что изобарические поверхности совпадают с изотермическими (а также с изопикническими).

Атмосфера, в которой эквискалярные поверхности $p = \text{const}$, $T = \text{const}$ и $\rho = \text{const}$ совпадают (или параллельны друг другу), называется *баротропной*. В баротропной атмосфере каждая метеорологическая величина является функцией лишь одного параметра состояния, например $\rho = \rho(p)$, $T = T(p)$ и т. д., поскольку только в этом случае поверхности $T = \text{const}$ одновременно являются и поверхностями $p = \text{const}$.

Атмосфера, в которой эквискалярные поверхности $p = \text{const}$ и $T = \text{const}$ пересекаются друг с другом, образуя изобаро-изотермические трубки (соленоиды), называется *бароклинной*. В бароклинной атмосфере, какой является реальная атмосфера, плотность воздуха — функция не только давления, но и температуры. Согласно формулам (2.9) и (2.10), геострофический ветер постоянен с высотой в баротропной атмосфере и изменяется в бароклинной атмосфере.

Обратим внимание на то, что геострофическая адвекция температуры и плотности обращается в нуль только в том случае, когда атмосфера баротропная. В самом деле, из (2.11) следует

$$\frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{или} \quad -\left(u_g \frac{\partial T}{\partial x} + v_g \frac{\partial T}{\partial y}\right) = 0. \qquad (2.14)$$

Введем еще в формулы (2.12) и (2.13) проекции геострофического ветра. С учетом (1.1) и уравнения статики они принимают вид:

$$\operatorname{tg}\alpha_x = -\frac{2\omega_z}{g} v_g, \quad \operatorname{tg}\alpha_y = \frac{2\omega_z}{g} u_g. \qquad (2.15)$$

Если ось x направлена по изобаре, то $\alpha_x = 0$, а $\alpha_y = \alpha_p$; тогда

$$\operatorname{tg}\alpha_p = \frac{2\omega_z}{g} c_g. \qquad (2.16)$$

Эта формула используется для расчета наклона изобарических поверхностей (при $c_g = 10$ м/с $\operatorname{tg}\alpha_p \approx 10^{-4}$).

3 Градиентный ветер в циклонах и антициклонах

Установившееся горизонтальное движение воздуха при отсутствии сил трения называется *градиентным ветром*. В п. 2 рассмотрен частный случай градиентного ветра — ветер при прямолинейных изобарах, или геострофический ветер.

Обратимся к случаю движения воздуха в циклоне с круговыми изобарами (рис. 20.3 *а*). В каждой точке циклона барический градиент направлен по радиусу к центру. Его модуль $G_2 = -\partial p/\partial n = \partial p/\partial r$, поскольку для циклона $\partial n = -\partial r$ (положительное направление нормали к изобаре противоположно направлению радиуса).

Под влиянием барического градиента воздушная частица получает ускорение и приобретает скорость вдоль радиуса к центру. Но как только возникло движение, появляется отклоняющая сила вращения Земли, направленная под прямым углом вправо в северном полушарии (влево в южном полушарии). Нарастание и разворот скорости будут происходить до тех пор, пока отклоняющая сила не станет противоположна по направлению барическому градиенту. Это будет иметь место в том случае, когда скорость движения частицы направлена по касательной к изобаре. Предыдущие рассуждения справедливы для каждой точки циклона. Поэтому при установившемся движении в циклоне частицы воздуха перемещаются вдоль изобар против часовой стрелки в северном полушарии (по часовой стрелке в южном). Это установившееся горизонтальное движение вдоль изобар и носит название *градиентного ветра*.

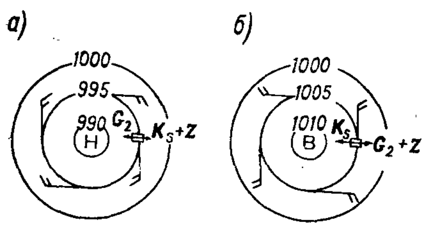

Рис. 20.3. Градиентный ветер в циклоне (*а*) и антициклоне (*б*). Северное полушарие.

При градиентном ветре существует равновесие между тремя силами: барический градиент $\mathbf{G}_2$ уравновешивает кориолисову ($\mathbf{K}_s$) и центробежную ($\mathbf{Z}$) силы:

$$G_2 = K_s + Z \tag{3.1}$$

или

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 2\omega_z \rho c_ц + \rho \frac{c_ц^2}{r}, \tag{3.2}$$[1]

где r — расстояние от центра циклона; $c_ц$ — скорость градиентного ветра в циклоне.

Решение уравнения (3.2), удовлетворяющее условию $c_ц = 0$ при $\partial p/\partial r = 0$, имеет вид

$$c_ц = -\omega_z r + \sqrt{\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}}. \tag{3.3}$$

Отметим, что в центре циклона ($r = 0$) градиентный ветер всегда обращается в нуль ($c_ц = 0$). С удалением от центра при

[1] Уравнение (3.2) можно получить из общих уравнений движения (2.3) главы 19, если записать их в полярных координатах.

сохранении густоты изобар скорость градиентного ветра возрастает.

Сравним скорости $c_ц$ и c_g при одном и том же барическом градиенте. При геострофическом ветре

$$2\omega_z \rho c_g = G_2. \tag{3.4}$$

Из сравнения (3.2) и (3.4) следует, что скорость градиентного ветра в циклоне всегда меньше скорости геострофического ветра ($c_ц < c_g$).

Рассмотрим градиентный ветер в антициклоне с круговыми изобарами (рис. 20.3 *б*). В каждой точке этого антициклона барический градиент направлен вдоль радиуса от центра к периферии ($G_2 = -\partial p/\partial r$). Рассуждая так же, как и выше, придем к заключению, что движение установится тогда, когда скорость ветра будет направлена в каждой точке антициклона по касательной к изобаре (по часовой стрелке в северном полушарии, против часовой стрелки в южном).

Как следует из рис. 20.3 *б*, отклоняющая сила $\mathbf{K}_s$ в антициклоне уравновешивает барический градиент $\mathbf{G}_2$ и центробежную силу $\mathbf{Z}$: $K_s = G_2 + Z$. Так как $K_s = 2\omega_z \rho c_{ац}$, $Z = \rho c_{ац}^2/r$ (r — расстояние от центра антициклона), то

$$2\omega_z \rho c_{ац} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho \frac{c_{ац}^2}{r}. \tag{3.5}$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $c_{ац} = 0$ при $\partial p/\partial r = 0$, имеет вид

$$c_{ац} = \omega_z r - \sqrt{\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}}. \tag{3.6}$$

В центре стационарного антициклона ($r = 0$) ветер обращается в нуль: $c_{ац} = 0$. С удалением от центра скорость градиентного ветра растет (если G_2 остается неизменным).

В отличие от циклона, где барический градиент, а вместе с ним и скорость градиентного ветра могут принимать любые, в том числе и очень большие значения, барический градиент и скорость градиентного ветра в антициклоне ограиичены. В самом деле, в антициклоне производная $\partial p/\partial r < 0$ (давление убывает с удалением от центра). Поэтому подкоренное выражение в формуле (3.6) при очень больших значениях модуля $\partial p/\partial r$ окажется отрицательным. В этом случае формула дает мнимое, не имеющее физического смысла значение $c_{ац}$.

Для того чтобы формула давала реальные значения $c_{ац}$, необходимо, чтобы $\partial p/\partial r$ удовлетворяло неравенству

$$\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} \geqslant 0 \quad \text{или} \quad -\frac{\partial p}{\partial r} \leqslant \rho\omega_z^2 r. \tag{3.7}$$

В предельном случае, когда барический градиент достигает допустимого максимума

$$(-\partial p/\partial r)_{\text{макс}} = \rho\omega_z^2 r, \tag{3.8}$$

скорость градиентного ветра принимает также максимально возможное значение

$$(c_{\text{ац}})_{\text{макс}} = \omega_z r. \tag{3.9}$$

Из сравнения (3.4) и (3.5) следует, что при $G_2 = \text{const}$ $c_{\text{ац}} > c_g$, т. е. при одной и той же густоте изобар скорость градиентного ветра в антициклоне всегда больше скорости геострофического ветра. Таким образом, при одном и том же расстоянии между изобарами ($G_2 = \text{const}$) $c_{\text{ац}} > c_g > c_{\text{ц}}$. Однако в реальных условиях скорость ветра в циклонах, как правило, больше, чем в антициклонах. Это объясняется тем, что барические градиенты в циклонах, благодаря тому, что они не ограничены сверху, как правило, значительно больше, чем в антициклонах.

4 Уравнение переноса вихря скорости движения

Одним из уравнений, которое широко используется при разработке современных количественных методов прогноза погоды, служит *уравнение переноса вихря скорости движения.* Дадим вывод этого уравнения и кратко его проанализируем.

С этой целью обратимся к уравнениям движения атмосферы (2.3 главы 19, в которых левые части заменены по формулам (2.4) той же главы. Если первое из этих уравнений продифференцировать по y, второе — по x, а затем полученные уравнения вычесть одно из другого, то, пренебрегая силами трения, найдем

$$\frac{\partial\Omega_z}{\partial t} + \left(u\frac{\partial\Omega_z}{\partial x} + v\frac{\partial\Omega_z}{\partial y}\right) + w\frac{\partial\Omega_z}{\partial z} + (\Omega_z + 2\omega_z)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) +$$

$$+ \beta v + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial\rho}{\partial y}\frac{\partial p}{\partial x}\right). \tag{4.1}$$

Здесь $\Omega_z = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$ — вертикальная проекция *вихря скорости относительного движения (вихря скорости ветра)*[1]; $\beta = 2\,\partial\omega_z/\partial y = 2\omega\cos\varphi/R$ — параметр Россби (R — радиус Земли); оси x и y направлены по касательной к параллели (на восток) и меридиану (на север) соответственно (благодаря этому $\partial\omega_z/\partial x = 0$).

[1] Вихрь Ω — это вектор, проекции которого на оси координат равны: $\Omega_x = \partial w/\partial y - \partial v/\partial z$, $\Omega_y = \partial u/\partial z - \partial w/\partial x$, $\Omega_z = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$.