{\partial\Theta}{\partial x}, \quad Q_y = -c_p A'\frac{\partial\Theta}{\partial y}, \quad Q_z = -c_p A\frac{\partial\Theta}{\partial z}. \qquad (4.7)$$

На основании (4.5) формула для *турбулентного притока тепла* принимает вид

$$\varepsilon_т = \frac{c_p}{\rho}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(A'\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(A'\frac{\partial\Theta}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right)\right]. \qquad (4.8)$$

На других видах притока тепла ($\varepsilon_л$, $\varepsilon_п$), вошедших в уравнение (4.2), остановимся в следующих главах учебника.

Понятие об индивидуальной и локальной производных. Все рассуждения этой главы относились к некоторой индивидуальной воздушной частице. В общем случае метеорологические величины, характеризующие физическое состояние такой частицы при ее движении в атмосфере, являются функциями координат x, y, z и времени t:

$$F = F(x, y, z, t),$$

где F обозначает любую величину.

Поскольку частица движется, ее координаты — функции времени, т. е.

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$$

При изучении движения атмосферы обычно используется прямоугольная (чаще всего правая) декартова система координат, ось z

которой направлена по истинной вертикали вверх, а плоскость xoy — касательная к уровенной поверхности.

Изменение величины F со временем внутри воздушной частицы можно охарактеризовать с помощью производной от F по времени (dF/dt). По известным правилам дифференцирования сложных функций можем записать

$$\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial F}{\partial y}\frac{dy}{dt}+\frac{\partial F}{\partial z}\frac{dz}{dt}, \tag{4.9}$$

где $dx/dt=u$, $dy/dt=v$, $dz/dt=w$ — проекции скорости движения частицы на оси координат x, y, z соответственно. С учетом этих соотношений формула (4.9) принимает вид

$$\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+u\frac{\partial F}{\partial x}+v\frac{\partial F}{\partial y}+w\frac{\partial F}{\partial z}. \tag{4.10}$$

Производную dF/dt, характеризующую скорость изменения величины F в движущейся воздушной частице, называют *индивидуальной* или *полной производной*; частную производную $\partial F/\partial t$, которая представляет собой скорость изменения величины F в неподвижиной точке пространства,— *локальной или местной*. Сумма ($u\,\partial F/\partial x+v\,\partial F/\partial y$), зависящая от горизонтальной скорости движения, носит название *адвективной*, а слагаемое $w\,\partial F/\partial z$, зависящее от вертикальной скорости,— *конвективной производной*.

Преобразуем правую часть уравнения (4.1). С этой целью воспользуемся соотношением (4.10) для индивидуальных производных:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z}, \tag{4.11}$$

$$\frac{dp}{dt}=\frac{\partial p}{\partial t}+u\frac{\partial p}{\partial x}+v\frac{\partial p}{\partial y}+w\frac{\partial p}{\partial z}. \tag{4.12}$$

Оценка слагаемых в правой части (4.12) показывает, что последний (конвективный) член здесь примерно на порядок больше местной и адвективной производных. По этой причине сохраним в (4.12) лишь это конвективное слагаемое.

С учетом соотношений (4.2), (4.8), (4.11) и (4.12) уравнение (4.1) принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t}=-\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)+w(\gamma-\gamma_a)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial\Theta}{\partial z}+\frac{\varepsilon_л+\varepsilon_п+\varepsilon_к}{c_p}. \tag{4.13}$$

При этом мы воспользовались основным уравнением статики $\left(-\frac{RT}{p}w\frac{\partial p}{\partial z}=gw\right)$, пренебрегли изменением плотности при записи турбулентного притока тепла $\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}k\rho\frac{\partial\Theta}{\partial z}\approx\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right)$, а также опустили горизонтальный турбулентный приток тепла (члены с $A'=\rho k'$).

Уравнение (4.13) и представляет собой уравнение *притока тепла в турбулентной атмосфере.* Подчеркнем, что в таком общем виде это уравнение исключительно сложное.

Частные виды уравнения притока тепла. Они получаются из общего уравнения (4.13) на основе оценок порядка величины различных членов правой части при изучении конкретных процессов и пренебрежения малыми среди них.

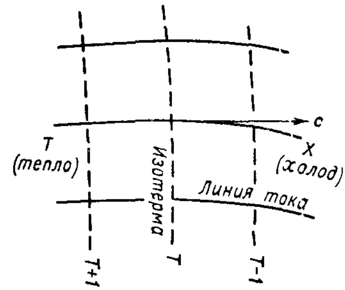

Рис. 9.2. Адвекция тепла.

1. При изучении *непериодических изменений температуры* выше пограничного слоя (в свободной атмосфере) за сравнительно небольшие интервалы времени (порядка суток) в первом приближении можно пренебречь всеми видами притока тепла к индивидуальной массе воздухе, т. е. считать процесс адиабатическим. В этом случае уравнение притока тепла принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t}=-\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)+w(\gamma-\gamma_a). \qquad (4.14)$$

Первое слагаемое

$$-\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)\Delta t=\Delta T_a$$

представляет собой *адвективное изменение температуры за время* Δt, обусловленное горизонтальным переносом (адвекцией) воздушной массы. Адвективное изменение положительно, если перенос воздуха происходит из области более высоких температур (область тепла) в область более низких температур (область холода). В этом случае говорят, что имеет место *адвекция тепла* (рис. 9.2). При обратном направлении движения (из области холода в область тепла) адвективное изменение температуры отрицательно, т. е. наблюдается *адвекция холода.* Адвекция тепла (холода) — важнейший фактор местного изменения температуры на всех высотах в атмосфере (не исключая и пограничного слоя). Подчеркнем, что адвективное изменение температуры (адвекция тепла) служит количественной мерой *притока* (а не потока или переноса) тепла: величина $c_p\,\Delta T_a$ представляет собой удельный приток тепла за время Δt в фиксированной точке пространства. Аналогичное замечание справедливо в отношении конвективного притока тепла.

Вторым существенным фактором служит изменение температуры, обусловленное вертикальным движением воздуха (конвекцией):

$$w(\gamma - \gamma_a)\Delta t = \Delta T_w.$$

При восходящих движениях ($w > 0$) изменение температуры на фиксированном уровне положительно при $\gamma > \gamma_a$ (неустойчивая стратификация), равно нулю при $\gamma = \gamma_a$ и отрицательно при $\gamma < \gamma_a$ (устойчивая стратификация). В случае нисходящих движений ΔT_w имеет обратные знаки. Если подъем или опускание воздуха происходит в облаке (во влажном насыщенном воздухе), то формула для местного изменения температуры под влиянием вертикальных токов имеет вид

$$\Delta T_w = w(\gamma - \gamma_a').$$

2. При изучении *периодических (суточных) колебаний температуры в пограничном слое* принимается во внимание лишь вертикальный турбулентный приток тепла. Поскольку адвективная и конвективная производные за счет осреднения за длительные промежутки времени (сезон, год) обращаются в нуль (их знак изменяется во времени), уравнение (4.13) для этого случая принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \Theta}{\partial z}. \tag{4.15}$$

Это уравнение обычно называют *уравнением теплопроводности атмосферы*.

3. При исследовании свойств воздушной массы, перемещающейся над неоднородной земной поверхностью (например, вблизи берега водоема), велика роль адвекции и турбулентного обмена. Если процесс установившийся ($\partial T/\partial t = 0$), то уравнение (4.13) в этом случае принимает вид

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \Theta}{\partial z}, \tag{4.16}$$

при этом ось x направлена вдоль потока (т. е. $v = 0$). Процесс изменения свойств воздуха под влиянием неоднородной земной поверхности называют *трансформацией* воздушной массы.

4. При рассмотрении среднего (за год, сезон) распределения температуры в атмосфере решающую роль играют притоки тепла $\varepsilon_т$, $\varepsilon_л$ и $\varepsilon_п$. Производные же от температуры (местная, адвективная и конвективная) за счет осреднения по времени (за сезон, год) оказываются близкими к нулю. При этих предположениях уравнение (4.13) принимает вид

$$c_p\left(\frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} k' \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k' \frac{\partial \Theta}{\partial y}\right) + \varepsilon_л + \varepsilon_п = 0. \tag{4.17}$$

Полученные уравнения широко используются для исследования различных атмосферных явлений и процессов.

5 Определение и высота приземного слоя

Изучение физических процессов и явлений в прилегающем к земной поверхности слое атмосферы толщиной в несколько десятков метров представляет большой научный и практический интерес. Состояние этого слоя оказывает существенное влияние на растительный и животный мир Земли, на производственную деятельность и условия жизни человека. Через приземный слой осуществляется взаимодействие атмосферы с земной поверхностью, происходит «питание» вышележащих слоев влагой и теплом. Формирующиеся в приземном слое потоки тепла, водяного пара и количества движения оказывают большое влияние на температурный и ветровой режим других слоев атмосферы, на образование и эволюцию облаков и осадков.

Закономерности физических процессов, происходящих в приземном слое, во многом отличаются от закономерностей этих процессов в других слоях атмосферы. Состояние приземного слоя самым тесным образом связано с состоянием земной поверхности. Метеорологические величины претерпевают в приземном слое резкие изменения с высотой и во времени. Вертикальные градиенты метеорологических величин в этом слое на один-два порядка выше, чем в других слоях; в то время как в свободной атмосфере абсолютная величина вертикального градиента температуры γ имеет порядок 1 °С/100 м, в приземном слое модуль γ в десятки и сотни раз больше γ_a.

В табл. 9.1 и 9.2 приведены два примера распределения температуры воздуха по высоте по данным наблюдений. Согласно этим данным, температура воздуха в приземном слое растет с высотой ($\gamma < 0$) ночью и падает ($\gamma > 0$) днем. Наибольшие (по модулю) значения γ наблюдаются вблизи земной поверхности: здесь они

Таблица 9.1. Распределение температуры воздуха по высоте вблизи земной поверхности. Арысь, Казахская ССР, 27 августа 1945 г.

z м	2 ч		16 ч	
	T °С	γ °С/100 м	T °С	γ °С/100 м
0,05	18,2		37,8	
		—200		330
0,2	18,5		37,3	
		—100		133
0,5	18,8		36,9	
		—80		60
1,5	19,5		36,3	