

3 Скорость падения твердых и жидких частиц в атмосфере .

На каждую частицу примеси в атмосфере действуют: а) внешние силы (сила тяжести, электростатические силы и др.); б) сила сопротивления со стороны воздуха; в) сила взаимодействия между частицами.

В общем случае исследование движения частиц примесей в атмосфере представляет исключительно сложную задачу, рассматриваемую в механике аэрозолей. Здесь будут рассмотрены наиболее простые случаи движения частиц примесей.

Запишем уравнение движения частицы в векторной форме. На основании второго закона Ньютона имеем

$$m \frac{dv}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{G}, \quad (3.1)$$

где \mathbf{v} — скорость движения частицы, m — ее масса, \mathbf{F} — сила сопротивления, \mathbf{G} — внешняя сила (например, сила тяжести).

Сила сопротивления зависит от скорости движения частицы относительно воздуха, размеров частицы и др. Теория показывает, что наиболее простой вид формула для силы сопротивления имеет при малых числах Рейнольдса (Re). Для шарообразных частиц (капель) при таком режиме движения сила сопротивления прямо пропорциональна скорости движения частицы относительно воздуха (*закон Стокса*). Аналитически эта зависимость записывается в виде

$$\mathbf{F}_0 = -6\pi\eta r \mathbf{v}, \quad (3.2)$$

где η — коэффициент молекулярной вязкости, r — радиус частицы.

При больших числах Re наблюдаются отклонения силы сопротивления от закона Стокса. Экспериментальные исследования показали, что с достаточной степенью точности силу сопротивления можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 \left(1 + \frac{1}{6} Re^{2/3} \right). \quad (3.3)$$

где $Re = 2rv\rho/\eta$, ρ — плотность воздуха.

Формула (3.3) дает в интервале $3 < Re < 400$ для силы \mathbf{F} значения, отличающиеся от экспериментальных не более чем на 2 %.

Рассмотрим падение шарообразной частицы (капли) под влиянием силы тяжести в случае малых чисел Re , т. е. при выполнении закона Стокса. Внешняя сила складывается из силы тяжести и выталкивающей силы воздуха (силы Архимеда):

$$\mathbf{G} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k \mathbf{g} - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \mathbf{g}, \quad (3.4)$$

где ρ_k — плотность частицы (капли); \mathbf{g} — ускорение свободного падения.

Так как плотность воздуха ρ значительно меньше плотности частицы (воды), то вычитаемым в формуле (3.4) практически всегда можно пренебречь и записать G в виде

$$G = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g. \quad (3.5)$$

Поскольку, скорость падения частицы, а также силы G и F направлены вдоль одной прямой (вертикали), то векторное уравнение (3.1) при малых Re с учетом (3.2) и (3.5) принимает вид

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g - 6\pi\eta r v. \quad (3.6)$$

При этом скорость v считается положительной, если она направлена вниз. Уравнению (3.6) можно придать следующий вид:

$$\frac{dv}{dt} - \frac{v}{\tau} - g = 0, \quad (3.7)$$

где $\tau = m/6\pi\eta r = 2r^2\rho_k/9\eta$ — величина с размерностью времени, играющая важную роль при исследовании движения частиц в воздухе и других средах; она носит название *времени релаксации*.

Установившуюся скорость движения частицы (v_s) получим из уравнения (3.7), если в нем положим $dv/dt = 0$. Таким образом,

$$v_s = g\tau \quad \text{или} \quad v_s = \frac{2g\rho_k}{9\eta} r^2. \quad (3.8)$$

Скорость установившегося движения частицы при малых значениях параметра Re (т. е. при малых r) прямо пропорциональна *квадрату радиуса частицы*. Экспериментальные данные показывают, что формула (3.8), называемая *формулой Стокса*, дает удовлетворительные результаты для скорости падения шарообразных частиц (капель), радиус которых 10^{-5} — $5 \cdot 10^{-3}$ см.

Для более крупных частиц необходимо считаться с отклонением силы сопротивления от закона Стокса. Результаты расчета установившейся скорости падения шарообразных частиц с плотностью 1,2 и 4 г/см³ в воздухе при температуре 20 °С и давлении 1013 гПа приведены на рис. 18.7. Кривые 1 на этом рисунке построены в предположении, что сила сопротивления определена формулой (3.3), кривые 2 — формулой Стокса.

Если движение частицы неустановившееся, то необходимо рассмотреть уравнение (3.7). Изучим случай падения частицы, которая в начальный момент ($t=0$) находилась в покое (начальная скорость равна нулю), а затем начала падать под действием силы тяжести. Решение уравнения (3.7) для этого случая имеет вид

$$v = v_s (1 - e^{-t/\tau}). \quad (3.9)$$

Так как время релаксации мало ($\tau \approx 0,03$ с при $r=50$ мкм, $\tau \approx 0,12$ с при $r=100$ мкм и $\tau \approx 0,5$ с при $r=200$ мкм), из формулы (3.9) следует, что скорость движения частицы уже по истечении незначительного времени (около 1 с) практически не отличается от установившейся.

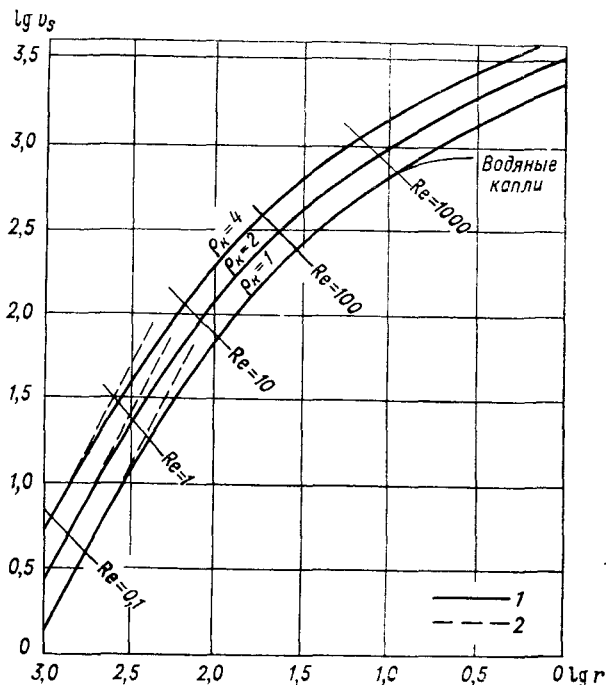


Рис. 18.7. Скорость падения шарообразных частиц в воздухе при $T=20^\circ\text{C}$ и $p=1013$ гПа (r — в см, v_s — в см/с, ρ_k — в г/см³).

Рассмотрим движение частицы, обладающей начальной скоростью v_0 , при отсутствии внешних сил (например, при горизонтальном движении частицы с большой начальной скоростью, когда можно пренебречь силой тяжести). В таком случае уравнение движения частицы имеет вид

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0. \quad (3.10)$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $v=v_0$ при $t=0$, имеет вид

$$v = v_0 e^{-t/\tau}. \quad (3.11)$$

Если записать скорость частицы в виде $v=dx/dt$ и проинтегрировать уравнение (3.11), то получим формулу для пройденного частицей пути:

$$x = v_0 \tau (1 - e^{-t/\tau}). \quad (3.12)$$

Формула (3.11) позволяет выяснить физический смысл введенной ранее величины τ . Согласно (3.11), в момент времени $t = \tau$ скорость частицы уменьшается в e раз по сравнению с первоначальной скоростью.

Полагая в формуле (3.12) $t = \infty$, легко находим максимальное расстояние l_i , которое проходит частица в сопротивляющейся среде, если ей сообщена начальная скорость v_0 :

$$l_i = v_0 \tau = \frac{2v_0 r^2 \rho_k}{9\eta}. \quad (3.13)$$

Величина l_i , играющая важную роль при исследовании криволинейных движений частиц (в частности, при расчете интенсивности обледенения самолетов), носит название *инерционного пути пробега частицы*.

Изложенная теория справедлива для сферических частиц, форма которых не изменяется при движении. Однако при падении капель радиусом 0,5 мм и более происходит их заметная деформация. Для таких капель данные о скорости падения можно получить лишь экспериментальным путем. При этом вводится понятие *эквивалентного радиуса капли* (r_3); под r_3 понимается радиус такого шара, объем которого равен объему деформированной капли.

Получены следующие опытные значения установившейся скорости падения капель v_s :

r_3 мм	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
v_s см/с	27	72	164	247	327	403
a/b	1,00	1,00	0,998	0,993	0,982	0,968
r_3 мм	0,7	1,0	1,5	2,0	2,5	2,9
v_s см/с	517	649	806	883	909	917
a/b	0,943	0,906	0,844	0,782	0,720	0,670

Здесь a/b — отношение вертикального размера капли к горизонтальному (мера сплюснутости капли).

На основе анализа экспериментальных данных получено следующее выражение для установившейся скорости падения капель:

$$v_s = 8,03 \cdot 10^{-3} r_3 + 0,013 \quad \text{при } 200 \text{ мкм} \leq r_3 \leq 500 \text{ мкм},$$

$$v_s = 3,67 \cdot 10^{-10} r_3^3 - 3,27 \cdot 10^{-6} r_3^2 + 9,57 \cdot 10^{-3} r_3 + 0,121$$

$$\text{при } r_3 > 500 \text{ мкм}.$$

Здесь r_3 — в микрометрах, v_s — в м/с. Ошибка расчета v_s по этим формулам не превышает 3,7 %.

По данным наблюдений в горной обсерватории (3350 м над уровнем моря, США) установлена следующая зависимость скорости падения частиц крупы неправильной формы от их диаметра d : $v_s = 285 + 1,38 \lg d$ (v_s — в см/с, d — в см). Эта формула получена на основе 143 измерений. Наблюдения проведены в достаточно

мощном облаке при температуре от -4 до -6 °С. В случае частиц гексогональной и конической формы для v_s получены выражения такого же вида, но с другими коэффициентами: соответственно $v_s = 369 + 1,97 \lg d$ и $v_s = 340 + 182 \lg d$.

4 Коэффициент соударения (захвата)

На большом удалении от тела траектории воздушных частиц, а вместе с ними и капель представляют собой параллельные прямые (при условии, что тело, например, самолет, перемещается горизонтально с постоянной скоростью). По мере приближения к телу траектории капель начинают искривляться (рис. 18.8). Если бы не происходило искривления траекторий капель, то все капли, которые находятся в объеме воздуха, вырезаемом телом, осаждались бы на нем. Под влиянием искривления траекторий часть капель не будет осаждаться на теле. Важнейшая задача теории — определить траектории движения капель вблизи обтекаемого тела и выяснить условия осаждения капель на нем.

Одна из наиболее важных количественных характеристик процесса осаждения (или захвата) капель — коэффициент соударения. Назовем коэффициентом соударения (\mathcal{E}) частиц с обтекаемым телом отношение числа соударяющихся с телом частиц к числу частиц, центры которых прошли бы через тело, если бы двигались все время прямолинейно (см. рис. 18.8). Для определения коэффициента соударения необходимо найти крайние траектории капель, которые еще соприкасаются с телом. Если обозначить через s площадь поперечного сечения (на достаточно большом удалении от тела) того цилиндра, образующими которого служат крайние траектории, то для коэффициента соударения можно записать следующую формулу:

$$\mathcal{E} = s/S,$$

где S — площадь наибольшего сечения тела плоскостью, перпендикулярной направлению воздушного потока.

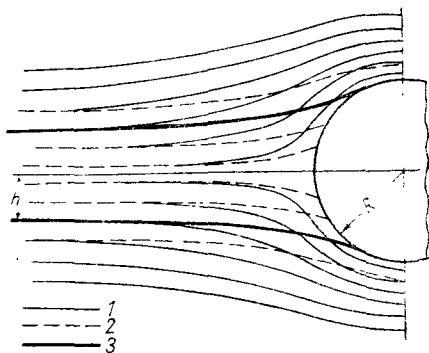


Рис. 18.8. Инерционное осаждение частиц и коэффициент соударения (захвата).

1 — траектории (линии тока) воздушных частиц, 2 — траектории капель, 3 — крайние траектории капель.