

от  $40 \text{ мкм}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$  в верхней части облака до  $5 \text{ мкм}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}$  в нижней,  $r_{\text{мин}}$  — соответственно от 2,5 до 1,1 мкм и  $v$  — от 3,7 до 5,5).

Согласно (6.11) число мелких капель быстро растет при уменьшении  $r$ .

Степенная же формула вида

$$N(r) = N_{100} (100/r)^\beta \quad (6.12)$$

при  $100 \leq r \leq r_{\text{макс}}$  привлекается обычно и для описания распределения крупных капель облаков и, особенно, осадков. Здесь  $N_{100}$  — число капель радиусом больше 100 мкм (колеблется от единиц до тысяч в  $1 \text{ м}^3$ );  $N(r)$  — число капель радиусом больше  $r$  ( $r$  — в мкм),  $\beta$  — показатель степени, изменяющийся от 2 до 15;  $r_{\text{макс}}$  — максимальное значение радиуса капель облаков и осадков.

Как показали многочисленные наблюдения, отмечается большая изменчивость числа капель, их спектров и водности облаков, туманов и осадков во времени и пространстве. Так, число крупных капель в  $1 \text{ м}^3$  радиусом больше 75 мкм колебалось (по данным 10 измерений) от 2,2 до 957, больше 125 мкм — от 1,04 до 558, больше 225 мкм — от 0,12 до 226 и больше 400 мкм — от 0,06 до 62.

## 7 Рост капель облаков и осадков под влиянием гравитационной коагуляции

Из всех физических механизмов, которые приводят к соударению облачных элементов, наибольшее значение, как показано в целом ряде исследований, имеет разность скоростей их падения под влиянием силы тяжести, т. е. *гравитационная коагуляция*.

Получим уравнение роста капли радиусом  $R$  под влиянием соударения с каплями меньшего радиуса  $r$ . За малое время  $dt$  капля радиусом  $R$  пройдет по отношению к каплям радиусом  $r$  путь (по вертикали), равный  $[v(R) - v(r)] dt$ , где  $v(R)$  и  $v(r)$  — скорости падения капель радиусом  $R$  и  $r$ .

Так как объем каждой капли равен  $\frac{4}{3} \pi r^3$ , то за время  $dt$  приращение объема капли радиусом  $R$  под влиянием захвата более мелких капель радиусом от  $r$  до  $r + dr$  составит

$$dV(r) = \mathcal{E}(R, r) S [v(R) - v(r)] \frac{4}{3} \pi r^3 n f(r) dr dt, \quad (7.1)$$

где  $S = \pi(R+r)^2$  — площадь поперечного сечения цилиндра, внутри которого капли радиусом  $R$  могут сталкиваться с каплей радиусом  $r$  (эффективная площадь соударения);  $\mathcal{E}(R, r)$  — коэффициент соударения (или захвата);  $f(r)$  — функция распределения капель по размерам;  $n$  — число капель в  $1 \text{ см}^3$ .

Для того чтобы получить приращение объема капли радиусом  $R$  под влиянием захвата всех более мелких капель, необходимо просуммировать все элементарные приращения  $dV(r)$  объема, т. е. найти интеграл

$$dV = \int dV(r) = \frac{4}{3} \pi^2 n \Phi(R) dt, \quad (7.2)$$

где

$$\Phi(R) = \int_0^R \mathcal{E}(R, r) (R+r)^2 r^3 f(r) [v(R) - v(r)] dr.$$

Так как объем крупной капли  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$  и приращение (дифференциал) объема

$$dV = 4\pi R^2 dR, \quad (7.3)$$

то на основании (7.2) получаем следующую общую формулу для скорости изменения радиуса капли во времени под влиянием гравитационной коагуляции:

$$R^2 \frac{dR}{dt} = \frac{\pi n}{3} \Phi(R). \quad (7.4)$$

В формулу (7.4) можно ввести также водность облака

$$\delta^* = \int_{(\bar{r})} d\delta^*(r) = \frac{4}{3} \pi \rho_k n \int_0^{\infty} r^3 f(r) dr. \quad (7.5)$$

С учетом этого соотношения формулу (7.4) можно переписать в виде

$$R^2 \frac{dR}{dt} = \frac{\delta^*}{4\rho_k} \frac{\Phi(R)}{\bar{r}_3^3}, \quad (7.6)$$

где  $\bar{r}_3$  — средний кубический радиус.

Первые попытки количественно оценить роль коагуляции в укрупнении облачных капель были предприняты в конце 30-х годов В. В. Базилевичем, В. Н. Оболенским и др.; позже работы по этому вопросу были выполнены Н. С. Шишкиным, И. Лэнгмюром и др. Приведем наиболее существенные результаты, полученные Шишкиным и его сотрудниками. Для коэффициента соударения Шишкин принял выражение

$$\mathcal{E} = \left(1 - \frac{0,607}{Stk}\right)^2, \quad (7.7)$$

которое дает для  $\mathcal{E}$  значения, практически не отличающиеся от рассчитанных по формуле (4.2).

В выражении для числа Стокса  $Stk = \rho_K v_0 r^2 / (9\eta R)$  в качестве  $v_0$  следует брать *относительную* скорость падения капли радиусом  $R$  по отношению к каплям радиусом  $r$ , т. е.  $v_0 = v(R) - v(r)$ . В предположении, что скорости  $v(R)$  и  $v(r)$  описываются формулой Стокса (3.8), выражение (7.7) принимает вид

$$\mathcal{E} = \left( 1 - \frac{R_0^3 R}{4r^2 (R^2 - r^2)} \right)^2, \quad (7.8)$$

где  $R_0 = \sqrt{\frac{1,214}{g} \left( \frac{9\eta}{\rho_K} \right)^2} \approx 14,5$  мкм — постоянная (с размерностью длины).

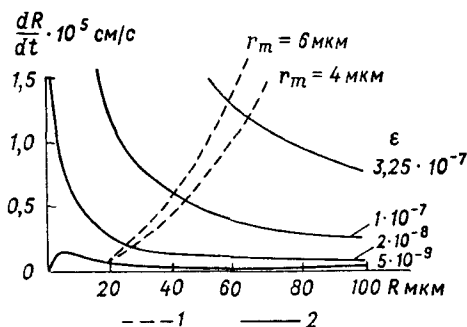


Рис. 18.12. Скорость коагуляционного (1) и конденсационного (2) роста облачных капель при водности облака  $\delta^* = 1$  г/м<sup>3</sup> и разных значениях  $r_m$  и  $\epsilon$ .

радиус  $R$  капель, которые в принятой для  $\mathcal{E}$  зависимости от  $R$  и  $r$  могут участвовать в гравитационной коагуляции.

Для вошедших в уравнение (7.6) функций  $f(r)$  принято гамма-распределение (6.6) при  $\alpha = 3$ , а для скоростей  $v(R)$  и  $v(r)$  формула Стокса (3.8).

Результаты расчета скорости роста капли ( $dR/dt$ ) по уравнению (7.6) в облаке, водность которого равна 1 г/м<sup>3</sup>, и двух значениях мода радиуса (4 и 6 мкм) приведены на рис. 18.12. На этом же рисунке приведены кривые скорости конденсационного роста капель, рассчитанной по формуле (5.10) при разных значениях пересыщения

$$\epsilon = \rho (s_\infty - s_K) / \rho_K.$$

Рисунок 18.12 показывает, что с увеличением радиуса капли скорость конденсационного роста ее уменьшается, а скорость коагуляционного роста возрастает. В начальной стадии развития облака основную роль в укрупнении облачных элементов играет конденсация, в последующем — коагуляция. При малых пересыще-

При этом предполагается, что коэффициент  $\mathcal{E}$  не меньше нуля только для таких капель, размеры которых удовлетворяют неравенству

$$4r^2 (R^2 - r^2) \geq R_0^3 R. \quad (7.9)$$

Анализ этого неравенства (его следует предварительно разрешить относительно  $r$ ) показывает, что радиус крупных капель не может быть меньше  $R_0 \approx 14,5$  мкм. Таким образом,  $R_0$  — это тот минимальный

ниях ( $\epsilon \approx 5 \cdot 10^{-9}$ , что наблюдается при скорости восходящего потока около 1 м/с) скорость роста капли за счет коагуляции начинает превышать конденсационную скорость при радиусе  $R \approx 20$  мкм. Более крупные капли растут в основном под влиянием коагуляции. Сравнение кривых роста капель при  $r_m$ , равных 4 и 6 мкм, показывает, что укрупнение капель (т. е. увеличение  $r_m$ ) приводит к ускорению роста крупных капель. В частности, при подъеме воздушной массы, сопровождающемся увеличением  $r_m$  и  $\delta^*$ , рост облачных элементов ускоряется.

Основному уравнению (7.6), определяющему скорость роста капли под влиянием коагуляции, можно придать такой вид, из которого можно установить непосредственную связь между радиусом капли  $R$  и пройденным ею расстоянием внутри облака. Если обозначить скорость вертикального движения воздуха внутри облака через  $w$  ( $w > 0$ , если наблюдается восходящее движение), а абсолютную скорость падения капли через  $v(R)$ , то за время  $dt$  капля радиусом  $R$  пройдет по вертикали расстояние  $dz$  ( $dz > 0$ , если происходит подъем):

$$dz = [w - v(R)] dt \quad \text{или} \quad dt = - \frac{dz}{v(R) - w}, \quad (7.10)$$

где  $v(R) - w$  — скорость падения капли относительно воздуха. Если выражение для  $dt$  ввести в формулу (7.6), то она примет вид

$$\frac{dR}{dz} = - \frac{\delta^*}{4R^2 \rho_k [v(R) - w]} \frac{\Phi(R)}{\tau_3^3}. \quad (7.11)$$

Из формулы (7.11) следует, что если радиус капли  $R$  больше 10 мкм, то при  $w < 1$  см/с капля будет, с одной стороны, падать, так как в этом случае  $v(R) > w$ , а с другой, — расти, поскольку в этом случае, согласно соотношению (7.11),  $-dR/dz > 0$ , т. е.  $dR > 0$  при  $dz < 0$ .

При больших скоростях восходящих движений капля может расти, как показывает формула (7.11), не только при опускании, но и при подъеме. В самом деле, пока радиус капли мал, скорость ее падения  $v(R)$  меньше  $w$ . Это означает, что капля будет подниматься ( $dz > 0$ ) и, согласно (7.11), расти ( $dR/dz > 0$ ). На некоторой высоте скорость падения капли (поскольку она увеличивается вместе с  $R$ ) сравняется с  $w$ , после чего капля начнет падать. При этом  $v(R) > w$  и  $dR/dz < 0$ , что означает также рост капли ( $dR > 0$ , поскольку  $dz < 0$ ).

График изменения с высотой радиуса капель, имевших начальный радиус  $R_0$  на высоте 100 м над основанием облака, приведен на рис. 18.13. При этом предполагалось, что основание облака находится на высоте 1000 м над уровнем моря и имеет температуру  $6^\circ\text{C}$ . При численном интегрировании уравнения (7.11), осуществленного с помощью ЭВМ, учитывалось изменение  $r_m$  и  $\delta^*$  с высотой.

Водность облака на различных высотах рассчитывалась исходя из предположения адиабатического подъема влажного насыщенного воздуха внутри облака и сохранения удельного влагосодержания. Отметим, что при такой методике расчета водность конвективного облака выше 2 км над основанием в несколько раз больше экспериментальных значений.

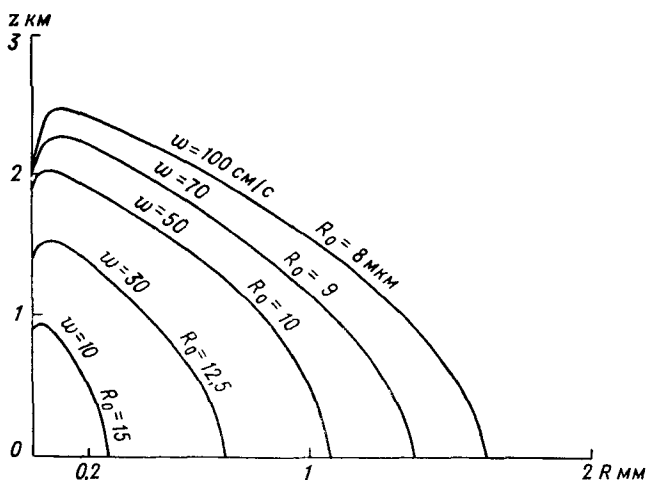


Рис. 18.13. Рост капель в облаках с различными скоростями восходящего движения (в начальный период).

Из рис. 18.13 следует, что размер выпадающих из облака капель очень сильно зависит от скорости восходящего потока. Если при  $w = 10$  см/с капли дождя, выпадающие из облака, имеют радиус 0,33 мм, то при скорости  $w$ , равной 50 и 100 см/с, радиус капель достигает 1,1 и 1,7 мм. Вершины траекторий капель при скорости  $w$ , равной 10, 50 и 100 см/с, находятся на высоте соответственно около 1,0, 2,2 и 2,5 км над основанием облака.

## 8 Роль твердой фазы в образовании осадков. Формирование града

Наблюдения за развитием облаков и выпадением осадков показывают, что в высоких и умеренных широтах осадки более или менее значительной интенсивности выпадают из облаков, состоящих из капель воды и кристаллов льда, по крайней мере в их верхней части. Это указывает на большую, а возможно, и определяющую роль появления твердой фазы в образовании осадков.