

вид уравнения (2.3), установленного для сушки, если оно осреднено за такой интервал времени (примерно год), что изменение тепло-содержания и адвективный приток тепла за этот интервал близки к нулю. В противном случае уравнение теплового баланса деятельного слоя воды будет иметь вид уравнения (2.1), в котором  $\Delta$  — толщина деятельного слоя и  $\exp(-\Delta/\delta_i) \approx 0$ .

Притоки тепла, включенные в уравнения теплового баланса, являются наиболее важными. Из других членов теплового баланса можно назвать расход тепла на таяние льда или снега; приток тепла от диссипации механической энергии ветра, волн, приливов и течений; тепло, приносимое осадками, и др. Однако со всеми этими притоками тепла (за исключением, возможно, тепла, затрачиваемого на таяние льда и снега) можно не считаться. Методика расчета потоков  $Q_0$  и  $Q'_0$  рассмотрена в главах 9 и 14.

### 3 Взаимодействие атмосферы с деятельным слоем. Температура земной поверхности

В теории, изложенной в п. 3 главы 10, температура поверхности почвы считалась известной (заданной). Между тем измерение этой температуры сопряжено с целым рядом трудностей, не преодоленных до настоящего времени. Поэтому представляет интерес разработать такую теорию, которая позволяла бы определять температуру поверхности почвы.

Для этого необходимо привлечь уравнение теплового баланса земной поверхности — уравнение (2.3). Вошедшй в это уравнение радиационный баланс земной поверхности в общем случае представляет собой сложную функцию времени, особенно при наличии облачности. Но любую функцию можно представить в виде разложения в ряд по тригонометрическим функциям:

$$R(t) = R_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (R'_n \cos n\omega t + R''_n \sin n\omega t). \quad (3.1)$$

Ограничимся, однако, анализом случая, когда  $R(t)$  — простая тригонометрическая функция времени:

$$R(t) = R_0 + R_1 \cos \omega(t - t_m). \quad (3.2)$$

Здесь  $t_m$  — время наступления максимума  $R$  (это время близко к местному полудню),  $R_1$  — амплитуда суточного хода  $R$ .

Обобщение теории на общий случай не представляет особого труда: нужно лишь искомые функции также представить в виде разложений в ряд по тригонометрическим функциям.

Если теперь в уравнении теплового баланса (2.3) каждую из неизвестных функций записать в виде суммы, составленной из среднего суточного значения и отклонения от него, то оно разделится на два уравнения. Уравнение для отклонений от средних суточных значений примет вид

$$-c_p \rho k \frac{\partial \tau}{\partial z} - L \rho k \frac{\partial s'}{\partial z} - c^* \rho^* k_m \frac{\partial \vartheta}{\partial \zeta} = \\ = R_i \cos \omega (t - t_m) \text{ при } z = \zeta = 0, \quad (3.3)$$

где  $s' = s(z, t) - \bar{s}(z)$  — отклонение доли водяного пара от среднего суточного значения  $\bar{s}(z)$ ,  $L$  — удельная теплота парообразования.

Уравнения для отклонений температуры воздуха ( $\tau$ ) и почвы ( $\vartheta$ ) от средних суточных значений имеют вид:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \tau}{\partial z}, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = k_m \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \zeta^2}. \quad (3.5)$$

Поскольку в уравнение (3.3) вошло  $s'$ , то следовало бы также привлечь уравнение переноса водяного пара, что сильно усложнило бы задачу. Поэтому ограничимся анализом двух крайних случаев: очень сухой почвы, когда испарение практически равно нулю ( $-L \rho k (\partial s'/\partial z) \approx 0$ ), и сильно увлажненной почвы.

В последнем случае водяной пар вблизи  $z=0$  находится в насыщенном состоянии, т. е.  $s = s_m(T, p)$ . Доля насыщенного водяного пара  $s_m$  при постоянном давлении зависит только от температуры (на фиксированном уровне изменение  $s_m$  под влиянием колебаний давления пренебрежимо мало). Вследствие этого

$$\frac{\partial s_m}{\partial z} = \frac{\partial s_m}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{L s_m}{R_n T^2} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (3.6)$$

Последнее равенство записано на основе уравнения Клаузуса—Клапейрона, которое приводится в главе 13. Множитель при градиенте температуры можно считать постоянным в течение суток и при его расчете полагать  $T = \bar{T}$ . С учетом (3.6) уравнение (3.3) принимает вид

$$- \left( c_p + \frac{L^2 s_m}{R_n T^2} \right) \rho k \frac{\partial \tau}{\partial z} - c^* \rho^* k_m \frac{\partial \vartheta}{\partial \zeta} = \\ = R_i \cos \omega (t - t_m) \text{ при } z = \zeta = 0. \quad (3.7)$$

Кроме этого уравнения, искомые функции  $\tau$  и  $\vartheta$  должны удовлетворять условию равенства температур на поверхности почвы

$(\tau(0, t) = \vartheta(0, t)$  при  $z = \zeta = 0$ ) и условию ограниченности на бесконечно большой высоте и глубине.

Непосредственная проверка позволяет убедиться в том, что решения уравнений (3.4) и (3.5) при  $k = \text{const}$  и  $k_m = \text{const}$ , удовлетворяющие сформулированным граничным условиям, имеют вид

$$\begin{aligned} \tau(z, t) &= \frac{R_1 \exp(-az)}{\sqrt{\omega} (c_p^* \rho \sqrt{k} + c^* \rho^* \sqrt{k_m})} \times \\ &\times \cos \omega \left( t - t_m - \frac{a}{\omega} z - \frac{\Pi}{8} \right), \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \vartheta(\zeta, t) &= \frac{R_1 \exp(-\beta \zeta)}{\sqrt{\omega} (c_p^* \rho \sqrt{k} + c^* \rho^* \sqrt{k_m})} \times \\ &\times \cos \omega \left( t - t_m - \frac{\beta}{\omega} \zeta - \frac{\Pi}{8} \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Здесь, как и выше,

$$a = \sqrt{\frac{\omega}{2k}} = \sqrt{\frac{\pi}{k\Pi}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\omega}{2k_m}} = \sqrt{\frac{\pi}{k_m\Pi}};$$

удельная теплоемкость  $c_p^* = c_p$  в случае сухой почвы и  $c_p^* = c_p + \frac{L^2 s_m}{R_{\text{п}} T^2}$  в случае сильно увлажненной почвы;  $\Pi$  — период (сутки или год). Полагая в (3.8) и (3.9)  $z = \zeta = 0$ , найдем выражение для отклонения температуры земной поверхности:

$$\begin{aligned} \tau(0, t) = \vartheta(0, t) &= \frac{R_1}{\sqrt{\omega} (c_p^* \rho \sqrt{k} + c^* \rho^* \sqrt{k_m})} \times \\ &\times \cos \omega \left( t - t_m - \frac{\Pi}{8} \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Амплитуда суточного хода температуры земной поверхности, как следует из (3.10), пропорциональна амплитуде колебаний  $R_1$  радиационного баланса. Она уменьшается при увеличении коэффициентов турбулентности  $k$  в атмосфере и температуропроводности почвы  $k_m$ , а также объемной теплоемкости почвы  $c^* \rho^*$ .

Существенное влияние на амплитуду суточного хода температуры земной поверхности, а вместе с этим и на амплитуду колебаний температуры воздуха и почвы на всех высотах и глубинах оказывает увлажнение почвы. Переход от сухой почвы, испарение с которой близко к нулю, к сильно увлажненной связан с заменой  $c_p$  на своеобразную эквивалентную удельную теплоемкость  $c_p^*$ , которая при высоких температурах значительно больше  $c_p$ . Так, при  $T = 20^\circ\text{C}$   $c_p^* = 3,25 c_p$ , благодаря чему амплитуда колебаний

температуры влажной почвы при прочих равных условиях уменьшается более чем в 3 раза по сравнению с сухой.

Максимум температуры при  $z = 0$  наступает, как показывает (3.10), на  $\Pi/8 = 3$  ч позже максимума радиационного баланса. Закономерности, которые можно установить с помощью формул (3.8) и (3.9) относительно амплитуды суточного хода температуры воздуха и почвы, запаздывания экстремумов и др., совпадают с закономерностями, ранее установленными на основе формулы (3.9) главы 10.

Формулы (3.8) — (3.10) позволяют рассчитать суточные и годовые колебания температуры воздуха, земной поверхности и почвы, если известны радиационный баланс, теплофизические характеристики почвы и коэффициент турбулентности (средний для всего пограничного слоя).

В свете современных достижений физики пограничного слоя предположение о  $k = \text{const}$ , положенное в основу вывода формулы (3.8), нельзя признать удовлетворительным. Одна из первых работ, в которой наряду с привлечением уравнения теплового баланса была учтена зависимость коэффициента турбулентности от высоты, выполнена А. А. Дородницыным (1941 г.). Он воспользовался формулой Б. И. Извекова

$$k(z) = k_\infty [1 - (1 - \varepsilon) \exp(-mz)], \quad (3.11)$$

где  $k_\infty$  — коэффициент турбулентности на большой высоте (теоретически при  $z \rightarrow \infty$ , а практически выше приземного слоя);  $m$  — параметр, характеризующий скорость роста  $k$  с высотой в приземном слое (этот параметр тем меньше, чем ближе стратификация к безразличной);  $\varepsilon$  — малая величина, равная отношению  $k_0/k_\infty$  ( $k_0$  — значение  $k$  при  $z = 0$ ). Нетрудно видеть, что на малых высотах величина  $k(z)$  — линейно растущая функция высоты:  $k(z) = k_\infty [1 - (1 - \varepsilon)(1 - mz + \dots)] = k_0 + k_\infty m(1 - \varepsilon)z + \dots$  (здесь мы воспользовались разложением в ряд:  $\exp(-mz) = 1 - mz + \dots$ ). При дальнейшем увеличении высоты скорость роста  $k$  замедляется; выше приземного слоя ( $z > h$ )  $k$  практически остается постоянным по высоте ( $k \approx k_\infty = \text{const}$ ).

В целом формула (3.11) отражает наиболее важные особенности изменения  $k$  с высотой, установленные в теории пограничного слоя. Она находится в согласии с выводами теории подобия, в частности, при малых  $z$  обеспечивается переход зависимости  $k$  от высоты в линейную, и, как следствие, переход формул для температуры, доли водяного пара и скорости ветра в логарифмические законы при любой стратификации приземного слоя. Решение уравнения (3.4) при  $k(z)$ , определенном формулой (3.11), выражается через так называемые гипергеометрические функции. Не выписывая этого решения, приведем результаты расчетов, выполненных Дородницким. Значения величин, вошедших в уравнение теплового баланса и в уравнения (3.4 и (3.5), прежде всего радиаци-

онный баланс  $R_s$ , взятый из данных наблюдений в Павловске 13 июля 1938 г. В этот день была безоблачная погода, сохранявшаяся с 12 по 14 июля. Записанный приборами радиационный баланс земной поверхности был представлен в виде разложения в ряд (3.1) по тригонометрическим функциям. Значения других величин:  $k_\infty = 8,1 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $m = 0,2 \text{ м}^{-1}$ ,  $c_{ppk_0} = 0,02 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $c^* \rho^* k_m = 1,25 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $k_m = 9 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$ . Затраты тепла на испарение не учитывались.

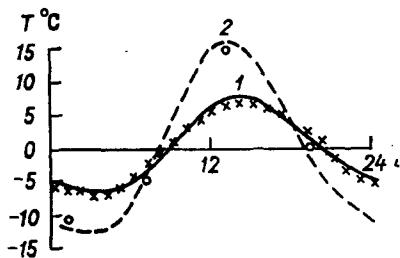
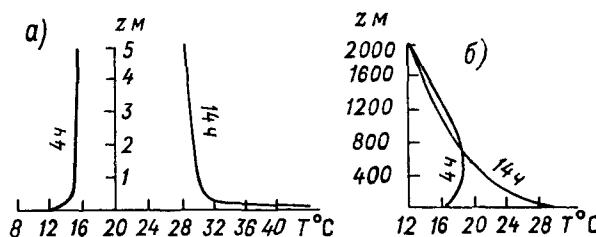


Рис. 11.2. Суточный ход температуры воздуха на высоте 2 м (1) и на поверхности почвы (2) (точки — измеренные значения).

Результаты расчета и фактические данные представлены на рис. 11.2 и 11.3. Рисунок 11.2 показывает, что в данном конкретном примере удалось добиться хорошего согласия между рассчитанным и наблюденным суточным ходом температуры воздуха и поверхности почвы.

Рис. 11.3. Распределение температуры воздуха по высоте в слое 0—5 м (а) и 0—2000 м (б) в 4 и 14 ч местного времени.



Построенное решение также правильно отражает наиболее характерные черты вертикального распределения температуры в пограничном слое: резкое падение температуры вблизи земной поверхности днем (14 ч), инверсия температуры ночью (4 ч), уменьшение абсолютной величины градиента температуры с высотой и др. Остается не вполне ясной лишь одна деталь, вытекающая из хода кривых рис. 11.3 б. Согласно этому рисунку, температура воздуха на высотах более 500—600 м днем несколько ниже, чем ночью: это или новая закономерность, экспериментально пока не подтвержденная (для обнаружения ее нужна высокая точность измерения и частое во времени зондирование атмосферы, а еще

лучше — непрерывная запись температуры на нескольких высотах между 400 и 2000 м), или же недостаток теории. Дать однозначный ответ на этот вопрос пока не представляется возможным.

#### 4 Вертикальное распределение температуры почвы. Роль растительного и снежного покрова

Температура почвы в определенный момент понижается с глубиной при положительном радиационном балансе земной поверхности (чаще днем) и растет при отрицательном (чаще ночью). Средняя суточная температура почвы с глубиной понижается летом и растет зимой. В переходные сезоны (весной и осенью) наблюдается более сложное распределение средней суточной температуры с глубиной.

Поток тепла в почве направлен в сторону понижения температуры. Поэтому  $Q_m > 0$  (направлен в глубь почвы) в дневные часы и  $Q_m < 0$  в ночные часы. Осредненный за сутки поток тепла положителен летом и отрицателен зимой.

Средняя годовая температура почвы убывает с глубиной ( $\zeta$ ) в низких широтах и растет в высоких. Так, в Тбилиси наблюдается следующее распределение средней годовой температуры с глубиной:

$\zeta$ см . . . . .	1	20	40	54	165	226	647
$T$ °C . . . . .	16,3	15,7	15,4	15,3	15,1	14,7	14,5

Приведенное распределение температуры называют распределением по типу инсоляции.

В Ленинграде средняя годовая температура распределена по типу излучения:

$\zeta$ см . . . . .	0	10	20	40	80	160
$T$ °C . . . . .	5,7	5,8	5,7	5,8	6,0	6,1

На вертикальное распределение температуры почвы существенное влияние оказывают растительный и снежный покровы. Растения, поглощая часть солнечной радиации, днем уменьшают приток ее к почве, а ночью уменьшают эффективное излучение почвы. Летом, когда основную роль в нагревании почвы играет прямая солнечная радиация, почва под растительным покровом на всех глубинах оказывается холоднее (на  $\Delta T$ ) оголенной почвы. По наблюдениям в Ленинграде разности температур  $\Delta T$  в июле следующие:

$\zeta$ см . . . . .	0	10	20	40	80	160
$\Delta T$ °C . . . . .	3,8	2,9	3,6	3,3	2,5	0,8