

сфере. Скорость ветра растет с высотой во всем конвективном слое (среднее значение градиента $du/dz = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$), направление же ветра изменяется мало (в среднем на $6,9^\circ/\text{км}$). Облачные гряды ориентированы по направлению ветра: разность между направлением ветра на уровне облаков и направлением гряды в среднем не превышает 2° .

На более детальном анализе волновых движений атмосферы останавливаться не будем по той причине, что, согласно современным представлениям, основную роль в возникновении волнистообразных облаков играют турбулентный обмен, крупномасштабные вертикальные движения и радиационные эффекты, которые рассматриваются ниже. Только после того, как под влиянием этих факторов воздух приблизился к состоянию насыщения или образовалась облачность, волновые движения могут привести к появлению тех особенностей в структуре облаков (валы, плиты и др.), которые рассмотрены выше.

3 Динамика формирования слоистообразных облаков

Рассмотрим теорию образования и эволюции слоистообразных облаков, под которыми имеются в виду как собственно слоистообразные (в основном фронтальные $Ns—As—Cs$), так и плотные волнистообразные ($Sc—St—Ac$) облака. Общее для этих облаков состоит в том, что их горизонтальная протяженность в десятки и сотни раз превышает вертикальную. По этой причине основные факторы формирования слоистообразной облачности и, как следствие, исходные уравнения имеют одинаковый вид для облаков всех форм данной группы. Различия же между многочисленными формами, видами и разновидностями слоистообразных облаков обусловлены вариациями основных физических параметров, от которых зависят условия формирования облачности.

3.1. Некоторые экспериментальные данные. Турбулентный обмен и вертикальные токи играют важную роль в формировании и эволюции облачности, в частности ее границ. Практика полетов и оценки числа Ричардсона $Ri = (g/T)(\gamma_a - \gamma)/\beta^2$ показывают, что в облаках наблюдается повышенный по сравнению с безоблачной атмосферой турбулентный обмен.

На рис. 17.7 приведена зависимость разности $\gamma_a - \gamma$ от вертикального градиента вектора скорости ветра β . Из этого графика следует, что при одном и том же значении $\gamma_a - \gamma$ в атмосфере могут наблюдаться самые различные значения β , а вместе с этим и параметра Ri . Однако если произвести дифференциацию точек в зависимости от физического состояния атмосферы, то окажется, что основная масса точек, лежащих в облаках и под облаками, располагается в правой нижней части графика, которой соответ-

вуют малые значения Ri (мала разность $\gamma_a - \gamma$ и велико β), а точки, лежащие над облаками, — в левой верхней части графика (большие значения Ri). Таким образом, в облаках и под облаками преобладает сильно развитый турбулентный обмен. Над облаками, особенно такими, как Sc и St , располагаются слои с низкими уровнями турбулентной энергии. Эти слои для облаков играют роль задерживающих слоев.

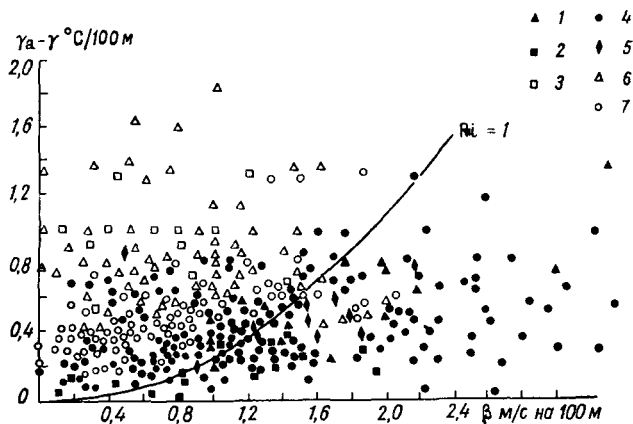


Рис. 17.7. Связь между разностью $\gamma_a - \gamma$ и вертикальным градиентом вектора скорости ветра β .

1 — пограничный слой, 2 — над тропопаузой, 3 — тропопауза, 4 — облака, 5 — под облаками, 6 — над облаками, 7 — безоблачная тропосфера.

Отметим, что слой атмосферы, расположенный под тропопаузой, и пограничный слой характеризуются, так же как и облака, повышенными уровнями турбулентной энергии. Это объясняется тем, что в таких слоях наблюдаются большие значения β .

Сведения о значениях γ и параметра Ri в облаках различных форм, а также под и над облаками приведены в табл. 17.13 и 17.14.

Экспериментальные данные, полученные в полетах на специально оборудованном самолете — летающей лаборатории, также указывают на то, что образование облаков связано с развитием интенсивного турбулентного перемешивания, которое не может не приводить к существенному перераспределению тепла и влаги в атмосфере.

В летних экспедициях 1956—1958 гг., проведенных в Арктике и умеренных широтах, получен значительный экспериментальный материал по перегрузкам самолета, которые легли в основу расчета коэффициентов турбулентности и вертикальных пульсаций скорости воздушного потока в облаках. В этих полетах на гори-

Таблица 17.13. Средние значения γ и параметра Ri

Облака	Число случаев	Высота, м		γ °C/100 м			Ri		
		нижняя граница	верхняя граница	под облаками	в облаках	над облаками	под облаками	в облаках	над облаками
Cb	2	350	550	0,46	0,46	0,45	0,2	1,7	25,0
St	14	420	900	0,47	0,44	-0,58	0,6	1,0	19,7
Sc	16	1400	1800	0,70	0,68	-1,25	1,4	1,4	62,7
Ns	12	850	1900	0,51	0,49	0,03	1,8	1,6	10,3
Ac	10	3100	3700	0,73	0,71	0,18	3,5	3,1	35,5
As	16	3050	3750	0,59	0,67	0,54	4,9	4,3	13,9

Таблица 17.14. Повторяемость (%) параметра Ri

Слой атмосферы	Ri						Число случаев
	<0	0-1	1-2	2-3	3-4	>4	
Над облаками	—	21	13	6	6	54	112
В облаках	14	48	7	1	4	26	273
Под облаками	8	65	8	3	3	13	720
Между облаками	—	20	20	—	10	50	25
Безоблачно	5	44	9	5	5	32	300
Над туманом	—	33	14	3	6	44	72
В тумане	30	37	11	2	5	15	60
Среднее	8	51	10	3	4	24	1562

зональных площадках (продолжительностью 3—5 мин), на которых производилась запись перегрузок, летчик не вмешивался в управление самолетом, т. е. последний совершал свободный полет.

Расчет коэффициента турбулентности k и вертикальной скорости w' выполнялся по формулам

$$k = \frac{b\tau}{2\delta} |\overline{\Delta n}|, \quad (3.1.1)$$

$$w' = \frac{b}{v_c \delta} \Delta n, \quad (3.1.2)$$

где Δn — перегрузка самолета; τ — среднее (на горизонтальной площадке) время сохранения перегрузки одного знака; v_c — воздушная скорость самолета; $\delta = \rho/\rho_0$ — относительная плотность; b — коэффициент, зависящий от летно-технических данных самолета (для самолетов Ил-14, Ил-12 и Ли-2 значения b соответственно равны 615, 553 и 340 м²/с²).

Средние значения коэффициента турбулентности в облаках различных форм и повторяемость его в облаках и вне облаков приведены в табл. 17.15 и 17.16.

Таблица 17.15. Средние значения коэффициента турбулентности k

Место наблюдения	Сезон	Облака	k м ² /с
Умеренные широты	Зима	As	27
		Ns	56
		Ac	55
		Sc	59
Арктика	Лето	Cu	66
		St	26
		Sc	39
		Cu hum.	33

Таблица 17.16. Повторяемость (%) значений коэффициента турбулентности k (в скобках — число случаев)

Слой атмосферы	k м ² /с								
	<10	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60	60—70	70—80	>80
Умеренные широты, зима									
В облаках	2,1 (1)	—	2,1 (1)	13,0 (6)	28,4 (13)	26,2 (12)	13,0 (6)	6,5 (3)	8,7 (4)
Вне облаков	—	53,9 (28)	15,4 (8)	9,6 (5)	7,7 (4)	1,9 (1)	1,9 (1)	5,8 (3)	3,8 (2)
Арктика, лето									
Под облаками	1,0 (1)	—	—	12,6 (13)	25,2 (26)	18,5 (19)	23,3 (24)	11,7 (12)	7,7 (8)
В облаках	1,3 (1)	1,3 (1)	9,0 (7)	19,2 (15)	33,2 (26)	14,1 (11)	15,4 (12)	2,6 (2)	3,9 (2)
Над облаками	—	—	—	15,9 (7)	36,4 (16)	15,9 (7)	13,6 (6)	9,1 (4)	9,1 (4)

Согласно данным табл. 17.15, средние значения k в облаках (преимущественно слоистообразных) заключены в интервале 26—66 м²/с. Наибольшая повторяемость, по данным табл. 17.16, в облаках умеренных широт приходится на более высокие значения (40—50 м²/с), чем вне облаков (10—20 м²/с). В Арктике, где измерения производились в основном в подынерсионных слоистых и слоисто-кучевых облаках, такое существенное различие в турбулентном режиме облаков и внеоблачного пространства не отмечается: максимум повторяемости приходится на один и тот же ин-

тервал (40—50 м²/с). В отдельных случаях в облаках k превышает 100 м²/с (вплоть до 250—300 м²/с).

На рис. 17.8 изображена повторяемость рассчитанной по формуле (3.1.2) вертикальной скорости обоих знаков. Такая скорость является средней для горизонтальной площадки, имеющей протяженность около 10 км — расстояние, которое проходил самолет за 2 мин. Максимум повторяемости положительных значений w' приходится на 30—40 см/с, отрицательных — на 25—30 см/с. Мгновенные вертикальные пульсации воздушного потока достигают гораздо больших значений. Так даже в Арктике зарегистрирована положительная вертикальная скорость 2,8 м/с и отрицательная — 2,4 м/с.

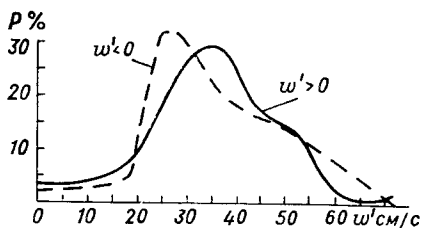


Рис. 17.8. Повторяемость вертикальной скорости.

Тот факт, что упорядоченные (крупномасштабные) вертикальные движения тесно связаны с процессами облакообразования подтверждается повседневными наблюдениями. Достаточно указать на такие барические системы, как циклоны и ложбины с их мощными облачными системами и восходящими токами, а также антициклоны и гребни, где нисходящие токи или обуславливают отсутствие облачности, или разрушают ее.

С целью установления связи между вертикальной скоростью и условиями формирования облачности были рассчитаны (для 263 случаев) упорядоченные вертикальные токи при различной синоптической обстановке. Результаты сравнения средней вертикальной скорости \bar{w}_H на верхней границе пограничного слоя с количеством облаков в январе, июле и августе показали, что при положительных вертикальных скоростях в среднем наблюдается значительная облачность (≥ 7 баллам), при отрицательных — облачность меньше 7 баллов.

Повторяемость знака вертикальных скоростей (w_H) на верхней границе погранслоя при различном количестве облаков приведены в табл. 17.17. Из данных этой таблицы следует, что при восходящих токах преобладает значительная облачность (повторяемость колеблется от 69 до 81 %), а при нисходящих — облачность меньше 7 баллов. Одновременно данные табл. 17.17 указывают на то, что вертикальная скорость является важным, но не единственным фактором облакообразования: примерно в $1/3$ случаев наблюдается значительная облачность при нисходящих токах и облачность меньше 7 баллов при восходящих.

В табл. 17.18 сравнивается изменение количества облаков во времени (эволюция ее) с изменением вертикальной скорости Δw_H за 12 ч. С положительным изменением вертикальной скорости

во времени (эволюция ее) с изменением вертикальной скорости Δw_H за 12 ч. С положительным изменением вертикальной скорости

Таблица 17.17. Повторяемость (%) знака вертикальных скоростей w_H

Месяц	Повторяемость	Облачность ≥ 7 баллов		Облачность < 7 баллов	
		$w_H > 0$	$w_H < 0$	$w_H > 0$	$w_H < 0$
Январь	<i>N</i>	30	7	—	—
	%	81	19	—	—
Июль	<i>N</i>	47	22	14	35
	%	69	31	28	72
Август	<i>N</i>	47	21	17	25
	%	69	31	40	60

Таблица 17.18. Связь изменения вертикальной скорости Δw_H во времени с эволюцией облачности

Месяц	Эволюция облачности	Повторяемость	Δw_H	
			> 0	< 0
Июль	Увеличение	<i>N</i>	42	3
		%	84	9
	Рассеяние	<i>N</i>	8	33
		%	16	91
Август	Увеличение	<i>N</i>	33	6
		%	67	15
	Рассеяние	<i>N</i>	16	34
		%	33	85

сти во времени связано, как правило, увеличение количества облаков, с отрицательным — рассеяние их.

3.2. Уравнения притока тепла и влаги в облаке. Теория процессов, связанных с фазовыми переходами воды из одного агрегатного состояния в другое, является одним из наиболее сложных разделов физики. Некоторые успехи в разработке этой теории применительно к образованию облаков достигнуты лишь в последние десятилетия.

Исходные уравнения притока тепла и водяного пара в турбулентной атмосфере с учетом данных п. 4 главы 9 и п. 1 главы 14 запишем в виде

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{L_v}{c_p \rho}, \quad (3.2.1)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{v}{\rho}. \quad (3.2.2)$$

Здесь θ — потенциальная температура; s — массовая доля водяного пара; v — абсолютная скорость конденсации водяного пара,

т. е. масса водяного пара, конденсирующегося на каплях за единицу времени в единичном объеме воздуха.

Последние слагаемые в правых частях (3.2.1) и (3.2.2) учитывают влияние конденсации водяного пара на изменение теплосодержания и доли пара облачного воздуха. В уравнении (3.2.1) опущен член, содержащий радиационный приток тепла, роль которого существенна лишь вблизи границ облака (в слое толщиной не более 50 м); внутри же облака радиационный приток тепла близок к нулю.

Система (3.2.1)—(3.2.2) для облака, где водяной пар находится в насыщенном состоянии, дополняется соотношением

$$s = s_m = 0,622 \frac{E(T)}{p}. \quad (3.2.3)$$

Прямой метод решения системы (3.2.1)—(3.2.3) связан с большими трудностями. Так, если из этой системы исключить v и s , то получим дифференциальное уравнение для Θ , которое оказывается нелинейным, с переменными коэффициентами и довольно сложной правой частью. Такой же сложный вид имеют уравнения для v и s . К тому же искомые функции должны удовлетворять условиям на подвижных границах облака, что еще более осложняет решение системы (3.2.2)—(3.2.3). В случае, когда изучается процесс образования облака, помимо этих трудностей, возникает дополнительное (принципиальное) затруднение. Оно сводится к тому, что момент начала облакообразования, а вместе с этим и переход к системе (3.2.1)—(3.2.3) от системы, описывающей перенос тепла и водяного пара в безоблачной атмосфере, неизвестны (определение этого момента — важная задача теории).

Поскольку прямой метод решения системы уравнений переноса тепла и влаги в облаках встречает большие трудности (принципиального и технического характера), усилия были направлены на разработку другого метода, в котором наиболее существенные из этих трудностей устранены.

Основной физической предпосылкой нового метода служит представление о достаточно полном увлечении облачных элементов (капель воды и кристаллов льда) теми частицами воздуха (молями), которые участвуют в турбулентном обмене. Самое простое доказательство этого утверждения заключается в следующих рассуждениях. В п. 3 главы 18 приводится формула для инерционного пути пробега l_i — максимального расстояния, которое проходит капля радиусом r , если ей сообщена начальная скорость v_0 относительно движущейся воздушной частицы:

$$l_i = \frac{2v_0\rho_k r^2}{9\eta},$$

где ρ_k — плотность капли (~ 1 г/см³), $\eta = (1,4 \div 1,9) \cdot 10^{-4}$ г/(сХХсм) — коэффициент молекулярной вязкости воздуха.

Оценка l_i по этой формуле показывает, что инерционный путь пробега каплей изменяется в широких пределах: от $1,29 \cdot 10^{-5}$ см (при $r=1$ мкм, $v_0=1$ см/с) до 6,46 см (при $r=100$ мкм, $v_0=50$ см/с). Пройдя путь l_i , капля начинает двигаться вместе с воздушной частицей (полностью увлекается ею). Согласно экспериментальным данным (полученным, в частности, в упомянутых выше полетах) размеры турбулентных частиц (молей) наиболее часто заключены между несколькими десятками сантиметров и сотнями метров (вплоть до нескольких километров). Поскольку l_i для каплей радиусом до 100 мкм существенно меньше размеров турбулентных молей, то становится очевидным, что капли такого радиуса ($r \leq 100$ мкм) практически полностью участвуют в турбулентных движениях воздушных частиц. Вопрос об учете падения более крупных капель под влиянием силы тяжести обсуждается в п. 3.5 данного параграфа.

Уравнение переноса водности при полном увлечении облачных элементов имеет вид

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \delta}{\partial z} + \frac{v}{\rho}, \quad (3.2.4)$$

где δ — удельная водность облака; k — коэффициент турбулентности.

Введем понятие *удельного влагосодержания* \tilde{s} , понимая под ним массу водяного пара, каплей воды и кристаллов льда в единичной массе воздуха. Очевидно,

$$\tilde{s} = s + \delta \quad (3.2.5)$$

Уравнение для \tilde{s} получим, если сложим уравнения (3.2.2) и (3.2.4):

$$\frac{\partial \tilde{s}}{\partial t} + u \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{s}}{\partial y} + w \frac{\partial \tilde{s}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \tilde{s}}{\partial z}. \quad (3.2.6)$$

Второе дифференциальное уравнение получим, если сложим уравнения (3.2.1) и (3.2.2), предварительно умножив уравнение (3.2.2) на L/c_p :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + u \frac{\partial \Pi}{\partial x} + v \frac{\partial \Pi}{\partial y} + w \frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \Pi}{\partial z}. \quad (3.2.7)$$

Здесь через Π обозначена функция

$$\Pi(x, y, z, t) = \Theta(x, y, z, t) + \frac{L}{c_p} s(x, y, z, t). \quad (3.2.8)$$

В уравнениях (3.2.6) и (3.2.7) полные (индивидуальные) производные записаны в развернутом виде. Здесь u, v, w — проекции скорости движения воздуха на оси координат x, y, z , при этом ось z направлена по вертикали вверх, а плоскость $хоу$ — касательная к уровенной поверхности.

Если турбулентный обмен отсутствует, то, согласно (3.2.6) и (3.2.7), индивидуальные производные $d\bar{s}/dt$ и $d\Pi/dt$ равны нулю. Физически это означает, что в движущейся массе воздуха функции \bar{s} и Π со временем не изменяются ($\bar{s} = \text{const}$, $\Pi = \text{const}$) независимо от того, происходит конденсация водяного пара или нет. Таким образом, установлены два *инварианта* (при отсутствии турбулентного обмена), которые сохраняют постоянное во времени значение как до начала конденсации водяного пара, так и в процессе образования и эволюции облака. Изменение \bar{s} и Π , как показывают уравнения (3.2.6)—(3.2.7), в движущейся массе происходит только под влиянием турбулентного обмена. Система (3.2.6)—(3.2.7) значительно проще системы (3.2.1)—(3.2.2), в которой основные осложнения возникают из-за величины v .

Поскольку объектом исследования являются облака, которые образуются лишь в тропосфере (выше тропопаузы наблюдаются сравнительно редко перламутровые и серебристые облака, представляющие лишь познавательный интерес), то решение уравнений (3.2.6) и (3.2.7) следует строить для ограниченного (а не полубесконечного) слоя, т. е. для тропосферы. Это существенно упрощает математическую сторону задачи и особенно выполнение расчетов. К тому же граничные условия, поставленные на конечной высоте (тропопаузе), могут быть экспериментально проверены, чего нельзя сделать в отношении условия на бесконечности.

Граничные условия для искомых функций (приводим их только для \bar{s}) записываются в виде

$$-\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} = \beta' (\bar{s} - s_1) + s_3 \quad \text{при } z = 0 \quad (\text{земная поверхность}), \quad (3.2.9)$$

$$-\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} = \beta'' (\bar{s} - s_2) + s_4 \quad \text{при } z = H \quad (\text{тропопауза}), \quad (3.2.10)$$

где $s_1(x, y, t)$, $s_2(x, y, t)$, $s_3(x, y, t)$, $s_4(x, y, t)$ — известные функции; β' , β'' — коэффициенты влагообмена.

Из (3.2.9) и (3.2.10) как частные случаи могут быть получены другие виды граничных условий. Так, если $\beta' = \beta'' = 0$, то они принимают вид

$$-\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} = s_3(x, y, t) \quad \text{при } z = 0 \quad \text{и} \quad -\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} = s_4(x, y, t) \quad \text{при } z = H, \quad (3.2.11)$$

т. е. на границах тропосферы известны потоки водяного пара. Если $1/\beta' = 1/\beta'' = 0$, то

$$\bar{s} = s_1(x, y, t) \quad \text{при } z = 0, \quad \bar{s} = s_2(x, y, t) \quad \text{при } z = H, \quad (3.2.12)$$

т. е. известны значения удельного влагосодержания на земной поверхности и на тропопаузе.

В том случае, когда скорость горизонтального переноса мало изменяется с высотой ($u, v = \text{const}$), путем введения новых незави-

симых переменных $\xi = x - ut$ и $\eta = y - vt$ (переменные z и t остаются прежними) уравнения (3.2.6) и (3.2.7) приводятся к виду:

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + w \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}, \quad (3.2.13)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} + w \frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \Pi}{\partial z}. \quad (3.2.14)$$

При построении теории образования слоистообразных облаков в первом приближении можно не учитывать горизонтальный турбулентный обмен (соответствующие члены в уравнениях (3.2.6) и (3.2.7) опущены).¹ Основанием для такого упрощения служит то, что горизонтальные размеры слоистообразных облаков значительно больше их вертикальных размеров: по горизонтали эти облака распространяются на сотни и тысячи километров.

Не останавливаясь на построении решений (3.2.6) и (3.2.7), выпишем их здесь в виде некоторых известных функций независимых переменных:

$$\bar{s}(x, y, z, t) = f_1(x, y, z, t), \quad (3.2.15)$$

$$\Pi(x, y, z, t) = f_2(x, y, z, t). \quad (3.2.16)$$

Покажем, как, зная вид функций f_1 и f_2 , найти наиболее важные для изучаемого явления величины — водность и температуру облака. Внутри облака водяной пар находится в насыщенном состоянии. По этой причине массовая доля водяного пара связана с температурой соотношением (3.2.3). Удельная водность облака, согласно (3.2.5), равна разности

$$\delta = \bar{s} - s_m \quad (3.2.17)$$

(из общей массы влаги вычитаем парообразную часть). Внутри облака соотношение (3.2.8) с учетом (3.2.3) и (3.2.16) принимает вид

$$\theta + \frac{L}{c_p} s_m = f_2. \quad (3.2.18)$$

Если воспользоваться уравнением Клаузиуса—Клапейрона (в интегральном виде)

$$\ln \frac{E}{E_0} = \frac{L}{R_n} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \quad (3.2.19)$$

(где E_0 — давление насыщения при температуре T_0) и формулой

$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$, то уравнению (3.2.18) можно придать вид

$$T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + c_1 \frac{1000}{p} \exp \left[c_2 \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] = f_2(x, y, z, t), \quad (3.2.20)$$

¹ Роль этого фактора оценена Г. Х. Исмаиловым.

где $c_1 = Ls_m(0)/c_p$, $c_2 = L/R_n$, $\kappa = c_p/c_v$ — постоянные, $s_m(0)$ — доля насыщенного водяного пара при температуре T_0 и давлении 1000 гПа.

Расчет s_m и T по формуле (3.2.20) выполняется с помощью специальной номограммы, по осям координат которой отложены функция Π и логарифм давления p , а два семейства кривых представляют собой изолинии доли насыщенного водяного пара ($s_m = \text{const}$) и изотермы ($T = \text{const}$).

Можно указать и другой (численный) способ определения температуры по известной функции Π , особенно удобный в том случае, когда интегрирование уравнения (3.2.14) выполняется численными методами. В самом деле, если на некотором i -м шаге (по времени) получено приращение функции $\Delta\Pi_i = \Pi_i - \Pi_{i-1}$, то приращение температуры $\Delta T_i = T_i - T_{i-1}$ в облаке на уровне с давлением p можно рассчитать по соотношению

$$\Delta\Pi_i = \left\{ \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + 0,622 \frac{L^2}{c_p p} \frac{E_{i-1}}{R_n T_{i-1}^2} \right\} \Delta T_i, \quad (3.2.21)$$

где E_{i-1} — давление насыщенного водяного пара при температуре T_{i-1} . При получении этого соотношения была использована формула (3.2.8), продифференцированная по времени, выражение (3.2.3) и уравнение Клаузиуса — Клапейрона. Рассчитав по последнему соотношению ΔT_i , находим температуру в облаке на i -том шаге интегрирования:

$$T_i = T_{i-1} + \Delta T_i.$$

Если по изложенной методике определены удельное влагосодержание \tilde{s} и доля насыщенного водяного пара s_m , то прежде всего появляется возможность ответить на важный вопрос, образовалась ли к данному моменту в заданном слое облачность.

Согласно изложенному, облачность наблюдается в слоях, в которых выполняется неравенство $\tilde{s} \geq s_m$, и отсутствует в слоях, в которых $\tilde{s} < s_m$.

Методика позволяет также рассчитать количественные характеристики образовавшейся облачности, в частности, с помощью формулы (3.2.17) определить ее удельную водность. Расчет выполняется для всех уровней, где водность положительна. Как только получены отрицательные значения водности для уровней, расположенных под нижней и над верхней границами облака, расчет прекращается. Высота нижней и верхней границ облака находится из уравнения

$$f_1(x, y, z, t) = s_m,$$

поскольку на этих уровнях водность облака равна нулю.

Для уровней, расположенных вне облака, потенциальная (а вместе с этим и кинетическая) температура рассчитывается по соотношению

$$\Theta(x, y, z, t) = f_2(x, y, z, t) - \frac{L}{c_p} f_1(x, y, z, t),$$

так как вне облака $\delta = 0$, $s = \tilde{s} = f_2$, $\Pi = \Theta + (L/c_p)s$.

Выполнив расчет для нескольких моментов времени (например, через 6, 12, 18, 24 ч от начального), получаем возможность проследить за эволюцией полей водности, влажности и температуры, а также за изменением границ облака во времени в различных точках пространства.

3.3. Установившееся распределение водности и влажности облаков по высоте. Изложенный выше метод решения системы уравнений переноса тепла и влаги в турбулентной атмосфере позволяет в общем (нестационарном) случае проследить за образованием и эволюцией облачности, в том числе за изменением ее границ. Однако расчет характеристик облака, когда учитываются все факторы, а сам процесс нестационарен, может быть выполнен, как правило, лишь с помощью быстродействующих ЭВМ.

Значительный познавательный и практический интерес представляет анализ установившегося (квазистационарного) распределения метеорологических величин по высоте. Формулы, с помощью которых описывается такое распределение, имеют наиболее простой вид, легко табулируются и могут быть использованы на практике.

Обратим внимание на следующее обстоятельство, установленное на основе анализа опытных синоптико-аэрологических материалов. В уравнении (3.2.6) все слагаемые имеют один и тот же порядок величины. Однако члены $\frac{\partial \tilde{s}}{\partial t}$ и $u \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{s}}{\partial y}$ имеют в большинстве случаев противоположные знаки. В самом деле, из опыта хорошо известно, что при адвекции более влажного (как правило, более теплого) воздуха, когда слагаемое $u \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{s}}{\partial y}$ меньше нуля,¹ влагосодержание воздуха в фиксированных точках пространства со временем растет ($\frac{\partial \tilde{s}}{\partial t} > 0$). И наоборот, при адвекции менее влажного (как правило, более холодного) воздуха, когда слагаемое $u \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{s}}{\partial y}$ больше нуля, влагосодержание

¹ В этом наиболее просто убедиться, если ось x направить вдоль скорости переноса. В этом случае

$$u > 0, v = 0, \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} < 0 \text{ и, следовательно,}$$

$$\text{но, } u \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{s}}{\partial y} < 0.$$

воздуха в точках с закрепленными координатами со временем убывает ($\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} < 0$). Таким образом, слагаемые $\frac{\partial \bar{s}}{\partial t}$ и $u \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{s}}{\partial y}$, будучи величинами одного порядка, но противоположными по знаку, в сумме дают величину, которая значительно меньше (по крайней мере, на один порядок) других членов уравнения (3.2.6). Вследствие этого при решении задачи в первом приближении уравнение (3.2.6) можно записать в виде

$$\frac{d}{dz} k \frac{d\bar{s}}{dz} - w \frac{d\bar{s}}{dz} = 0. \quad (3.3.1)$$

Следует подчеркнуть, что пренебрежение адвекцией влажности в уравнении (3.2.6) ничуть не означает ее малой роли в процессах облакообразования. Из предыдущих рассуждений следует, что локальные изменения влагосодержания в значительной степени обусловлены адвекцией. Однако перераспределение влагосодержания по вертикали, от которого зависит водность и положение границ облачности, в основном определяется турбулентным обменом и упорядоченными вертикальными токами.

Поскольку все облака, имеющие практическое значение, образуются в тропосфере, решение уравнения (3.3.1) строится для слоя, заключенного между земной поверхностью и тропопаузой. Понимая под w и k некоторые средние значения для всей тропосферы, для распределения удельного влагосодержания по высоте получаем формулу, которая служит решением уравнения (3.3.1):

$$\bar{s}(z) = s_1 - \frac{s_1 - s_2}{r - 1} (r^{z/H} - 1), \quad (3.3.2)$$

где s_1 и s_2 — массовая доля пара вблизи поверхности земли ($z=0$) и на тропопаузе ($z=H$); $r = \exp\left(\frac{w}{k} H\right) = \exp \eta$ — безразмерный параметр, зависящий от w , k и H . При практических расчетах долю пара на уровне тропопаузы (в нижней стратосфере) с вполне достаточной степенью точности можно считать вследствие очень низкой температуры равной нулю ($s_2=0$).

Распределение удельного влагосодержания по высоте при различных значениях параметра $(w/k)H = \eta$ приведено на рис. 17.9. Рисунок показывает, что кривая распределения \bar{s} по высоте имеет различную кривизну при восходящих ($w > 0$) и нисходящих ($w < 0$) вертикальных токах. При отсутствии вертикальных токов ($w=0$) удельное влагосодержание — линейно убывающая функция высоты:

$$\bar{s}(z) = s_1 - \frac{s_1 - s_2}{H} z. \quad (3.3.3)$$

В случае безоблачной атмосферы формула (3.3.2) описывает распределение доли пара по высоте выше приземного слоя (особенности распределения влажности в последнем рассмотрены в главе 14). При наличии облаков формула (3.3.2) справедлива для удельного влагосодержания. Но, так как водность облаков, как правило, значительно меньше массовой доли насыщенного пара ($\delta \ll s_m$), приближенно можно считать, что формула (3.2.2)

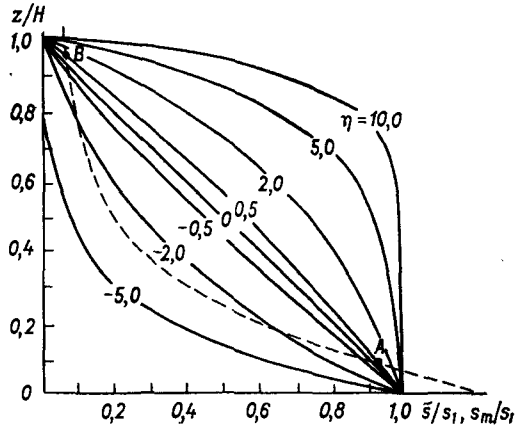


Рис. 17.9. Распределение удельного влагосодержания по высоте при различных значениях η .

описывает распределение доли пара по высоте и в случае облачной атмосферы.

Нижняя граница облака. На уровне нижней границы облака, которую обозначим через z_k , водность облака равна нулю ($\delta = 0$), а согласно (3.2.17), удельное влагосодержание

$$\tilde{s} = s_m \text{ при } z = z_k. \quad (3.3.4)$$

Если воспользоваться соотношением (3.2.3) и формулой (3.3.2), то равенство (3.3.4) можно переписать в виде

$$1 - \frac{r^{z_k/H} - 1}{r - 1} = \frac{E(T_k)}{E(\tau_1)} \frac{p_1}{p_k}. \quad (3.3.5)$$

Здесь $E(T_k)$ и $E(\tau_1)$ — давление насыщенного водяного пара при температуре T_k на нижней границе облака и температуре точки росы τ_1 у земной поверхности; p_k и p_1 — давление воздуха на этих уровнях. Давление воздуха на уровне z_k рассчитывается с помощью барометрической формулы

$$\ln \frac{p_k}{p_1} = - \frac{gz_k}{RT_m} \approx - \frac{gz_k}{RT_1}. \quad (3.3.6)$$

Температуру воздуха T_k на уровне нижней границы облака можно рассчитать при известных T_1 и p_1 по формуле, которая слу-

жит решением уравнения (3.2.7) для функции Π , если в отношении ее произвести те же упрощения, которые сделаны выше для функции ξ . Однако при этом получаются несколько громоздкие выражения, использование которых на практике затруднительно. Поэтому воспользуемся следующим хорошо известным фактом: температура воздуха в слое между земной поверхностью и нижней границей слоистообразных облаков линейно убывает с высотой, т. е.

$$T = T_1 - \gamma z. \quad (3.3.7)$$

Если привлечь еще уравнение Клаузиуса—Клапейрона

$$\ln \frac{E(T_k)}{E(\tau_1)} = \frac{L}{R_n} \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{T_k} \right) \approx \frac{L(T_k - \tau_1)}{R_n \tau_1^2}$$

или

$$\begin{aligned} \ln \frac{E(T_k)}{E(\tau_1)} &\approx \frac{L}{R_n \tau_1^2} [(T_1 - \tau_1) - (T_1 - T_k)] = \\ &= \frac{L}{R_n \tau_1^2} [(T_1 - \tau_1) - \gamma z_k], \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

то формула (3.3.5) для высоты нижней границы слоистообразных облаков примет следующий вид:

$$\ln \left(1 - \frac{r^{z_k/H}}{r-1} \right) + \frac{z_k}{B} = b(T_1 - \tau_1). \quad (3.3.9)$$

Здесь $b = L/R_n \tau_1^2$, $H_1 = R\tau_1/g$, L — удельная теплота парообразования, τ_1 — температура точки росы у земной поверхности (по абсолютной шкале), $B = (b\gamma - 1/H_1)^{-1}$. В том частном случае, когда вертикальная скорость близка к нулю ($w \approx 0$), формула для высоты нижней границы облака принимает вид

$$\ln \left(1 - \frac{z_k}{H} \right) + \frac{z_k}{B} = b(T_1 - \tau_1). \quad (3.3.10)$$

Значения параметра B приведены в табл. 17.19.

Если высота нижней границы облаков не больше 500—600 м, то формула (3.3.10) может быть записана в еще более простом виде:

$$z_k = D(T_1 - \tau_1), \quad (3.3.11)$$

где $D = b(b\gamma - 1/H - 1/H_1)^{-1}$ — множитель, зависящий в основном от γ и τ_1 . Частным случаем формулы (3.3.11), когда $\gamma = \gamma_a$, служит формула Ферреля (в этом случае $D = 122$ м/К).

Согласно формулам (3.3.9)—(3.3.11), высота нижней границы облака зависит от следующих параметров: а) дефицита точки росы $\Delta_1 = T_1 - \tau_1$ вблизи земной поверхности (увеличение Δ_1 сопровож-

Таблица 17.19. Значения параметра $10^{-3}B$ (м)

$\tau_1, ^\circ\text{C}$	$\gamma, ^\circ\text{C}/100 \text{ м}$								
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
-70	20,50	9,11	5,86	4,32	3,42	2,83	2,41	2,10	1,86
-60	24,85	10,50	6,68	4,89	3,86	3,18	2,71	2,36	2,09
-50	30,70	12,20	7,59	5,52	4,33	3,57	3,03	2,63	2,33
-40	38,10	14,10	8,61	6,21	4,85	3,98	3,38	2,93	2,59
-30	48,50	16,30	9,77	6,98	5,43	4,45	3,76	3,26	2,88
-20	62,20	18,90	11,10	7,85	6,08	4,96	4,18	3,62	3,19
-10	85,30	21,80	12,50	8,77	6,75	5,49	4,62	4,00	3,52
0	—	25,20	14,10	9,77	7,48	6,06	5,05	4,39	3,86
10	—	29,20	15,80	10,90	8,26	6,67	5,59	4,81	4,20
20	—	34,00	17,30	12,10	9,13	7,34	6,14	5,27	4,62
30	—	39,70	20,00	13,40	12,71	8,05	6,71	5,76	5,05
40	—	46,10	22,40	14,80	11,00	8,79	7,31	6,26	5,50

дается ростом z_K); б) вертикального градиента температуры γ (увеличение γ ведет к уменьшению z_K); в) температуры точки росы τ_1 (увеличение τ_1 сопровождается ростом z_K); г) безразмерного параметра $\eta = (\omega/k)H$ (увеличение η ведет к уменьшению z_K).

Расчет z_K по формулам (3.3.9)–(3.3.11) выполняется с помощью графиков.

3.4. Водность, верхняя граница и толщина облака. Развитые выше представления о закономерностях распределения удельного влагосодержания с высотой могут быть достаточно эффективно использованы для разработки методики определения верхней границы облаков. С этой целью сместим начало координат на уровень нижнего основания облака, начав отсчитывать высоту от последнего. Если под ω и k понимать средние значения вертикальной скорости и коэффициента турбулентности в слое между нижней границей облака и тропопаузой, то решение уравнения (3.3.1) в этом случае будет иметь вид

$$\bar{s}(z) = s_K \left(1 - \frac{r^{z/H^*} - 1}{r - 1} \right). \quad (3.4.1)$$

Здесь $s_K = s_m(z_K)$ — доля насыщенного водяного пара на уровне нижней границе облака; H^* — превышение тропопаузы над нижней границей облака; $r = \exp\left(\frac{\omega}{k} H^*\right)$. При этом, основываясь на опытных данных, долю пара на уровне тропопаузы принимаем равной нулю ($s_2 \approx 0$). Исследуем прежде всего распределение водности облака с высотой. Согласно (3.2.17) и (3.4.1), имеем

$$\delta(z) = s_K \left(1 - \frac{r^{z/H^*} - 1}{r - 1} \right) - s_m(z) \quad (3.4.2)$$

или

$$\frac{\delta(z)}{s_k} = \frac{r - r^{z/H^*}}{r - 1} - \frac{s_m(z)}{s_m(z_k)}. \quad (3.4.3)$$

Так как по уравнению Клаузиуса—Клапейрона и барометрической формуле

$$\ln \frac{s_m(z)}{s_m(z_k)} = \frac{L}{R_n} \left(\frac{1}{T_k} - \frac{1}{T} \right) + \frac{gz}{RT_k},$$

то, предполагая, как и выше, линейную зависимость температуры воздуха от высоты ($T = T_k - \gamma z$), запишем формулу (3.4.3) в виде

$$\frac{\delta(z)}{s_k} = \frac{r - r^{z/H^*}}{r - 1} - \exp\left(-\frac{H^*}{B} \frac{z}{H^*}\right), \quad (3.4.4)$$

где $\frac{1}{B} = \frac{L\gamma}{R_n T_k^2} - \frac{g}{RT_k}$ — параметр, имеющий ту же структуру и

смысл, что и в формуле (3.3.10). Определить B можно также с помощью табл. 17.19, если в ней заменить τ_1 на T_k .

В случае когда вертикальная скорость мала ($\omega \approx 0$) или очень велик коэффициент турбулентности (а в общем случае — мал параметр $\eta = \frac{\omega}{k} H^*$), формула (3.4.4) принимает вид

$$\frac{\delta_0(z)}{s_k} = \left(1 - \frac{z}{H^*}\right) - \exp\left(-\frac{H^*}{B} \frac{z}{H^*}\right). \quad (3.4.5)$$

Зависимость отношения $\delta_0(z)/s_k$ от безразмерной высоты z/H^* при различных значениях B/H^* представлена на рис. 17.10.

Вясним, как изменяется водность облака с изменением температуры воздуха (T_k) на нижней границе облака и вертикального градиента (γ) температуры между z_k и тропопаузой. Если $\gamma = \text{const}$, а T_k растет, то увеличивается s_k , а вместе с ней $\delta_0(z)$, поскольку, согласно формулам (3.4.4) и (3.4.5), водность пропорциональна массовой доле пара s_k . Однако при этом, как показывает табл. 17.19, растет и параметр B , что вызывает, согласно рис. 17.10, уменьшение водности облака. Однако увеличение водности под влиянием s_k более значительно (s_k — нелинейная, сильно растущая при возрастании T_k функция), чем уменьшение ее под влиянием B . Таким образом, при одинаковых значениях других параметров (η , γ) водность облака на всех высотах растет при увеличении температуры на нижней границе его. При этой причине водность облаков в среднем тем больше, чем меньше высота (z_k) их нижней границы (основания). В частности, водность облаков нижнего яруса больше, чем водность облаков среднего и, тем более, верхнего яруса.

Если температура T_k на уровне основания облака постоянна ($T_k = \text{const}$), а растет вертикальный градиент (γ) температуры, то, согласно табл. 17.19, уменьшается параметр B и, согласно рис. 17.10, увеличивается водность и толщина облака.

Для выяснения роли вертикальных токов (в общем случае — параметра $\eta = \frac{\omega}{k} H^*$) составим разность $\Delta\delta = \delta(z) - \delta_0(z)$, которая при одних и тех же значениях T_k и γ , как следует из формул (3.4.4) и (3.4.5), равна

$$\frac{\Delta\delta}{s_k} = \frac{z}{H^*} - \frac{r^{z/H^*} - 1}{r - 1}. \quad (3.4.6)$$

Зависимость отношения $\Delta\delta/s_k$ от z/H^* при различных значениях η изображена на рис. 17.11. Видно что под влиянием восходящих вертикальных токов ($\eta > 0$) влажность облака возрастает (по сравнению с облаком, в котором $\omega \approx 0$) и максимум ее смещается по направлению к верхней границе облака.

Из краткого анализа формул (3.4.4) и (3.4.5) следует, что влажность облака и ее распределение с высотой определяются большим числом факторов (T_k , γ , ω , k , H^* , z), сочетание и изменение которых приводит к появлению огромного разнообразия профилей влажности, а вместе с этим видов и разновидностей облаков.

После того, как исследовано распределение влажности с высотой, сравнительно просто решается вопрос о расчете высоты верхней границы облаков. Согласно определению, последняя представляет собой такой уровень, на котором влажность облака обращается в нуль. Если обозначить высоту верхней границы над основанием облака через z^* , то $\delta(z^*) = 0$. Приравнивая правую часть соотношения (3.4.4) к нулю, получаем следующую формулу для определения толщины слоистообразной облачности:

$$\frac{z^*}{H^*} = \frac{B}{H^*} \ln \frac{r - 1}{r - r^{z^*/H^*}}. \quad (3.4.7)$$

Результаты расчета величины z^*/H^* по последнему уравнению графически изображены на рис. 17.12. По осям этого рисунка отложены безразмерные отношения B/H^* и z^*/H^* , а сплошные кривые соответствуют различным значениям безразмерного параметра

$$\eta = \frac{\omega}{k} H^*.$$

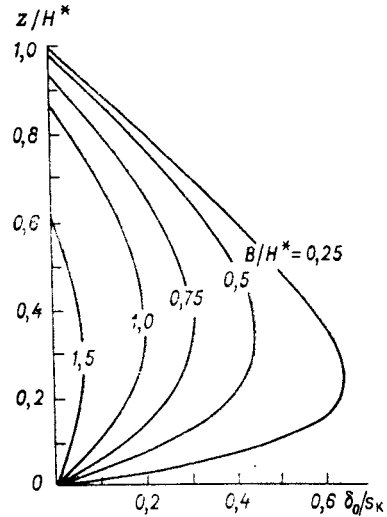


Рис. 17.10. Распределение удельной влажности по высоте при $\omega \approx 0$.

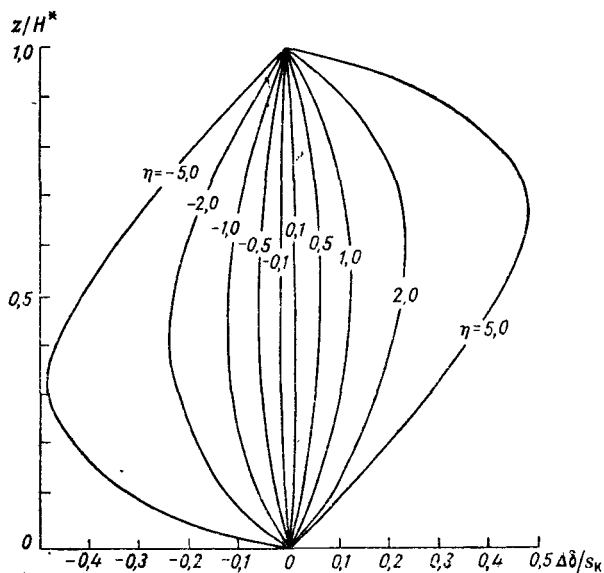


Рис. 17.11. График для определения разности $\Delta\delta = \delta(z) - \delta_0(z)$.

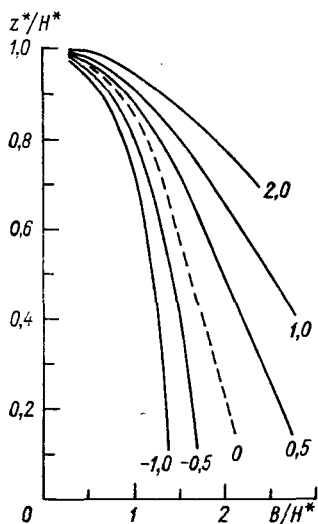


Рис. 17.12. Номограмма для расчета высоты верхней границы слоистообразной облачности.

Физически понятна зависимость z^* от η (при фиксированном B с ростом η толщина облака увеличивается) и вертикального градиента температуры γ (при $\eta = \text{const}$ увеличение γ сопровождается уменьшением B и ростом толщины облака). Не вполне очевидна (с первого взгляда) зависимость z^* от температуры T_k на нижней границе облака: с ростом ее параметр B , согласно табл. 17.19, увеличивается и, следовательно, при $\gamma = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$ толщина облака уменьшается. Однако такая зависимость становится ясной, если обратиться к рис. 17.9. На этом рисунке наряду с кривыми распределения удельного влагосодержания \tilde{s}/s_1 нанесена штриховая кривая s_m/s_1 . Точки пересечения этой кривой с кривыми \tilde{s}/s_1 (например, точки A и B при $\eta = 0,5$) определяют положение нижней и верхней границ облака, а расстояние по горизонтали между этими кривыми представляет собой удельную водность, поделенную на s_1 (т. е. δ/s_1). Положение кривой $s_m(z)/s_1$ зависит от температуры и влажности воздуха при $z=0$, распределения температуры и давления с высотой. Нетрудно видеть, что точка A (нижняя граница облака) располагается тем ниже, чем меньше дефицит точки росы Δ_1 при $z=0$, больше γ (т. е. быстрее падает температура с высотой) или η (т. е. больше прежде всего w).

Если под нулевым уровнем ($z=0$) понимать нижнюю границу облака и наряду с кривыми \tilde{s}/s_k построить кривые s_m/s_k для нескольких значений температуры (все эти кривые начинаются в точке $(1, 0)$, то окажется, что чем выше температура T_k , тем более медленно при $\gamma = \text{const}$ убывает с высотой отношение $s_m(z)/s_k$ и, как следствие, ниже лежит точка пересечения кривых s_m и \tilde{s} (при фиксированном η), определяющая высоту (z^*) верхней границы облака. Таким образом, чем выше температура на уровне основания облака, тем, при прочих равных условиях ($\gamma = \text{const}$, $\eta = \text{const}$), меньше толщина облака.

3.5. Учет падения облачных элементов под влиянием силы тяжести. В случае, когда облачные элементы становятся достаточно крупными и из облака начинают выпадать осадки, необходимо учитывать поток влаги, обусловленный падением капель воды под влиянием силы тяжести. Уравнение переноса влаги в этом случае имеет вид

$$\frac{d\tilde{s}}{dt} + u \frac{\partial \tilde{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{s}}{\partial y} + w \frac{\partial \tilde{s}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \tilde{s}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial Q_k}{\partial z}, \quad (3.5.1)$$

где Q_k — поток капель воды и кристаллов льда под влиянием силы тяжести (в $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$). С учетом сделанного выше замечания относительно знаков нестационарного и адвективного членов уравнение (3.5.1) можно записать в виде

$$\frac{d}{dz} k \frac{d\tilde{s}}{dz} - w \frac{d\tilde{s}}{dz} - \frac{1}{\rho} \frac{dQ_k}{dz} = 0. \quad (3.5.2)$$

Это уравнение назовем *уравнением баланса влаги в облаке*.

Остановимся прежде всего на получении соотношений для потока Q_k . Если $v(r)$ означает скорость падения капель радиусом r и $f(r)$ — функцию распределения капель по размерам (см. п. 6 главы 18), то вследствие падения капель, радиус которых заключен между r и $r+dr$, за 1 с через 1 м² горизонтальной площадки проходит масса воды, равная

$$nf(r) \frac{4}{3} \pi \rho_k r^3 v(r) dr.$$

Здесь n — общее число капель и кристаллов в 1 м³ облачного воздуха, ρ_k — плотность капель воды или кристаллов льда. Суммируя последнее выражение по всем радиусам, получаем следующую формулу для потока капель воды и кристаллов льда:

$$Q_k = -\frac{4}{3} \pi n \rho_k \int_0^{\infty} r^3 f(r) v(r) dr \quad (3.5.3)$$

(потоки, направленные вниз, считаем отрицательными). С другой стороны, можно записать следующее соотношение для удельной водности облака:

$$\delta = \bar{s} - s_m = \frac{n}{\rho} \int_0^{\infty} \frac{4}{3} \pi \rho_k r^3 f(r) dr, \quad (3.5.4)$$

где n/ρ — число капель и кристаллов льда в 1 кг воздуха.

Из сравнения (3.5.3) и (3.5.4) следует

$$Q_k = -\rho (\bar{s} - s_m) \bar{v}, \quad (3.5.5)$$

где через \bar{v} обозначена средневзвешенная (по массе) скорость падения облачных элементов, равная

$$\bar{v} = \frac{\int_0^{\infty} r^3 f(r) v(r) dr}{\int_0^{\infty} r^3 f(r) dr}. \quad (3.5.6)$$

С учетом соотношения (3.5.5) уравнение баланса влаги в облаке можно переписать в виде

$$\frac{d}{dz} \left(k \frac{d\bar{s}}{dz} \right) - \omega \frac{d\bar{s}}{dz} + \frac{d\bar{v}}{dz} (\bar{s} - s_m) = 0. \quad (3.5.7)$$

Поскольку скорость \bar{v} представляет интерес не только в связи с решением рассматриваемой задачи, остановимся на ее анализе несколько подробнее. Скорость падения капель воды в воздухе, в отличие от твердых частиц, с ростом размеров неограниченно не возрастает, а стремится вследствие сплющивания капель к некото-

рому конечному значению. Анализ экспериментальных материалов, среди которых наиболее полными являются данные Р. Ганна и Р. Кинцера, показал, что зависимость скорости падения капель от радиуса с вполне удовлетворительной точностью может быть аппроксимирована следующей формулой:

$$v(r) = v_{\infty} [1 - \exp(-ar)]. \quad (3.5.8)$$

Постоянные v_{∞} и a , определенные по способу наименьших квадратов, оказались равными: $v_{\infty} = 995$ см/с, $a = 12 \cdot 10^{-4}$ мкм⁻¹.

Насколько удовлетворительно формула (3.5.8) согласуется с опытными данными Ганна и Кинцера, показывает рис. 17.13. Согласно этому рисунку, рассчитанная по формуле (3.5.8) скорость падения капель несколько завышена (по сравнению с экспериментальной) при малых r и несколько занижена при больших значениях радиуса капель. При вычислении средневзвешенной скорости \bar{v} ошибки расчета $v(r)$, поскольку они разного знака, будут в значительной степени скомпенсированы.

В формулу (3.5.6), кроме $v(r)$, входит функция распределения капель по размерам. На основе результатов, изложенных в п. 6 главы 18, функцию распределения можно взять в следующем виде:

$$f(r) = \frac{4r^2}{r_m^3} \exp\left(-\frac{2r}{r_m}\right), \quad (3.5.9)$$

где r_m — радиус капель, при котором $f(r)$ достигает максимума.

Подставив в (3.5.6) определенные формулами (3.5.8) и (3.5.9) функции $f(r)$ и $v(r)$ и выполнив интегрирование, получим

$$\bar{v} = v_{\infty} \left[1 - \frac{64}{(2 + ar_m)^6} \right]. \quad (3.5.10)$$

Средневзвешенная скорость падения капель воды при различных r_m равна:

r_m мкм	5	10	15	20	50	100	200	500	1000
\bar{v} см/с . . .	18	34	52	72	161	292	480	790	935

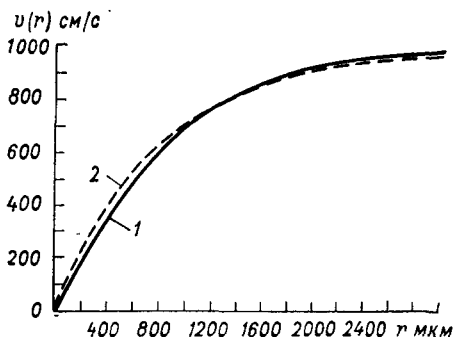


Рис. 17.13. Зависимость скорости падения капель от радиуса.

1 — опытные данные, 2 — расчет по формуле (3.5.8).

Радиус r_m в свою очередь зависит от водности облака или интенсивности осадков.

3.6. Влагосодержание вертикального столба. При решении ряда задач, в частности при оценке количества осадков, которые могут выпасть из облака, необходимо знать влагосодержание вертикального столба единичного сечения, располагающегося над пунктом наблюдения. Обозначим его через Q . Поскольку в элементарном столбе толщиной dz масса влаги равна $\bar{s}(z)\rho(z)dz$, влагосодержание столба от земной поверхности до тропопавзы равно

$$Q = \int_0^H \bar{s}(z) \rho(z) dz.$$

Распределение плотности в тропосфере описывается формулой $\rho(z) = \rho_1 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$, где ρ_1 — плотность воздуха при $z=0$. Если теперь для $\bar{s}(z)$ воспользоваться формулой (3.3.2), то, выполнив интегрирование, получим (при $s_2 \approx 0$)

$$Q = \rho_1 s_1 \frac{H}{r-1} \left\{ r [1 - \exp(-1)] + \frac{1}{\eta-1} [1 - \exp(\eta-1)] \right\}, \quad (3.6.1)$$

где $\rho_1 s_1 = a_1$ — абсолютная влажность у земной поверхности ($z=0$), $\eta = \frac{w}{k} H$, $r = \exp\left(\frac{w}{k} H\right)$.

Нетрудно видеть, что влагосодержание вертикального столба пропорционально a_1 и H . Оно существенно зависит при заданных a_1 и H от безразмерного параметра η . В результате расчета отношения $Q/a_1 H$ по исходной формуле получены следующие значения:

$$\eta \cdot \dots \cdot \begin{matrix} -10 & -5 & -2 & -1 & -0,5 & 0 & 0,5 & 1 & 2 & 5 & 10 \\ Q/a_1 H & 0,091 & 0,162 & 0,267 & 0,316 & 0,343 & 0,368 & 0,393 & 0,419 & 0,462 & 0,545 & 0,586 \end{matrix}$$

С ростом η , т. е. с увеличением вертикальной скорости, отношение $Q/a_1 H$ возрастает. Значения Q составляют, как правило, несколько десятков кг/м^2 . Так, при $T_1 = 15^\circ\text{C}$, $f_1 = 0,5$, $H = 10$ км и $\eta = 5$ получаем:

$$Q = 0,545 \cdot 9,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 \approx 51,7 \text{ кг/м}^2.$$

С ростом приземной температуры T_1 (при заданных f_1 и H) Q растет (поскольку растет a_1), при этом тем быстрее, чем выше температура. При фиксированной T_1 влагосодержание Q — линейно растущая функция приземной относительной влажности f_1 .

Формула (3.6.1) получена при постоянной вертикальной скорости (точнее, при $\eta = \text{const}$) и без учета выпадения осадков. Бо-

лее точные результаты можно получить, если отказаться от этих ограничений, путем интегрирования уравнения (3.5.7) с помощью численных методов. Зависимость w от высоты описывалась формулой

$$w(z) = 4w_m \frac{z}{H} \left(1 - \frac{z}{H}\right),$$

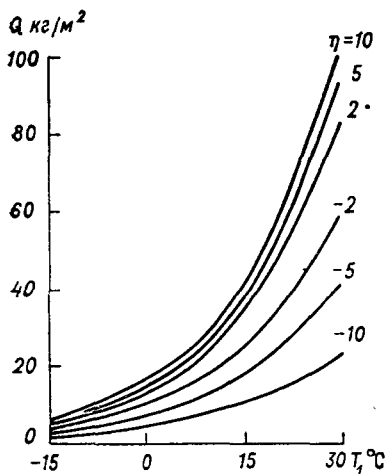


Рис. 17.14. Зависимость влагосодержания вертикального столба от T_1 и η (при фиксированных $f_1=0,7$ и $\zeta=0$).

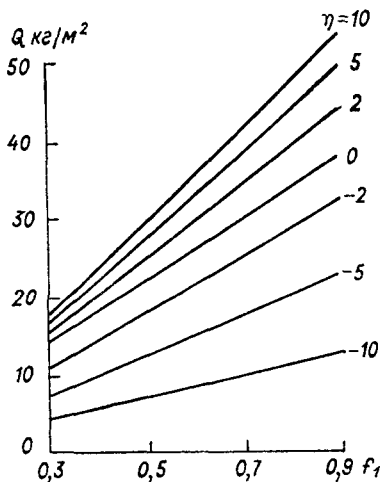


Рис. 17.15. Зависимость влагосодержания вертикального столба от f_1 и η (при $T_1=15^\circ\text{C}$ и $\zeta=0$).

а средневзвешенная скорость \bar{v} принималась постоянной (здесь w_m — максимальное значение w , которое достигается на высоте $z=H/2$).

Анализ уравнения (3.5.7) показал, что влагосодержание Q зависит от четырех величин: $\eta = \frac{w_m H}{k_\infty}$, $\zeta = \frac{\bar{v} H}{k_\infty}$ (эти величины безразмерные), приземных температуры T_1 и относительной влажности f_1 . Величина k_∞ — коэффициент турбулентности выше пограничного слоя атмосферы; внутри же этого слоя учтена зависимость k от z по экспоненциальной формуле, согласованной с достижениями теории подобия.

Зависимость Q от T_1 и η при фиксированных $f_1=0,7$ и $\zeta=0$ иллюстрируется рис. 17.14. С увеличением T_1 и η влагосодержание вертикального столба растет. Увеличение приземной относительной влажности f_1 сопровождается практически линейным ростом Q

(рис. 17.15). Если известно распределение температуры, то можно определить и *водозапас облака* Q_δ — массу капельножидкой воды в вертикальном столбе единичного сечения. Результаты расчета Q_δ представлены на рис. 17.16. Водозапас облака растет с увеличением приземной температуры T_1 и резко уменьшается с ростом скорости падения облачных элементов. Насколько существенно влияет на Q_δ вертикальная скорость, показывают следующие данные (при $\zeta=0$, $T_1=15^\circ\text{C}$, $\gamma=0,65^\circ\text{C}/100\text{ м}$, $f_1=0,9$, $H=10\text{ км}$):

η	-2	0	2	5	10
Q_δ кг/м ²	4,84	13,7	22,3	30,8	36,0

При заданной вертикальной скорости ($\eta=2$) водозапас Q_δ резко уменьшается с увеличением скорости падения:

ζ	0	1	2	3	4
Q_δ кг/м ²	22,3	17,1	11,4	5,8	1,3

(при тех же значениях T_1 , f_1 , γ и H , что и выше).

Приведем сведения о зависимости максимальных (по высоте) значений удельной водности (δ_m) облака от параметра η (при $\zeta=0$; $T_1=15^\circ\text{C}$, $\gamma=0,65^\circ\text{C}/100\text{ м}$; $f_1=0,9$ и $H=10\text{ км}$):

η	-2	0	2	3	4
$\delta_m/s_m(T_1, p_1)$	0,108	0,286	0,458	0,632	0,749

и от параметра ζ (при $\eta=2$, $T_1=15^\circ\text{C}$, $\gamma=0,65^\circ\text{C}/100\text{ м}$, $f_1=0,9$ и $H=10\text{ км}$):

ζ	0	1	2	3	4
$\delta_m/s_m(T_1, p_1)$	0,458	0,358	0,248	0,139	0,042

Видно, что параметры η и ζ оказывают очень сильное влияние на максимальные значения (а вместе с ними и на весь профиль) водности облака.

В последние 10—15 лет влагосодержание атмосферы и водозапас облаков были измерены с помощью радиометрической аппаратуры, устанавливаемой на спутниках (А. М. Обухов, А. Е. Башаринов и др.). Анализ результатов наблюдений показал, что измеренные Q и Q_δ по порядку величины совпадают со значениями этих характеристик, полученными расчетным путем. Более того, наблюдениями подтверждены и некоторые связи, указываемые теорией, прежде всего зависимость Q и Q_δ от приземной температуры.

В качестве примера на рис. 17.17 приведены данные о водозапасе облаков (Q_0) и содержании водяного пара в вертикальном столбе (т. е. разность $Q - Q_0$) над Тихим океаном по измерениям со спутника «Космос-243» 24 сентября 1968 г. Разность $Q - Q_0$ близка к влагосодержанию Q , поскольку Q_0 значительно меньше Q . Видно, что влагосодержание Q изменяется в данном примере от 25 до 60 $\text{кг}/\text{м}^2$, водозапас облаков не превышает 2 $\text{кг}/\text{м}^2$. Расчеты Q_0 по измеренной с самолетов водности облаков и спутниковые данные показали, что водозапас $Q_0 > 0,8 \text{ кг}/\text{м}^2$ характерен для кучево-дождевых облаков; водозапас слоистообразной и волнистообразной облачности изменяется чаще всего в интервале 0,05—0,7 $\text{кг}/\text{м}^2$.

В данном примере значения Q_0 , превышающие 1 $\text{кг}/\text{м}^2$, наблюдаются в зоне шириной около 100 км вблизи 10° с. ш. (это так называемая внутритропическая зона конвергенции). Здесь же велико и влагосодержание атмосферы ($Q > 40 \text{ кг}/\text{м}^2$ в зоне шириной около 1100 км). Большие значения Q_0 (более 1 $\text{кг}/\text{м}^2$) наблюдаются севернее 40° с. ш. Здесь отмечалась мощная облачность теплого фронта вблизи центра глубокого циклона. Водозапас об-

лаков, как показывает рис. 17.17, резко изменяется на сравнительно небольших расстояниях (ширина отдельных выбросов составляет 100—150 км). Такие колебания Q_0 можно объяснить влиянием динамических факторов (в изложенной выше теории это параметры η и ζ). Резкое увеличение Q_0 вблизи 10° с. ш. и в зоне фронта объясняется возрастанием вертикальных скоростей. Однако можно отметить, что с помощью радиометрической аппаратуры, устанавливаемой на спутниках, фиксируется облачность, из которой выпадают достаточно интенсивные осадки. Об этом свидетельствует тот факт, что измеренные водозапасы облаков, как правило, не превышают 2 $\text{кг}/\text{м}^2$. На рис. 17.16 это область, соответствующая большим значениям параметра ζ (т. е. осадкам большой интенсивности).

В дальнейшем, когда информация о Q и Q_0 будет массовой и начнет поступать в прогностические центры, графики, подобные рис. 17.14—17.16, можно будет использовать для определения вертикальной скорости и интенсивности осадков.

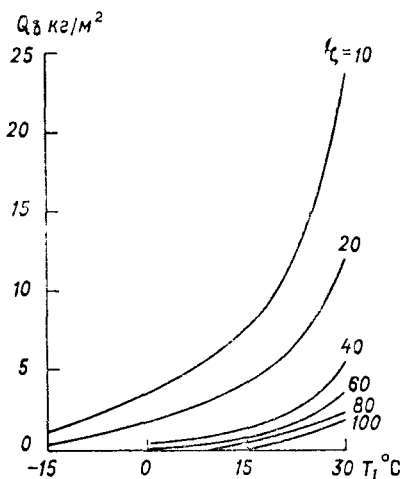


Рис. 17.16. Зависимость водозапаса облаков от T_1 и ζ (при $\eta=5$, $f_1=0,7$ и $\gamma=0,65^\circ\text{C}/100 \text{ м}$).

Определение содержания пара в вертикальном столбе (Q_s) и водозапаса облаков (Q_δ) с помощью радиометров (измеряющих потоки собственного теплового радиоизлучения атмосферы, обла-

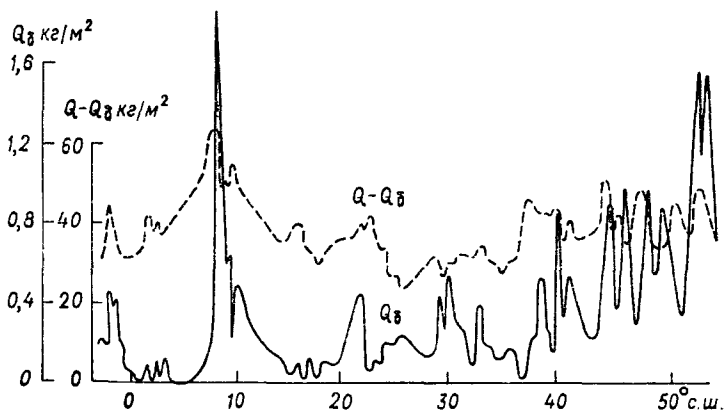


Рис. 17.17. Водозапас облаков (Q_δ) и содержание водяного пара ($Q - Q_\delta$) в вертикальном столбе над Тихим океаном (по наблюдениям со спутника «Космос-243» 24 сентября 1968 г.).

ков и осадков в микроволновом диапазоне длин волн — от 1 м до 1 мм) производится также по данным наблюдений с поверхности земли (в частности, с борта экспедиционных судов).

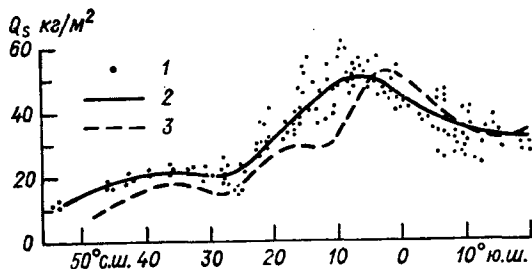


Рис. 17.18. Меридиональный профиль Q_s над Атлантическим океаном.

1 — данные измерений с 17 июня по 31 августа 1972 г., 2 — среднее из этих данных, 3 — среднее по измерениям в феврале—мае 1969 г.

На рис. 17.18 приведен меридиональный профиль Q_s над Атлантическим океаном в широтной зоне 53° с. ш. — 22° ю. ш. по наблюдениям с 17 июня по 31 августа 1972 г. и в феврале—мае 1969 г. Видно, что в субтропиках (45 — 25° с. ш.) содержание пара сравнительно невелико (22 — 23 $\text{кг}/\text{м}^2$). Наиболее сухой воздух ($Q_s = 15 \div 20$ $\text{кг}/\text{м}^2$) наблюдается в области азорского антицик-

лона (26—30° с. ш.). Наибольшие значения Q_s отмечаются во внутритропической зоне конвергенции (ВЗК), которая в июне—августе 1972 г. находилась на 7—9° с. ш., а в феврале—мае 1969 г. — на 3—4° с. ш. Среднее значение Q_s в ВЗК составило 50 кг/м², максимальное 65 кг/м², минимальное 32 кг/м².

Для определения Q , Q_s и Q_d широко используются данные радио- и самолетного зондирования атмосферы. Если в формуле

$$Q_s = \int_0^H s(z) \rho(z) dz = -\frac{1}{g} \int_{p_0}^{p_H} s(p) dp$$

(здесь переход от интеграла по z к интегралу по давлению осуществлен по уравнению статики) последний интеграл представить в виде суммы, то выражение для Q_s приведем к виду

$$Q_s = 0,0102 \sum_{i=1}^N \bar{s}_i \Delta p_i, \quad (3.6.2)$$

где \bar{s}_i — среднее значение массовой доли пара (в ‰) в слое, за-

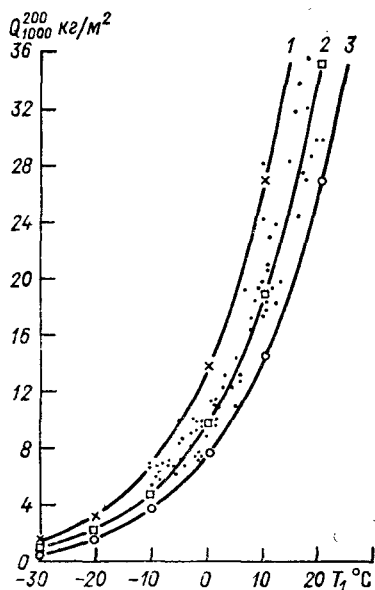


Рис. 17.19. Связь между T_1 и Q_{1000}^{200} при пасмурной погоде (облачность 8—10 баллов).

1) $\eta=0,5$, $f_1=70\%$; 2) $\eta=0,5$, $f_1=50\%$; 3) $\eta=0,1$, $f_1=40\%$.

ключенном между уровнями p_{i-1} и p_i ; $\Delta p_i = p_{i-1} - p_i$ (в гПа), N — число слоев, на которые разделена тропосфера, Q_s — в кг/м².

На рис. 17.19 и 17.20 сопоставляются средние месячные значения Q_s в столбе между уровнями 1000 и 200 гПа, определенные по данным радиозондирования атмосферы за 1961—1970 гг. в ряде точек территории СССР, с температурой воздуха (T_1) у земной поверхности. На эти рисунки нанесены все данные — по всем пунктам и в различные сезоны года, однако, прежде чем осреднять, они были разделены на две группы — соответствующие пасмурной (облачность 8—10 баллов) и малооблачной (0—2 балла) погоде. Точками на рисунках изображены опытные значения Q_s в столбе от 1000 до 200 гПа, кривыми — результаты расчета по методике, кратко рассмотренной выше, при тех значениях параметров, которые указаны в подписях к рисункам.

Видно, что во всех географических районах зависимость опытных Q_s от T_1 и η согласуется с предсказаниями теории. При облачности 8—10 баллов (рис. 17.19) все точки располагаются между расчетными кривыми, соответствующими положительным значе-

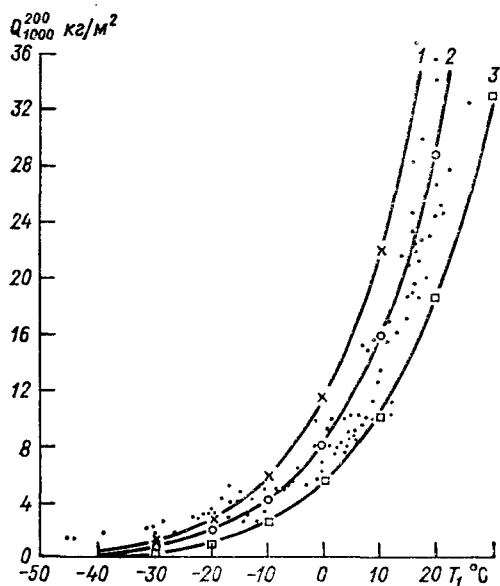


Рис. 17.20. Связь между T_1 и Q_{1000}^{200} при малооблачной погоде (облачность 0—2 балла).

1) $\eta = -1$, $f_1 = 70\%$; 2) $\eta = -1$, $f_1 = 50\%$; 3) $\eta = -5$, $f_1 = 60\%$.

ниям параметра η , в то время при малооблачной погоде (рис. 17.20) — между кривыми, соответствующими значениям $\eta < 0$. Таким образом, при пасмурной погоде преобладает восходящее ($\eta > 0$, $\omega > 0$), а при малооблачной — нисходящее ($\eta < 0$, $\omega < 0$) движение воздуха.

4 Влияние вертикальных токов, турбулентного обмена и радиации на профиль температуры

Анализируемые факторы позволяют объяснить особенности распределения температуры, которые наблюдаются в атмосфере в связи с образованием и эволюцией облаков. Важнейшими из этих особенностей являются инверсии температуры, образование которых часто связано с облачностью.

Из качественно-физических рассуждений очевидно, что процесс облакообразования сказывается на распределении температуры с высотой. Так, физически ясно, что под влиянием вертикальных