4 Естественная кристаллизация облаков и туманов

Замерзание переохлажденных капель в облаках и туманах может происходить за счет двух механизмов, на которые было указано выше: гетерогенного и гомогенного льдообразования.

Гетерогенное льдообразование предполагает наличие особых ядер кристаллизации, которые являются подложкой для элементов ледяной фазы. Природа ядер кристаллизации окончательно не установлена. Предполагается, что ими могут быть смешанные ядра конденсации, которые при низких температурах служат и ядрами кристаллизации. Иногда в роли ядер кристаллизации могут выступать частицы соли, выпавшие из раствора при его охлаждении. С участием ядер кристаллизации замерзание может начаться при температурах несколько ниже 0 °С. Число этих ядер в атмосфере, по-видимому, невелико, о чем свидетельствует устойчивое существование переохлажденных облаков при температурах до —12. . . —15 °С. Поэтому можно предположить, что основную роль в замерзании облачных капель играет гомогенное льдообразование.

Максимальная вероятность образования плоских зародышей наблюдается, согласно оценкам Л. Г. Качурина, при температуре около —12 °С, а объемных — около —45 °С. Температура интенсивного замерзания переохлажденных капель в облаках зависит от размера капель и скорости охлаждения воздуха: чем больше скорость охлаждения, тем выше температура замерзания.

Скорость охлаждения поднимающейся в облаке воздушной частицы пропорциональна вертикальной скорости подъема этой частицы.

Кристаллизация резко ускоряется при введении в переохлажденное облако некоторых веществ. Например, при введении иодистого серебра кристаллизация может начаться уже при —4 °С. Этот эффект используется при искусственных воздействиях на облака.

Рассмотрим более детально теорию роста кристаллов льда и гигроскопических частиц, поскольку она позволяет количественно оценить роль этих процессов в рассеивании (в том числе искусственным путем) облака и образовании осадков.

Как известно, в реальной атмосфере, особенно в умеренных и высоких широтах, широко распространено явление переохлаждения облаков. Предположим, что в некоторый начальный момент времени в таком переохлажденном облаке появились ледяные кристаллы. Последние могут возникнуть естественным путем вследствие замерзания капель или же образоваться в облаке при искусственном воздействии (твердой углекислотой или льдообразующими веществами).

В качестве первого приближения можно допустить, что размеры переохлажденных капель и образующихся кристаллов одинаковы — облако монодисперсно. Обозначим через n_1, r_1 и ρ_1 объемную концентрацию капель, их радиус и плотность, через n_2, r_2 и ρ_2 соответствующие величины для ледяных кристаллов. Если абсолютная влажность a в облаке в начальный момент равна насыщающей абсолютной влажности a_1 над водой, то при появлении кристаллов, на поверхности которых насыщающая абсолютная влажность a_2 меньше a_1, на них начнется сублимация водяного пара. Это в свою очередь вызовет уменьшение a и испарение капель. Исходными уравнениями служат уравнения (см. уравнение (5.10) главы 18):

$$\rho_1 r_1 \frac{dr_1}{dt} = D(a - a_1), \tag{4.1}$$

$$\rho_2 r_2 \frac{dr_2}{dt} = D(a - a_2), \tag{4.2}$$

и уравнение (интеграл) сохранения влаги в облаке

$$a + \frac{4}{3}\pi r_1^3 n_1 \rho_1 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 n_2 \rho_2 = A = \text{const}, \tag{4.3}$$

где D — коэффициент молекулярной диффузии пара.

Поскольку n_1 и n_2, a_1 и a_2 считаются известными, то из уравнений (4.1)—(4.3) могут быть определены для любого момента времени три неизвестные величины: $r_1(t)$, $r_2(t)$ и $a(t)$. Начальные условия для неизвестных функций имеют вид:

$$r_1|_{t=0} = r_1(0), \quad r_2(0) = 0, \quad a(0) = a_1. \tag{4.4}$$

Эти условия означают, что в момент $t = 0$ облако состоит из переохлажденных капель известного радиуса $r_1(0)$, ледяных ядер, радиус которых пренебрежимо мал, и пара, абсолютная влажность которого a соответствует насыщению над переохлажденной водой.

Начальные условия (4.4) для постоянной A дают значение

$$A = a_1 + \frac{4}{3}\pi n_1 \rho_1 r_1^3(0).$$

Для получения второго интеграла вычтем уравнение (4.2) из (4.1):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\rho_1 r_1^2}{2} - \frac{\rho_2 r_2^2}{2}\right) = -D(a_1 - a_2).$$

Интегрируя это уравнение при условиях (4.4), найдем[1]

$$\rho_1 r_1^2(t) - \rho_2 r_2^2(t) = \rho_1 r_1^2(0) - 2D(a_1 - a_2)t. \tag{4.5}$$

[1] Интеграл (4.5) справедлив лишь до окончания вводимой ниже стадии I.

Если уравнение (4.1) разделить на (4.2) и привлечь для исключения a уравнение (4.3), то получим следующее уравнение, устанавливающее зависимость r_1 от r_2:

$$\frac{dr_1}{dr_2}=\frac{\rho_2 r_2}{\rho_1 r_1}\,\frac{A-a_1-\frac{4}{3}\pi n_1\rho_1 r_1^3-\frac{4}{3}\pi n_2\rho_2 r_2^3}{A-a_2-\frac{4}{3}\pi n_1\rho_1 r_1^3-\frac{4}{3}\pi n_2\rho_2 r_2^3}, \qquad (4.6)$$

при этом $r_1|_{r_2=0}=0=r_1(0)$.

Введя безразмерные переменные

$$X=\left(\frac{4}{3}\pi\frac{\rho_2 n_2}{A-a_2}\right)^{2/3} r_2^2,$$

$$Y=\left(\frac{4}{3}\pi\frac{\rho_1 n_1}{A-a_2}\right)^{2/3} r_1^2,$$

уравнение (4.6) преобразуем к виду

$$\frac{dY}{dX}=\alpha\frac{X^{3/2}+Y^{3/2}-\Delta^{3/2}}{X^{3/2}+Y^{3/2}-1} \qquad (4.7)$$

при $Y|_{X=0}=\Delta$. Здесь положено:

$$\Delta=\left(\frac{A-a_1}{A-a_2}\right)^{2/3},\quad \alpha=\left(\frac{\rho_2 n_1^2}{\rho_1 n_2^2}\right)^{1/3}.$$

Из анализа системы (4.3), (4.5) и (4.7), заменяющей исходную систему уравнений, следует, что процесс перегонки состоит из двух стадий. Стадия I длится от начального момента до полного испарения капель. В течение этой стадии облако превращается из капельно-жидкого в кристаллическое. В конце стадии I (в момент времени t_1) абсолютная влажность $a(t_1)$ оказывается еще больше a_2. Это означает, что кристаллы продолжают расти и после испарения капель. В стадии II, продолжительность которой теоретически равна бесконечности, рост кристаллов происходит за счет понижения абсолютной влажности от $a(t_1)$ до a_2. К. С. Шифрин и А. Я. Перельман составили таблицы, позволяющие рассчитать величины a, r_1 и r_2 по заданным Δ и $\nu=n_2/n_1$ в произвольный момент времени.

Однако наиболее важные в рассматриваемой задаче величины — конечный (максимальный) радиус кристаллов r_2^* и время t_1 превращения облака из капельно-жидкого в кристаллическое — можно рассчитать с помощью более простых соотношений. В самом деле, уравнение сохранения влаги (4.3) справедливо как для стадии I, так и для стадии II. В конце стадии II абсолютная влажность в облаке равна абсолютной влажности насыщения над льдом, т. е. $a(t^*) = a_2$, радиус капель $r_1(t^*) = 0$ (он обратился в нуль еще в конце стадии I) и радиус кристаллов r_2^*.

Таким образом, для момента t^* уравнение (4.3) принимает вид

$$a_2 + \frac{4}{3}\pi n_2 \rho_2 r_2^{*3} = a_1 + \frac{4}{3}\pi n_1 \rho_1 r_1^3(0). \tag{4.8}$$

Интеграл (4.5), если его записать для момента окончания стадии I, когда $r_1 = 0$ и $t = t_1$, приводит к соотношению

$$-\rho_2 r_2^2(t_1) = \rho_1 r_1^2(0) - 2D(a_1 - a_2)\, t_1.$$

Тщательный анализ численного решения уравнения (4.7) привел к заключению, что сублимационная стадия II как в случае монодисперсного, так и в особенности полидисперсного облака с реальными спектрами капель и водностями сколько-нибудь существенного значения для роста кристаллов не имеет. Это значит, что радиус кристаллов в момент t_1 практически не отличается от максимального, т. е. $r_2(t_1) \approx r_2^*$.

Последнее соотношение, таким образом, можно с высокой степенью точности для всех реальных случаев записать в виде

$$-\rho_2 r_2^{*2} = \rho_1 r_1^2(0) - 2D(a_1 - a_2)\, t_1. \tag{4.9}$$

Из соотношений (4.8) и (4.9) получаем

$$r_2^* = \sqrt[3]{\frac{1}{\nu\rho_2}\left[\rho_1 r_1^3(0) + \frac{3(a_1 - a_2)}{4\pi n_1}\right]}, \tag{4.10}$$

$$t_1 = \frac{\rho_1 r_1^2(0)}{2D(a_1 - a_2)}\left[1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{r_2^{*2}}{r_1(0)}\right], \tag{4.11}$$

где $\nu = n_2/n_1$.

Если ввести в выражения (4.10) и (4.11) водность облака в начальный момент: $\delta_0 = \frac{4}{3}\pi\rho_1 n_1 r_1^3(0)$, то

$$r_2 = r_1(0)\sqrt[3]{\frac{\rho_1}{\nu\rho_2}\left(1 + \frac{a_1 - a_2}{\delta_0}\right)}, \tag{4.12}$$

$$t_1 = t_0\left[1 + \left(\frac{\rho_2}{\nu\rho_1}\right)^{2/3}\left(1 + \frac{a_1 - a_2}{\delta_0}\right)^{2/3}\right]. \tag{4.13}$$

В соотношение (4.13) введено

$$t_0 = \frac{\rho_1 r_1^2(0)}{2D(a_1 - a_2)}. \tag{4.14}$$

Нетрудно видеть (см. п. 5 главы 18), что t_0 представляет собой время, в течение которого испарилась бы капля с начальным радиусом $r_1(0)$, если бы абсолютная влажность в окружающем воздухе была равна a_2, т. е. насыщающей влажности над льдом.

Поскольку плотности воды и льда можно считать постоянными ($\rho_1 \approx 1$ г/см³, $\rho_2 \approx 0{,}9$ г/см³), отношения $r_2^*/r_1(0)$ и t_1/t_0 зависят только от трех переменных: температуры воздуха, определяющей разность $a_1 - a_2$; относительной концентрации кристаллов $\nu = n_2/n_1$ (ν — число кристаллов, приходящихся на одну каплю воды); первоначальной водности облака δ_0. Результаты расчета $r_2^*/r_1(0)$ по формуле (4.12) представлены в табл. 15.1. При фиксированных температуре и водности δ_0 отношение $r_2^*/r_1(0)$ (равно как и t_1/t_0) растет вместе с уменьшением относительной концентрации кристаллов ν. Если ν и δ_0 заданы, то $r_2^*/r_1(0)$ и t_1/t_0 с понижением температуры до —12 °С растут, а затем начинают уменьшаться.

Таблица 15.1. Значения $r_2^*/r_1(0)$

ν	$T = -5$ °C				$T = -20$ °C			
	δ_0 г/м³							
	0,05	0,2	1	2	0,05	0,2	1	2
10^{-3}	16,75	12,62	10,89	10,63	17,47	12,95	10,97	10,68
10^{-2}	7,78	5,86	5,05	4,93	8,11	6,01	5,09	4,96
10^{-1}	3,61	2,72	2,34	2,29	3,77	2,79	2,36	2,30
1	1,68	1,26	1,09	1,06	1,75	1,29	1,10	1,07
10	0,78	0,59	0,51	0,49	0,81	0,60	0,51	0,50
10^2	0,36	0,27	0,23	0,23	0,28	0,28	0,24	0,23
10^3	0,17	0,13	0,11	0,11	0,18	0,13	0,11	0,11

Менее физически очевидна зависимость отношения $r_2^*/r_1(0)$ от δ_0 при фиксированных ν и $a_1 - a_2$. Как из формулы (4.12), так и из табл. 15.1 следует, что с увеличением δ_0 отношение $r_2^*/r_1(0)$ уменьшается. Объяснить такую зависимость $r_2^*/r_1(0)$ от δ_0 можно следующим образом. Рост δ_0 может быть обусловлен увеличением как $r_1(0)$, так и n_1. Но если увеличивается $r_1(0)$, а n_1 постоянно, то вместе с ростом δ_0 растет также и r_2^*, что с наибольшей очевидностью следует из формулы (4.10) и не вызывает никаких недоразумений. С другой стороны, если $r_1(0)$ постоянно, а рост δ_0 обусловлен увеличением n_1, то, поскольку $\nu = n_2/n_1$ фиксировано, с увеличением n_1 растет и n_2. Это означает, что водяной пар сублимируется на большем числе кристаллов, что и вызывает уменьшение их конечного радиуса r_2^* при увеличении n_1.

Отметим частный случай, когда $\nu \to 0$. В этом случае радиус капель со временем, очевидно, не будет изменяться: $r_1(t) = r_1(0)$. Из интеграла (4.5) следует при этом условии обычная формула для изменения радиуса ледяной частицы во времени:

$$r_2(t) = \sqrt{\frac{2D\,(a_1 - a_2)}{\rho_2}\,t}. \tag{4.15}$$

Более полно теория кристаллизации переохлажденного облака рассмотрена в серии работ В. И. Беляева. Им учтены полидисперсность облака, влияние турбулентности на распространение кристаллов в облаке, повышение температуры кристаллов за счет сублимации водяного пара на них и некоторые другие эффекты.