

ная теплоемкость ( $c_p \rho$ ) воздуха очень мала — порядка  $10^{-3}$ — $10^{-4}$  Дж/(см<sup>3</sup>·°С). По этим причинам увеличение влажности и уменьшение пористости почвы сопровождается ростом ее объемной теплоемкости.

Таким образом, в общем случае коэффициенты  $\lambda$  и  $c^* \rho^*$  в уравнении (1.3) — переменные величины, зависящие от  $\xi$  и  $t$ . Построить решение уравнения (1.3) в этом случае можно лишь с помощью численных методов.

Однако в том случае, когда почва по глубине однородна и одинаково увлажнена, коэффициенты уравнения (1.3) можно считать постоянными. Тогда уравнение теплопроводности принимает вид известного уравнения Фурье:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k_m \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2}. \quad (1.4)$$

Здесь  $k_m = \lambda / c^* \rho^*$  — коэффициент температуропроводности почвы; его единицей, так же как коэффициента турбулентности, является м<sup>2</sup>/с.

## 2 Уравнение теплового баланса земной поверхности

Тепловой режим земной поверхности и атмосферы формируется в конечном счете под влиянием результирующего притока тепла.

Формулы, с помощью которых определяется результирующий приток тепла, называют *уравнениями теплового баланса*. Последнее представляет собой не что иное, как уравнение притока тепла, но записанное или для очень тонкого слоя (как в случае земной поверхности), или для достаточно большого объема воздуха. Уравнение теплового баланса записывают обычно для земной поверхности, всего вертикального столба атмосферы и для системы земная поверхность—атмосфера.

Связь тепловых режимов атмосферы и деятельного слоя Земли осуществляется с помощью *уравнения теплового баланса земной поверхности*. В последние 30—40 лет уравнение теплового баланса широко использовалось многими исследователями для изучения различных свойств приземного слоя атмосферы.

Остановимся на выводе уравнения теплового баланса земной поверхности. Из наблюдений известно, что солнечная радиация, поступившая к земной поверхности, на суше поглощается в тонком слое, толщину которого обозначим через  $\Delta$  (рис. 11.1). Кроме потока солнечной радиации ( $I' + i$ ), земная поверхность получает тепло в виде потока инфракрасной радиации от атмосферы ( $B_A$ ); теряет она тепло путем собственного излучения ( $B_0$ ). В почве каждый из этих потоков претерпевает изменение. Если в элемен-

тарном слое толщиной  $d\zeta$  ( $\zeta$  — глубина, отсчитываемая от поверхности в глубь почвы) поток  $\Phi$  изменился на  $d\Phi$ , то можно записать

$$d\Phi = -\alpha\rho^*\Phi d\zeta,$$

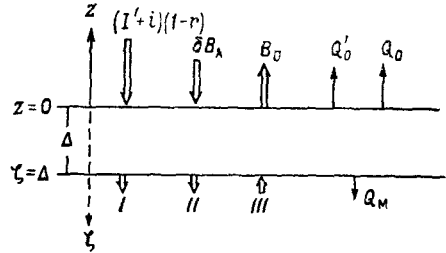
где  $\alpha$  — коэффициент поглощения,  $\rho^*$  — плотность почвы. Интегрируя последнее соотношение в пределах от  $\zeta = 0$  до  $\zeta$ , получаем

$$\Phi(\zeta) = \Phi(0) \exp(-\alpha\rho^*\zeta) \text{ или } \Phi(\zeta) = \Phi(0) \exp(-\zeta/\delta^*),$$

где  $\delta^* = 1/\alpha\rho^*$  — глубина, на которой поток убывает в  $e$  раз по сравнению с потоком  $\Phi(0)$  при  $\zeta = 0$ . Наряду с радиацией перенос

Рис. 11.1. Составляющие теплового баланса земной поверхности.

- I.  $(1+i)(1-r) \exp(-\Delta/\delta_1^*)$ ;  
 II.  $\delta B_A \exp(-\Delta/\delta_2^*)$ ; III.  $B_0 \exp(-\Delta/\delta_3^*)$ ;



тепла осуществляется путем турбулентного перемешивания в атмосфере и вследствие теплопроводности почвы. Под влиянием турбулентного теплообмена с атмосферой почва теряет количество тепла, равное

$$Q_0 = -c_p \rho k \frac{\partial \Theta}{\partial z}.$$

Кроме того, с поверхности почвы происходит испарение воды, на которое затрачивается количество тепла<sup>1</sup>

$$LQ'_0 = -L\rho k \frac{\partial s}{\partial z}.$$

Поток тепла через нижнюю границу слоя  $\Delta$  записывается в виде

$$Q_M = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \zeta} = -c^*\rho^*k_M \frac{\partial T}{\partial \zeta}.$$

Под влиянием притока тепла изменяется температура почвы, а также при температурах, близких к  $0^\circ\text{C}$ , плавится лед (или за-

<sup>1</sup> Поток  $LQ'_0$  нередко называют потоком скрытого тепла, в то время

как поток  $Q_0$  — потоком явного тепла.

мерзает вода). На основе закона сохранения энергии в вертикальном столбе почвы толщиной  $\Delta$  можем записать (см. рис. 11.1):

$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial}{\partial t} (c^* \rho^* T) + L_{\text{пл}} \rho^* \frac{\partial \Delta}{\partial t} = & (1-r)(I' + i) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta}{\delta_1^*}\right) \right] + \\ & + \delta B_A \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta}{\delta_2^*}\right) \right] - B_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta}{\delta_3^*}\right) \right] + \\ & + c_p \rho k \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + L \rho k \frac{\partial s}{\partial z} \Big|_{z=0} + c^* \rho^* k_m \frac{\partial T}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\Delta}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь обозначения такие же, как в главах 4—8.

В уравнении (2.1) первое слагаемое в левой части представляет собой количество тепла, затрачиваемое на изменение теплоемкости  $\Delta$  см<sup>3</sup> почвы за единицу времени; второе слагаемое — количество тепла, идущее на плавление льда ( $L_{\text{пл}}$  — удельная теплота плавления). В правой же части все потоки тепла, которые входят через верхнюю и нижнюю границы в слой почвы, взяты со знаком «плюс», а те, которые выходят из слоя — со знаком «минус».

Уравнение (2.1) и представляет собой *уравнение теплового баланса* для слоя почвы толщиной  $\Delta$ . В таком общем виде это уравнение представляет собой не что иное, как уравнение притока тепла, записанное для слоя конечной толщины. Извлечь из него какие-либо дополнительные сведения (по сравнению с уравнением притока тепла) о термическом режиме воздуха и почвы не представляется возможным. Однако можно указать несколько частных случаев уравнения теплового баланса, когда оно может быть использовано в качестве независимого от дифференциальных уравнений граничного условия. В этих случаях уравнение теплового баланса позволяет определить неизвестную температуру земной поверхности.

На суше, не покрытой снегом или льдом, величина  $\Delta$ , как было указано выше, мала. В то же время отношение  $\Delta$  к  $\delta_1^*$ ,  $\delta_2^*$ ,  $\delta_3^*$  в отдельности велико ( $\Delta/\delta_i \gg 1$ ). Вследствие этого уравнение (2.1) для суши при отсутствии процессов плавления льда с достаточной степенью точности можно записать в виде

$$\begin{aligned} (1-r)(I' + i) + \delta B_A - B_0 + c_p \rho k \frac{\partial \theta}{\partial z} + \\ + L \rho k \frac{\partial s}{\partial z} + c^* \rho^* k_m \frac{\partial T}{\partial \zeta} = 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Сумма первых трех слагаемых в уравнении (2.2) представляет собой радиационный баланс земной поверхности  $R$ . Уравнение

теплового баланса поверхности суши принимает вид

$$-c_p \rho k \frac{\partial \theta}{\partial z} - L \rho k \frac{\partial s}{\partial z} - c^* \rho^* k_m \frac{\partial T}{\partial \zeta} = R \text{ при } z = \zeta = 0. \quad (2.3)$$

О точности, с какой выполняется уравнение теплового баланса, можно судить по опытным данным, полученным в южной части Швеции, где на плоском травяном поле было произведено 126 наблюдений, во время которых независимо определялся каждый из потоков, вошедших в уравнение (2.3). Согласно этим данным, разность  $R - Q_m$  и сумма  $Q_0 + LQ'_0$  связаны между собой соотношением

$$(R - Q_m)/(Q_0 + LQ'_0) = 0,97 \pm 0,12.$$

Таким образом, уравнение (2.3) выполняется с точностью около 12 %.

В воде солнечная радиация поглощается в слое сравнительно большой толщины, благодаря чему  $\delta_1^*$  приблизительно равно 100 см (в то время как  $\delta_2^*$  и  $\delta_3^*$  сохраняют прежние значения). Уравнение теплового баланса слоя воды толщиной  $\Delta$  принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta \frac{\partial}{\partial t} (c_B \rho_B T) = & (1 - r) (I' + i) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta}{\delta_1^*}\right) \right] + \\ & + \delta B_A - B_0 + \Delta \rho_B Q_a + c_p \rho k \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} + L \rho k \frac{\partial s}{\partial z} \Big|_{z=0} + \\ & + c_B \rho_B k_B \frac{\partial T}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь  $\rho_B$  и  $c_B$  — плотность и удельная теплоемкость воды,  $k_B$  — коэффициент турбулентности в воде. В правой части (2.4) добавлено слагаемое  $\Delta \rho_B Q_a$ , учитывающее приток тепла под влиянием адвекции ( $Q_a$  — адвективный приток тепла к единичной массе воды).

Если толщину слоя воды  $\Delta$  взять достаточно малой по сравнению с  $\delta_1^*$ , но в то же время такой, что  $\Delta/\delta_2^* \gg 1$  и  $\Delta/\delta_3^* \gg 1$ , то уравнение теплового баланса поверхности воды запишется в виде

$$-c_p \rho k \frac{\partial \theta}{\partial z} - L \rho k \frac{\partial s}{\partial z} - c_B \rho_B k_B \frac{\partial T}{\partial \zeta} = -B^* \text{ при } z = \zeta = 0, \quad (2.5)$$

где  $B^* = B_0 - \delta B_A$  — эффективное излучение поверхности воды (баланс длинноволновой радиации при  $z=0$ ).

Уравнение теплового баланса в форме (2.3) используется в качестве граничного условия при исследовании термического режима атмосферы и почвы, а в форме (2.5) — атмосферы и воды. Однако для всего деятельного слоя, в котором солнечная радиация поглощается полностью, уравнение теплового баланса для воды имеет

вид уравнения (2.3), установленного для суши, если оно осреднено за такой интервал времени (примерно год), что изменение тепло-содержания и адвективный приток тепла за этот интервал близки к нулю. В противном случае уравнение теплового баланса деятельного слоя воды будет иметь вид уравнения (2.1), в котором  $\Delta$  — толщина деятельного слоя и  $\exp(-\Delta/\delta_i^*) \approx 0$ .

Притоки тепла, включенные в уравнения теплового баланса, являются наиболее важными. Из других членов теплового баланса можно назвать расход тепла на таяние льда или снега; приток тепла от диссипации механической энергии ветра, волн, приливов и течений; тепло, приносимое осадками, и др. Однако со всеми этими притоками тепла (за исключением, возможно, тепла, затрачиваемого на таяние льда и снега) можно не считаться. Методика расчета потоков  $Q_0$  и  $Q'_0$  рассмотрена в главах 9 и 14.

### 3 Взаимодействие атмосферы с деятельным слоем. Температура земной поверхности

В теории, изложенной в п. 3 главы 10, температура поверхности почвы считалась известной (заданной). Между тем измерение этой температуры сопряжено с целым рядом трудностей, не преодоленных до настоящего времени. Поэтому представляет интерес разработать такую теорию, которая позволяла бы определять температуру поверхности почвы.

Для этого необходимо привлечь уравнение теплового баланса земной поверхности — уравнение (2.3). Вошедший в это уравнение радиационный баланс земной поверхности в общем случае представляет собой сложную функцию времени, особенно при наличии облачности. Но любую функцию можно представить в виде разложения в ряд по тригонометрическим функциям:

$$R(t) = R_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (R'_n \cos n\omega t + R''_n \sin n\omega t). \quad (3.1)$$

Ограничимся, однако, анализом случая, когда  $R(t)$  — простая тригонометрическая функция времени:

$$R(t) = R_0 + R_1 \cos \omega(t - t_m). \quad (3.2)$$

Здесь  $t_m$  — время наступления максимума  $R$  (это время близко к местному полудню),  $R_1$  — амплитуда суточного хода  $R$ .

Обобщение теории на общий случай не представляет особого труда: нужно лишь искомые функции также представить в виде разложений в ряд по тригонометрическим функциям.