

В табл. 18.3 приведены значения отношения Q'/Q . Видно, что скорость испарения (Q') с поверхности, покрытой пленкой цетилового спирта, уменьшается на несколько десятков процентов по сравнению со скоростью испарения (Q) с поверхности чистой воды.

Таблица 18.3. Значения отношения Q'/Q

Стратификация	c_1 м/с		
	2	5	10
Иверсионная	0,90	0,76	0,62
Безразличная	0,80	0,62	0,45
Неустойчивая	0,62	0,40	0,25

6 Распределение капель облаков и осадков по размерам

К числу важнейших макрофизических характеристик облаков и осадков относятся число капель в единице объема и их размер. Уже первые измерения облачных капель показали, что облако, так же как и туман, состоит из капель различных размеров.

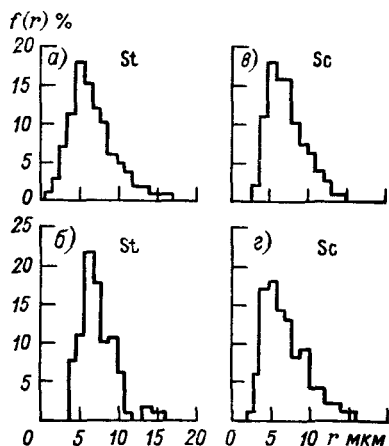


Рис. 18.10. Экспериментальные кривые плотности распределения капель облаков различных форм по размерам.

а) общее число измеренных капель $N=17\ 269$, $\tilde{r}_1=6,8$ мкм; б) $N=1029$, $\tilde{r}_1=7,6$ мкм; в) $N=2469$, $\tilde{r}_1=7,1$ мкм; г) $N=722$, $\tilde{r}_1=6,7$ мкм.

Приведенные на рис. 18.10 кривые и данные других измерений показывают, что в распределении капель по размерам можно наметить ряд общих для всех спектров закономерностей. Для каждого распределения на кривой обнаруживается максимум. В сторону меньших и больших размеров капель повторяемость умень-

шается. При этом спад повторяемости в сторону малых размеров ($r \rightarrow 0$) происходит быстрее, чем в сторону более крупных капель.

Кроме основного, на кривой распределения можно обнаружить иногда несколько сравнительно слабо выраженных максимумов. Как основной максимум, так и радиус r_m , на который он приходится, изменяются в зависимости от вида облаков, стадии его развития и других факторов.

При построении теории образования осадков, изучении условий видимости, обледенения и распространения электромагнитных волн в облаках необходимо знать аналитический вид введенных в п. 5 главы 5 функции F и плотности f распределения капель облаков и осадков по радиусам r . Известно несколько видов этих функций, предложенных различными исследователями.

Широкое распространение получила логарифмически нормальная формула

$$f(r) = \frac{1}{r\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln r - \ln r_0)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (6.1)$$

Здесь $\ln r_0 = \overline{\ln r}$ — среднее арифметическое из логарифма радиусов частиц, $r_0 = \sqrt[n]{r_1 r_2 \dots r_n}$ — среднее геометрическое радиусов частиц; σ^2 — дисперсия $\ln r$; $f(r) dr$ — относительная доля капель, радиус которых заключен между r и $r + dr$.

Нетрудно связать параметры r_0 и σ с физически более наглядными величинами. Найдем радиус r_m , называемый модальным, при котором функция $f(r)$ достигает максимума f_m . Если взять логарифмическую производную от (6.1) и приравнять ее к нулю, получим

$$r_m = r_0 \exp(-\sigma^2). \quad (6.2)$$

После подстановки в (6.1) значения $r = r_m$ из (6.2) получим

$$\sigma \exp\left(\frac{\sigma^2}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f_m r_m. \quad (6.3)$$

Средние арифметический (\bar{r}_1), квадратический (\bar{r}_2) и кубический (\bar{r}_3) радиусы при логарифмически нормальном распределении связаны с r_0 и σ соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{r}_1 &= \int_0^{\infty} r f(r) dr = r_0 \exp\left(\frac{\sigma^2}{2}\right), \\ \bar{r}_2 &= \left(\int_0^{\infty} r^2 f(r) dr\right)^{1/2} = r_0 \exp(\sigma^2), \\ \bar{r}_3 &= \left(\int_0^{\infty} r^3 f(r) dr\right)^{1/3} = r_0 \exp\left(\frac{3\sigma^2}{2}\right). \end{aligned}$$

Этими соотношениями удобно пользоваться при обработке результатов измерений, по которым непосредственно рассчитываются \tilde{r}_1 , \tilde{r}_2 , \tilde{r}_3 . Выпишем выражение для водности облака:

$$\delta^* = \frac{4}{3} \pi \rho_k n \int_0^{\infty} r^3 f(r) dr = \frac{4}{3} \pi \rho_k n r_0^3 \exp\left(-\frac{9\sigma^2}{2}\right). \quad (6.4)$$

В естественных условиях параметр σ колеблется, по Л. М. Левину, между 0,27—0,35 (облачные капли) и 0,45—0,60 (дождевые капли). Средние значения: $\sigma=0,39$ и $r_0=5,6$ мкм (по наблюдениям на Эльбрусе); $\sigma=0,71$ и $r_0=5,6$ мкм (облака Арктики); $\sigma=0,58$ и $r_0=7,0$ мкм (облака умеренных широт).

Вводя новую переменную $Y = \frac{\ln r - \ln r_0}{\sigma}$, функцию логнормального распределения $F(r) = \int_0^r f(r) dr$ после подстановки сюда выражения (6.1) приведем к виду

$$F(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Y \exp\left(-\frac{Y^2}{2}\right) dY. \quad (6.5)$$

Величина $F(r)$ представляет собой относительную долю капель, радиус которых не превосходит r . Отметим, что всегда выполняются равенства: $F(0) = 0$, $F(\infty) = 1$, $\int_0^{\infty} f(r) dr = 1$.

Анализ большого числа спектров облачных капель показал, что формулы (6.1) и (6.5) находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. На рис 18.11 приведены кривые распределения облачных капель, построенные по изложенной методике. Все экспериментальные точки располагаются на этом рисунке вблизи теоретических прямых.

Столь же удовлетворительно аппроксимируются опытные данные с помощью так называемого гамма-распределения, плотность (f) и функция (F) которого записываются:

$$f(r) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) r_0^\alpha} r^{\alpha-1} \exp(-r/r_0), \quad (6.6)$$

$$F(r) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \gamma_\alpha(r/r_0), \quad (6.7)$$

где α и r_0 — параметры распределения,

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} \exp(-t) dt$$

— гамма-функция;

$$\gamma_{\alpha}(r/r_0) = \int_0^{r/r_0} t^{\alpha-1} \exp(-t) dt$$

— неполная гамма-функция (составлены детальные таблицы этих трансцендентных функций).

Параметры α и r_0 связаны со средними арифметическим (\bar{r}_1), квадратическим (\bar{r}_2), кубическим (\bar{r}_3) и модальным (r_m) значениями, а также со средним квадратическим отклонением (σ_r) радиуса капли соотношениями:

$$\bar{r}_1 = \alpha r_0, \quad \sigma_r = r_0 \sqrt{\alpha}, \quad r_m = (\alpha - 1) r_0; \quad (6.8)$$

$$\bar{r}_2^2 = r_0^2 \Gamma(\alpha + 2) / \Gamma(\alpha);$$

$$\bar{r}_3^3 = r_0^3 \Gamma(\alpha + 3) / \Gamma(\alpha). \quad (6.9)$$

Соотношения (6.9) при α , равном целому числу k , принимают вид:

$$\bar{r}_2 = r_0 \sqrt{k(k+1)};$$

$$\bar{r}_3 = r_0 \sqrt[3]{k(k+1)(k+2)}. \quad (6.10)$$

На основе обработки экспериментальных материалов получают значения \bar{r}_1 и σ_r или \bar{r} и r_m . Формулы (6.8) позволяют определить параметры α и r_0 . Оказалось, что параметр α изменяется в достаточно широких пределах: от 2—3 до 6—8. Так, по

данным измерений над Северной Америкой получены следующие значения α : 2,7 в облаках Ns (при этом $r_m = 4,5$ мкм, $\bar{r}_1 = 7,1$ мкм), 2,9 в St ($r_m = 4,5$ мкм, $\bar{r}_1 = 6,9$ мкм), 5,6 в Sc ($r_m = 3,2$ мкм, $\bar{r}_1 = 3,9$ мкм), 8,5 в As ($r_m = 4,5$ мкм, $\bar{r}_1 = 5,1$ мкм).

Как логарифмически нормальное (6.1), так и гамма-распределение (6.6) аппроксимируют спектр капель облака в основной его части: от некоторого r_{\min} (близко к 1 мкм) до значений r в несколько десятков микрометров. Общее число капель в этой части спектра колеблется от десятков до тысяч в 1 см^3 . Однако, согласно опытным данным, в облаке наблюдаются как более мелкие ($r < r_{\min}$), так и более крупные ($r > 100$ мкм) капли. Распределение мелких капель, представляющих собой обводненные ядра конденсации, аппроксимируют обычно с помощью степенной функции

$$f(r) = f_{\min} (r_{\min}/r)^{\nu} \quad \text{при } r \leq r_{\min}, \quad (6.11)$$

где f_{\min} — плотность распределения при $r = r_{\min}$, ν — показатель степени (по наблюдениям над морем в Арктике f_{\min} изменялось

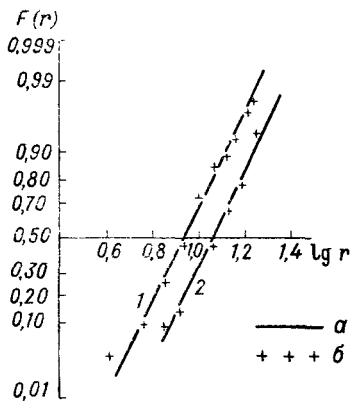


Рис. 18.11. Функция распределения капель по размерам (выборки 1 и 2).

a — расчет по формуле (6.5), b — данные измерений.

от $40 \text{ мкм}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$ в верхней части облака до $5 \text{ мкм}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$ в нижней, $r_{\text{мин}}$ — соответственно от 2,5 до 1,1 мкм и v — от 3,7 до 5,5).

Согласно (6.11) число мелких капель быстро растет при уменьшении r .

Степенная же формула вида

$$N(r) = N_{100} (100/r)^\beta \quad (6.12)$$

при $100 \leq r \leq r_{\text{макс}}$ привлекается обычно и для описания распределения крупных капель облаков и, особенно, осадков. Здесь N_{100} — число капель радиусом больше 100 мкм (колеблется от единиц до тысяч в 1 м^3); $N(r)$ — число капель радиусом больше r (r — в мкм), β — показатель степени, изменяющийся от 2 до 15; $r_{\text{макс}}$ — максимальное значение радиуса капель облаков и осадков.

Как показали многочисленные наблюдения, отмечается большая изменчивость числа капель, их спектров и водности облаков, туманов и осадков во времени и пространстве. Так, число крупных капель в 1 м^3 радиусом больше 75 мкм колебалось (по данным 10 измерений) от 2,2 до 957, больше 125 мкм — от 1,04 до 558, больше 225 мкм — от 0,12 до 226 и больше 400 мкм — от 0,06 до 62.

7 Рост капель облаков и осадков под влиянием гравитационной коагуляции

Из всех физических механизмов, которые приводят к соударению облачных элементов, наибольшее значение, как показано в целом ряде исследований, имеет разность скоростей их падения под влиянием силы тяжести, т. е. *гравитационная коагуляция*.

Получим уравнение роста капли радиусом R под влиянием соударения с каплями меньшего радиуса r . За малое время dt капля радиусом R пройдет по отношению к каплям радиусом r путь (по вертикали), равный $[v(R) - v(r)] dt$, где $v(R)$ и $v(r)$ — скорости падения капель радиусом R и r .

Так как объем каждой капли равен $\frac{4}{3} \pi r^3$, то за время dt приращение объема капли радиусом R под влиянием захвата более мелких капель радиусом от r до $r + dr$ составит

$$dV(r) = \mathcal{E}(R, r) S [v(R) - v(r)] \frac{4}{3} \pi r^3 n f(r) dr dt, \quad (7.1)$$

где $S = \pi(R+r)^2$ — площадь поперечного сечения цилиндра, внутри которого капли радиусом R могут сталкиваться с каплей радиусом r (эффективная площадь соударения); $\mathcal{E}(R, r)$ — коэффициент соударения (или захвата); $f(r)$ — функция распределения капель по размерам; n — число капель в 1 см^3 .