В предельном случае, когда барический градиент достигает допустимого максимума

$$(-\partial p/\partial r)_{\text{макс}} = \rho\omega_z^2 r, \tag{3.8}$$

скорость градиентного ветра принимает также максимально возможное значение

$$(c_{\text{ац}})_{\text{макс}} = \omega_z r. \tag{3.9}$$

Из сравнения (3.4) и (3.5) следует, что при $G_2 = \text{const}$ $c_{\text{ац}} > c_g$, т. е. при одной и той же густоте изобар скорость градиентного ветра в антициклоне всегда больше скорости геострофического ветра. Таким образом, при одном и том же расстоянии между изобарами ($G_2 = \text{const}$) $c_{\text{ац}} > c_g > c_{\text{ц}}$. Однако в реальных условиях скорость ветра в циклонах, как правило, больше, чем в антициклонах. Это объясняется тем, что барические градиенты в циклонах, благодаря тому, что они не ограничены сверху, как правило, значительно больше, чем в антициклонах.

4 Уравнение переноса вихря скорости движения

Одним из уравнений, которое широко используется при разработке современных количественных методов прогноза погоды, служит *уравнение переноса вихря скорости движения*. Дадим вывод этого уравнения и кратко его проанализируем.

С этой целью обратимся к уравнениям движения атмосферы (2.3 главы 19, в которых левые части заменены по формулам (2.4) той же главы. Если первое из этих уравнений продифференцировать по y, второе — по x, а затем полученные уравнения вычесть одно из другого, то, пренебрегая силами трения, найдем

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial t} + \left(u\frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + v\frac{\partial \Omega_z}{\partial y}\right) + w\frac{\partial \Omega_z}{\partial z} + (\Omega_z + 2\omega_z)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) +$$

$$+ \beta v + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y}\frac{\partial p}{\partial x}\right). \tag{4.1}$$

Здесь $\Omega_z = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$ — вертикальная проекция *вихря скорости относительного движения (вихря скорости ветра)*[1]; $\beta = 2\,\partial\omega_z/\partial y = 2\omega\cos\varphi/R$ — параметр Россби (R — радиус Земли); оси x и y направлены по касательной к параллели (на восток) и меридиану (на север) соответственно (благодаря этому $\partial\omega_z/\partial x = 0$).

[1] Вихрь Ω — это вектор, проекции которого на оси координат равны: $\Omega_x = \partial w/\partial y - \partial v/\partial z$, $\Omega_y = \partial u/\partial z - \partial w/\partial x$, $\Omega_z = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$.

Впервые уравнение для индивидуального изменения вихря скорости движения (вектора Ω) получено А. А. Фридманом. Плодотворное использование уравнения (4.1), которое называют *уравнением переноса вихря*, началось с работ К. Россби, Е. Н. Блиновой и А. М. Обухова.

Если воспользоваться уравнением состояния, согласно которому

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial s}=\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial s}-\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial s}$$

(здесь $s=x,\ y$), а также соотношениями (1.1), то правую часть уравнения (4.1) можно привести к виду

$$\frac{2\omega_z}{T}\left(u_g\frac{\partial T}{\partial x}+v_g\frac{\partial T}{\partial y}\right). \tag{4.2}$$

Три первых слагаемых в левой части (4.1) представляют собой индивидуальную производную вихря ($d\Omega_z/dt$). Из уравнения (4.1) следует, что изменение вихря во времени в движущейся воздушной массе происходит под влиянием следующих факторов: а) геострофической адвекции тепла (бароклинности атмосферы) — правая часть (4.1); б) меридионального движения воздушной массы — слагаемое βv; в) дивергенции скорости ветра — четвертое слагаемое в левой части (4.1); г) изменения вертикальной скорости по горизонтали — последнее слагаемое в левой части (4.1).

Если исследуется изменение вихря во времени в неподвижной точке пространства, то к указанным выше факторам добавляются: д) адвекция (горизонтальный перенос) вихря — второе слагаемое в левой части (4.1); е) конвекция (перенос по вертикали) вихря.

Остановимся на двух частных видах уравнения (4.1), в связи с чем введем понятие квазисоленоидальности движения. Движение называется *соленоидальным* или *бездивергентным*, если дивергенция горизонтальной скорости обращается в нуль:

$$\partial u/\partial x+\partial v/\partial y=0. \tag{4.3}$$

Это уравнение позволяет ввести функцию тока ψ, связанную с проекциями скорости соотношениями:

$$u=-\partial\psi/\partial y,\quad v=\partial\psi/\partial x. \tag{4.4}$$

Вертикальная проекция вихря скорости Ω_z, которую нередко называют просто вихрем скорости, выражается через ψ в виде

$$\Omega_z=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=\Delta\psi, \tag{4.5}$$

где $\Delta=\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$ — символ плоского оператора Лапласа.

Если рассматривается движение над однородной поверхностью Земли, то последнее слагаемое в левой части (4.1) можно считать близким к нулю. (Заметим, что применительно к горам это слагаемое имеет существенное значение; оно позволяет объяснить некоторое заполнение циклонов при подходе их к вытянутым вдоль меридиана горам, например Уральским, и углубление после переваливания хребта.) Если отвлечься еще от учета адвекции тепла (бароклинного фактора) и влияния вертикальных движений ($w \approx 0$), то уравнение переноса вихря примет вид

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega_z}{\partial y} + \beta v = 0 \tag{4.6}$$

или

$$\frac{\partial \Delta\psi}{\partial t} + (\psi, \Delta\psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \tag{4.7}$$

где $(\psi, \Delta\psi) = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial (\Delta\psi)}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial (\Delta\psi)}{\partial x}$ — якобиан.

Первое из этих уравнений можно переписать с учетом того, что

$$\frac{d\,(2\omega_z)}{dt} = \frac{\partial\,(2\omega_z)}{\partial t} + u \frac{\partial\,(2\omega_z)}{\partial x} + v \frac{\partial\,(2\omega_z)}{\partial y} = \beta v$$

в виде

$$\frac{d}{dt} (\Omega_z + 2\omega_z) = 0 \quad \text{или} \quad \Omega_z + 2\omega_z = \text{const}. \tag{4.8}$$

Сумма $\Omega_z + 2\omega_z$ носит название *абсолютного вихря*. Она представляет собой удвоенннную мгновенную скорость абсолютного вращения воздушной массы вокруг вертикали (вихрь скорости равен, как известно, удвоенной скорости вращения частицы).

Таким образом, в баротропной бездивергентной атмосфере *абсолютный вихрь скорости при движении индивидуальной воздушной массы сохраняет во времени постоянное значение*, т. е. является *инвариантом*.

5 Особенности глобального распределения скорости ветра в атмосфере

Остановимся на объяснении закономерностей атмосферных движений, горизонтальная протяженность (масштаб) которых сравнима с размерами материков и океанов. Систему таких движений глобального масштаба принято называть *общей циркуляцией атмосферы*.

Под влиянием разности температур между низкими и высокими широтами возникает барический градиент, направленный