

мощном облаке при температуре от  $-4$  до  $-6$  °С. В случае частиц гексогональной и конической формы для  $v_s$  получены выражения такого же вида, но с другими коэффициентами: соответственно  $v_s = 369 + 1,97 \lg d$  и  $v_s = 340 + 182 \lg d$ .

#### 4 Коэффициент соударения (захвата)

На большом удалении от тела траектории воздушных частиц, а вместе с ними и капель представляют собой параллельные прямые (при условии, что тело, например, самолет, перемещается горизонтально с постоянной скоростью). По мере приближения к телу траектории капель начинают искривляться (рис. 18.8). Если бы не происходило искривления траекторий капель, то все капли, которые находятся в объеме воздуха, вырезаемом телом, осаждались бы на нем. Под влиянием искривления траекторий часть капель не будет осаждаться на теле. Важнейшая задача теории — определить траектории движения капель вблизи обтекаемого тела и выяснить условия осаждения капель на нем.

Одна из наиболее важных количественных характеристик процесса осаждения (или захвата) капель — коэффициент соударения. Назовем коэффициентом соударения ( $\mathcal{E}$ ) частиц с обтекаемым телом отношение числа соударяющихся с телом частиц к числу частиц, центры которых прошли бы через тело, если бы двигались все время прямолинейно (см. рис. 18.8). Для определения коэффициента соударения необходимо найти крайние траектории капель, которые еще соприкасаются с телом. Если обозначить через  $s$  площадь поперечного сечения (на достаточно большом удалении от тела) того цилиндра, образующими которого служат крайние траектории, то для коэффициента соударения можно записать следующую формулу:

$$\mathcal{E} = s/S,$$

где  $S$  — площадь наибольшего сечения тела плоскостью, перпендикулярной направлению воздушного потока.

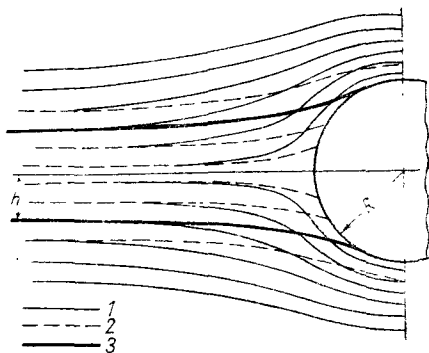


Рис. 18.8. Инерционное осаждение частиц и коэффициент соударения (захвата).

1 — траектории (линии тока) воздушных частиц, 2 — траектории капель, 3 — крайние траектории капель.

Если обозначить через  $h$  расстояние от крайних траекторий до центральной линии тока, направленной к центру шара, к оси цилиндра и т. д., на большем расстоянии от тела, то для коэффициента соударения будем иметь: а) в случае цилиндра, ось которого на рис. 18.8 перпендикулярна чертежу,  $\mathcal{E} = h/R$ , б) в случае шара, например капель облака,  $\mathcal{E} = (h/R)^2$ .

Установить зависимость коэффициента соударения от определяющих его параметров (скорости, размеров обтекаемого тела и частиц и др.) позволяет теория подобия. Из этой теории следует, что коэффициент соударения является функцией трех безразмерных величин (или критериев подобия): а) числа Рейнольдса  $Re = 2\rho \times v_0 R / \eta$ ; б) числа Стокса  $Stk = l_i / 2R$  или  $Stk = \rho_K v_0 r^2 / 9\eta R$ ; в) числа Фруда  $Fr = v_0^2 / 2gR$ . Здесь  $v_0$  — скорость относительного движения тела и частицы (или большой и малой капель) на большом удалении от тела;  $R$  — характерный размер обтекаемого тела (радиус цилиндра, шара и т. д.).

Основная причина столкновения частицы с телом — инерция частиц, приводящая к отклонению их траекторий вблизи обтекаемого тела от траекторий движения воздушного потока. Именно такой характер носят процессы обледенения, столкновения капель в процессе гравитационной коагуляции и т. д. Для инерционного осаждения частиц играют роль лишь критерии  $Re$  и  $Stk$ . Критерий Фруда отражает влияние силы тяжести на осаждение частиц.

Зависимость коэффициента соударения от безразмерных чисел  $Re$ ,  $Stk$  и  $Fr$  можно установить или на основании расчета траекторий частиц вблизи обтекаемого тела, или опытным путем (измеряя, например, приращение массы падающей капли). При больших  $Re$ , когда практически можно не учитывать вязкость воздуха и движение считать потенциальным, Лэнгмюр и Блоджет получили на основе расчета траекторий капель следующую формулу для коэффициента соударения шарообразных частиц (капель):

$$\mathcal{E} = \frac{(Stk)^2}{(Stk + 0,125)^2}. \quad (4.1)$$

Эта формула дает удовлетворительные результаты при значениях числа  $Stk \geq 0,1$ .

Для критического значения параметра Стокса, т. е. такого значения числа  $Stk$ , при котором коэффициент соударения обращается в нуль, найдено значение 0,0417.

При малых значениях числа  $Re$  велико влияние вязкости воздуха. Для случая вязкого движения Лэнгмюром и Блоджет получена следующая эмпирическая формула для коэффициента соударения шарообразных частиц (капель):

$$\mathcal{E} = \left[ 1 + \frac{0,75 \ln(4 Stk)}{2 Stk - 1,214} \right]^{-2}. \quad (4.2)$$

Коэффициент соударения, рассчитанный по формуле (4.2) для вязкого обтекания, значительно меньше, чем при потенциальном движении, и равен нулю уже при  $Stk = 0,607$ .

Для промежуточных значений  $Re$  Лэнгмюр предложил вычислять  $\mathcal{E}$  для шара путем интерполяции значений, найденных для потенциального и вязкого течений.

Установленная выше зависимость коэффициента соударения от числа  $Stk$  позволяет в общем виде выяснить роль различных факторов, определяющих интенсивность осаждения частиц, в частности интенсивность обледенения различных частей самолета, проводов, наземных предметов и т. д. Рост коэффициента соударения с увеличением параметра Стокса означает, что коэффициент соударения растет с увеличением  $v_0$ ,  $r$  и  $\rho_k$  и уменьшением  $R$  и  $\eta$ . По этой причине интенсивность осаждения частиц, в частности интенсивность обледенения, на более узких (тонких) предметах (малые  $R$ ) больше, чем на широких.

На рис. 18.9 схематически изображены разрезы обледеневших травинки и древесного ствола; аналогичная картина имеет место при обледенении тонкого и широкого крыла самолета.

Следует, однако, иметь в виду, что, хотя  $\mathcal{E}$  уменьшается с увеличением размера обтекаемого тела, общее количество осажденных частиц на теле растет с его размером, поскольку общая масса осажденного вещества пропорциональна, например, для шара произведению  $\mathcal{E}lR^2$ .

В последние десятилетия выполнены расчеты коэффициентов соударения на ЭВМ путем численного решения уравнений движения капель и воздуха вблизи тел различной формы. Результаты этих расчетов лежат в основе оценки интенсивности обледенения самолетов и других летательных аппаратов, отложений льда на проводах, столбах, деревьях и других наземных предметах.

В табл. 18.2, обобщающей данные нескольких авторов (Л. Хокинг, М. Джонас и др.), приведены рассчитанные с помощью ЭВМ коэффициенты соударения падающих капель радиусом  $R$  с более мелкими каплями радиусом  $r$ .

Как на основе формул (4.1) и (4.2), так и согласно данным табл. 18.2 заключаем, что при закреплённом значении радиуса большой капли ( $R = \text{const}$ ) коэффициент соударения растет при увеличении радиуса  $r$  сталкивающихся мелких капель. При  $R$ , равных 15—20 мкм, коэффициент соударения очень мал (имеет порядок  $10^{-3}$ — $10^{-2}$ ), но он все же не обращается в нуль по крайней мере для  $R > 10$  мкм (в то время как, согласно формуле (4.2) для

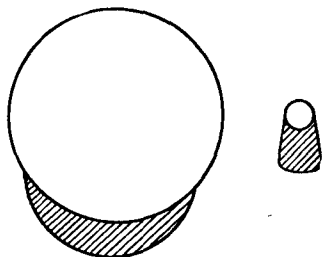


Рис. 18.9. Схема, иллюстрирующая зависимость интенсивности обледенения от размера тела.

Таблица 18.2. Коэффициент соударения  $\mathcal{E}$  для капель радиусом  $R$ , соударяющихся с каплями радиусом  $r$ , при  $0^\circ\text{C}$  и  $900\text{ гПа}$ 

$R$ мкм	$r$ мкм							
	2	3	4	6	8	10	15	20
15	—	0,003	0,004	0,006	0,010	0,012	0,007	—
20	0,002	0,002	0,004	0,007	0,015	0,023	0,026	—
25	—	—	—	0,010	0,026	0,054	0,013	0,06
30	*	*	*	0,016	0,058	0,017	0,48	0,54
40	*	*	—	0,19	0,35	0,45	0,60	0,65
60	*	*	0,05	0,22	0,42	0,56	0,73	0,80
80	—	—	0,18	0,35	0,50	0,62	0,78	0,85
100	0,03	0,07	0,17	0,41	0,58	0,62	0,82	0,88
150	0,07	0,13	0,27	0,48	0,65	0,73	0,84	0,91
200	0,10	0,20	0,34	0,58	0,70	0,78	0,88	0,92
300	0,15	0,31	0,44	0,65	0,75	0,83	0,96	0,91
400	0,17	0,20	0,50	0,70	0,81	0,87	0,93	0,96
600	0,17	0,31	0,54	0,72	0,83	0,88	0,94	0,98
1000	0,15	0,37	0,52	0,74	0,82	0,88	0,94	0,98
1400	0,11	0,34	0,49	0,71	0,83	0,88	0,94	0,95
1800	0,08	0,29	0,45	0,68	0,80	0,86	0,96	0,94
2400	0,04	0,22	0,39	0,62	0,75	0,83	0,92	0,96
3000	0,02	0,13	0,33	0,55	0,71	0,81	0,90	0,94

Примечание. В отмеченном звездочками (\*) диапазоне размеров капель коэффициент  $\mathcal{E}$  имеет порядок  $10^{-2}$ , однако аккуратных расчетов проведено не было.

$R$ , равных 10—15 мкм,  $\mathcal{E}=0$ ). Ненулевая (хотя и очень незначительная) вероятность соударения капель одинакового размера.

Согласно табл. 18.2, коэффициент соударения при заданном  $r$  с ростом  $R$  увеличивается (исключение составляют лишь очень крупные капли). Это с первого взгляда может показаться противоречащим тому, что сказано выше о зависимости  $\mathcal{E}$  от  $R$ . Но такая зависимость  $\mathcal{E}$  от  $R$  для падающих капель объясняется тем, что с увеличением радиуса возрастает скорость падения капли  $v_0$ , что приводит к увеличению числа  $Stk$ , а следовательно, и коэффициента соударения. Только в случае очень крупных капель вследствие замедления падения (Лэнгмюр принимал  $v_0 = \text{const}$  при  $R > 1000$  мкм) число  $Stk$  и  $\mathcal{E}$  с увеличением  $R$  уменьшаются. Известную роль играет число  $Re$ . Так как с увеличением  $R$  параметр  $Re$  возрастает, то это приближает режим течения к потенциальному и, следовательно, ведет к увеличению  $\mathcal{E}$ .

Наряду с коэффициентом соударения в теории коагуляции введен коэффициент слияния (для твердых частиц — слипания). Это вызвано тем, что, как показывают наблюдения, не всякое соударение (столкновение) капель (частиц) приводит к их слиянию (слипанию). Часто капли при ударе отскакивают друг от друга, как упругие шары. Причиной неслияния капель служит тонкая воз-

душная прослойка с избыточным давлением (около 1 гПа), которая образуется между каплями при сближении за счет их испарения. Воздушная прослойка имеет чечевицеобразную форму, причем толщина ее в самой узкой части составляет несколько десятых долей микрометра.

Как избыточное давление, так и эффективность соударения капель очень сильно зависит от относительной влажности воздуха, в котором происходит столкновение капель. Экспериментально изучено слияние падающих капель с неподвижными при относительной влажности воздуха от 20 до 100 %. При влажности 100 % и скорости соударения меньше 3 см/с и больше 20 см/с все столкновения капель радиусом 1 мм были в опытах эффективными. При промежуточных скоростях, так же как и при большом дефиците влажности, область эффективных столкновений резко уменьшается и слияние происходит практически лишь при центральном ударе.

Так как в облаках и туманах относительная влажность близка к 100 %, то на основании приведенных выше экспериментальных данных можно считать, что эффективность столкновений капель в них близка к единице, а коэффициент слияния практически можно отождествить с коэффициентом соударения  $\mathcal{E}$ . Такое предположение и было сделано И. Лэнгмюром, Н. С. Шишкиным и др. при построении теории роста облачных элементов под влиянием гравитационной коагуляции.

## 5 Теория испарения и роста капель под давлением конденсации

В п. 2 указывалось, что капли облаков растут под влиянием двух основных процессов — конденсации водяного пара и коагуляции. Остановимся на теории этих процессов, т. е. дадим количественную оценку различным факторам, которые приводят к увеличению размеров облачных элементов и образованию осадков.

Так как размеры капель облаков малы по сравнению с размерами турбулентных молей, турбулентный обмен практически не влияет на перенос водяного пара с поверхности капель. Этот процесс осуществляется посредством молекулярного обмена. Молекулярный поток  $Q$  водяного пара по нормали к поверхности капли записывается в виде

$$Q = -\rho D \frac{ds}{dr}, \quad (5.1)$$

где  $D$  — коэффициент молекулярной диффузии водяного пара в воздухе: при температуре  $0^\circ\text{C}$  он составляет  $0,22 \text{ см}^2/\text{с}$ , при других значениях температуры  $D = 0,22 + 0,0015T$  ( $T$  — температура в градусах Цельсия,  $D$  — в  $\text{см}^2/\text{с}$ );  $s$  — массовая доля пара;  $r$  — расстояние от центра капли;  $\rho$  — плотность воздуха.