

закона взаимодействия между веществом и излучением<sup>7)</sup>. Он выдвинул гипотезу о том, что обмен энергией между веществом и излучением происходит не непрерывным образом, а путем передачи дискретных и неделимых порций энергии, или *квантов энергии*. Планк показал, что квант энергии пропорционален частоте  $\nu$  излучения

$$e_\nu = h\nu$$

и получил согласующееся с опытом выражение для спектрального распределения, выбирая соответствующим образом постоянную пропорциональности. Эта постоянная  $h$  с тех пор называется *постоянной Планка*. Она имеет размерность действия (энергия  $\times$  время или импульс  $\times$  длина). В дальнейшем мы будем использовать постоянную

$$h = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек.}$$

При появлении гипотезы Планка она казалась неприемлемой, подавляющее большинство физиков видело в ней только удобный математический прием, который в дальнейшем удастся объяснить на основе классической доктрины. Даже видимый успех теории Планка в объяснении результатов опыта не мог служить неопровержимым доказательством того, что обмен энергией между веществом и излучением действительно происходит квантами — закон распределения Планка есть макроскопический закон, полученный на основе гипотезы о квантах статистическими методами; он может служить лишь косвенным подтверждением гипотезы. Можно было поставить под сомнение квантовую гипотезу, подобно тому как многие годы из-за отсутствия прямых экспериментов на микроскопическом уровне вызывала сомнения гипотеза об атомном строении вещества. Однако гипотеза Планка была в дальнейшем подтверждена и дополнена целой серией опытов, позволивших анализировать элементарные процессы и доказать скачкообразность и прерывность эволюции физических систем на микроскопическом уровне, где классическая теория предсказывала непрерывную эволюцию.

## Раздел II. СВЕТОВЫЕ КВАНТЫ, ИЛИ ФОТОНЫ

Первая серия экспериментальных фактов привела к радикальному пересмотру теории излучения Максвелла — Лоренца и частичному возврату к старой корпускулярной теории; имеются в виду *фотоэлектрический эффект* и *эффект Комптона*.

<sup>7)</sup> Подробное изложение теории излучения абсолютно черного тела см. в книге М. Борна, цитированной на стр. 16.

## § 4. Фотоэлектрический эффект

Первый шаг в этом направлении был сделан Эйнштейном в его знаменитой статье 1905 г., посвященной фотоэлектрическому эффекту. Общее отношение к теории Планка в то время можно было выразить словами, что «все происходит так, как если бы обмен энергией между излучением и абсолютно черным телом происходил отдельными квантами энергии, но задача состоит в том, чтобы согласовать эту гипотезу, сделанную *ad hoc*, с волновой теорией». Приняв прямо противоположную точку зрения и пойдя далее Планка, который ограничился введением дискретности только в самый механизм поглощения и испускания излучения, Эйнштейн постулировал, что само световое излучение представляет собой поток корпускул, фотонов, обладающих энергией  $h\nu$  и скоростью  $c$  ( $c$  — скорость света в пустоте  $= 3 \cdot 10^{10}$  см/сек). Далее он показал, каким образом эта удивительная гипотеза позволяет понять целый ряд явлений, до того времени остававшихся необъяснимыми; среди них фигурирует и фотоэлектрический эффект.

Под этим названием известно явление, которое состоит в испускании электронов при облучении щелочного металла в пустоте ультрафиолетовым излучением. Интенсивность возникающего электрического тока пропорциональна интенсивности излучения, падающего на металл. Однако скорость испускаемых электронов не зависит от интенсивности излучения, она зависит только от частоты света (Ленард, 1902 г.), независимо от того, на каком расстоянии находится источник света; только число электронов, испускаемых в секунду, пропорционально интенсивности, т. е. обратно пропорционально квадрату расстояния до источника.

Объяснение этих фактов Эйнштейном очень просто. Каким бы ни было расстояние, пройденное светом после его испускания, он представляет собой поток корпускул с энергией  $h\nu$ . Когда один из этих фотонов встречает электрон металла, фотон полностью поглощается и электрон получает энергию  $h\nu$ ; покидая металл, электрон должен совершить работу, равную его энергии связи в металле  $W$ , так что наблюдаемая кинетическая энергия электронов оказывается равной

$$\frac{1}{2} mv^2 = h\nu - W. \quad (1)$$

Количественные предсказания теории полностью подтверждаются экспериментом. Постоянная  $W$ , согласно предсказаниям теории, есть некоторая константа, характерная для облучаемого металла. Что касается постоянной  $h$ , то она имеет то же числен-

ное значение, что и постоянная, фигурирующая в законе спектрального распределения излучения абсолютно черного тела.

Имея в виду успех корпускулярной теории, следует выяснить, может ли классическая волновая теория также объяснить фотоэлектрический эффект. *A priori* это не кажется невозможным. Действительно, световая волна переносит некоторое количество энергии, пропорциональное ее интенсивности, и может передать всю или часть этой энергии при проникновении в металл; энергия, аккумулируемая в металле, может сконцентрироваться на некоторых электронах, которые таким образом получают возможность покинуть металл; можно представить себе, что в результате действия некоторого механизма, который следует, конечно, уточнить, электрон не может покинуть металл, пока не получит энергию, равную  $h\nu$ . Основное различие между таким объяснением и корпускулярной теорией заключено в непрерывном характере накопления энергии в металле; вследствие этого фотоэлектрическая эмиссия происходит не мгновенно, а спустя некоторый промежуток времени, необходимый для накопления энергии  $h\nu$ . Это запаздывание эмиссии может быть зарегистрировано экспериментально.

Опыты по этой схеме были поставлены Мейером и Герлахом в 1914 г. на распыленных металлах. Зная интенсивность излучения и размеры частичек «пыли», они могли вычислить минимальное время облучения, необходимое для того, чтобы пылевидные частицы металла поглотили энергию  $h\nu$ , которая нужна для эмиссии электрона; в условиях их эксперимента это время равнялось нескольким секундам. Однако во всех случаях они наблюдали испускание электронов одновременно с началом облучения.

Следует сделать заключение, что волновая теория света, во всяком случае в своей классической форме, неспособна дать объяснение фотоэлектрическому эффекту.

## § 5. Эффект Комптона

Эффект Комптона является другим подтверждением теории фотонов в ущерб волновой теории. Этот эффект наблюдается (Комптон, 1924 г.) при рассеянии рентгеновских лучей свободными (или слабо связанными) электронами. Длина волны рассеянного излучения превосходит длину волны падающего излучения; зависимость разности длин волн от угла  $\theta$  между направлением падающей волны и направлением наблюдения рассеянного излучения выражается формулой Комптона

$$\Delta\lambda = 4\pi \frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (2)$$

где  $m$  есть масса покоя электрона<sup>8)</sup>. Отметим, что  $\Delta\lambda$  не зависит от длины волны падающего излучения. Комптон и Дебай показали, что явление Комптона является результатом упругого столкновения между фотоном падающего излучения и одним из электронов облучаемой мишени.

Чтобы обсудить корпускулярное объяснение эффекта, следует уточнить некоторые свойства фотонов, непосредственно вытекающие из гипотезы Эйнштейна. Поскольку фотоны движутся со скоростью света  $c$ , их масса покоя равна нулю<sup>9)</sup>. Импульс  $p$  и энергия  $\epsilon$  фотона связаны поэтому соотношением

$$\epsilon = pc. \quad (3)$$

Рассмотрим плоскую монохроматическую световую волну  $\exp\left[2\pi i\left(\frac{ur}{\lambda} - vt\right)\right]$ , где  $u$  есть единичный вектор в направлении распространения волны,  $\lambda$  — длина волны,  $\nu$  — частота;  $\lambda\nu = c$ . В согласии с гипотезой Эйнштейна эта волна представляет собой пучок фотонов с энергией  $h\nu$ . Импульс этих фотонов, естественно, имеет направление  $u$ , а его абсолютное значение, согласно (3), равно

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Это соотношение есть частный случай соотношения де Бройля, с которым мы встретимся в гл. II. Часто бывает удобно ввести круговую частоту  $\omega = 2\pi\nu$  и волновой вектор  $k = (2\pi/\lambda)u$  плоской волны. Тогда полученные соотношения запишутся в виде:

$$\epsilon = \hbar\omega, \quad p = \hbar k. \quad (4)$$

Корпускулярная теория эффекта Комптона основана на законах сохранения энергии и импульса при упругом столкновении фотона и электрона. Пусть  $p$  и  $p'$  — начальный и конечный импульсы фотона соответственно,  $P'$  — импульс отдачи электрона после столкновения (рис. 2). Уравнения сохранения записываются в виде:

$$p = p' + P',$$

$$mc^2 + pc = \sqrt{P'^2 c^2 + m^2 c^4} + p'c. \quad (I)$$

<sup>8)</sup> Длина  $h/mc$ , промежуточная между средним радиусом атомов и радиусом ядер атомов ( $h/mc = 3,86 \cdot 10^{-10}$  см), играет определенную роль в квантовой теории электрона. Она называется *комптоновской длиной* волны электрона.

<sup>9)</sup> Согласно принципу относительности масса покоя  $m$ , энергия  $\epsilon$  и импульс  $p$  частицы связаны соотношением  $\epsilon^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$ ; скорость частицы есть  $v = \frac{\partial \epsilon}{\partial p} = \frac{pc^2}{\epsilon}$ . Если  $v = c$ , то  $\epsilon = pc$  и  $m = 0$ .

Эти уравнения позволяют полностью описать столкновение, если известны начальные условия и направление излучения рассеянного фотона. Учитывая соотношения (4), нетрудно вывести формулу Комптона, которая, таким образом, оказывается теоретически обоснованной (см. задачу 1). Начиная с первых работ Комптона, все остальные предсказания теории были экспериментально подтверждены. Наблюдались и электроны отдачи, причем закон изменения их энергии в зависимости от угла  $\Theta$  оказался именно таким, каким его дают уравнения (I). Эксперименты на совпадении показали, что испускание рассеянного фотона и электрона отдачи происходят одновременно, а связь между углами  $\theta$  и  $\Theta$  соответствует предсказаниям теории.

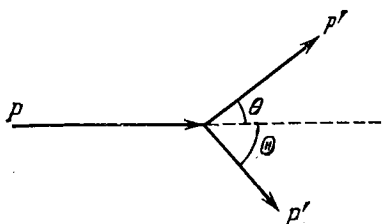


Рис. 2. Комптоновское рассеяние фотона на покоящемся электроне.

Полезно сопоставить эти результаты с предсказаниями классической теории. Теория Максвелла — Лоренца предсказывает поглощение части падающей электромагнитной энергии каждым

электроном в поле излучения и ее последующее испускание в виде излучения той же частоты. В отличие от поглощаемой радиации полный импульс испускаемого излучения равен нулю. Процесс рассеяния света сопровождается, таким образом, непрерывной передачей импульса (давление излучения) от падающей радиации к облучаемому электрону, который поэтому испытывает ускорение в направлении падающей волны. Закон поглощения и эмиссии радиации с одной частотой справедлив в системе отсчета, где электрон покоится. Как только электрон приходит в движение, частоты, наблюдаемые в лабораторной системе, изменяются вследствие эффекта Доплера. Изменение длины волны  $\Delta\lambda$  зависит от угла, под которым мы наблюдаем рассеянное излучение. Простое вычисление дает

$$\Delta\lambda = 2\lambda \frac{P_{\text{кл}}c}{E_{\text{кл}} - P_{\text{кл}}c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (5)$$

где  $\lambda$  — длина волны падающего излучения,  $P_{\text{кл}}$  — импульс электрона,  $E_{\text{кл}} = \sqrt{m^2c^4 + P_{\text{кл}}^2c^2}$  — его энергия. Таким образом,  $\Delta\lambda$  растет с ростом  $P_{\text{кл}}$  и регулярно увеличивается в процессе облучения.

Мы видим, что классические предсказания не согласуются с экспериментальными фактами. Главный недостаток классической теории эффекта Комптона состоит в предположении о непрерывной передаче импульса и энергии излучения *всем* электронам, подверженным радиации, в то время как наблюдаемые

факты указывают, что энергия передается *дискретным* образом только *некоторым* из них. Эта трудность той же природы, что и в случае фотоэлектрического эффекта. Оба явления, вообще говоря, довольно схожи: комптоновское рассеяние может рассматриваться как поглощение света, сопровождаемое его второй эмиссией, в то время как фотоэлектрический эффект есть чистое поглощение.

Введение квантов света необходимо, если надлежит учесть дискретный характер процессов передачи импульса и энергии электронам. Тем не менее, сходство формул (5) и (2) для эффекта Комптона указывает, что классическая теория все же имеет некоторое отношение к реальности. Этот вопрос заслуживает более глубокого изучения.

Формула Комптона была получена выше в предположении, что электрон первоначально покоился. Но теория остается, конечно, справедливой, если первоначальная скорость электрона отлична от нуля. Нетрудно обобщить уравнения (1) и формулу Комптона на этот случай. Если электрон в начальный момент движется параллельно падающей волне с импульсом  $P$  и энергией  $E = \sqrt{m^2c^4 + P^2c^2}$ , то нетрудно получить (см. задачу 1)

$$\Delta\lambda = 2\lambda \frac{(P+p)c}{E-Pc} \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (6)$$

Легко заметить сходство этой формулы и классического выражения (5) для смещения  $\Delta\lambda$ . Вместо импульса  $P_{\text{кл}}$  в числителе формула (6) содержит величину  $P+p$  (она имеет порядок величины импульса после столкновения фотона с электроном), а в знаменателе вместо  $P_{\text{кл}}$  стоит  $P$ , т. е. импульс электрона до столкновения. Однако механизм процесса, отражаемый формулой (6), существенно отличается от классического. Под действием облучения каждый электрон получает первый толчок, сопровождаемый передачей импульса и приводящий его в движение, затем второй толчок и т. д. Передаваемые импульсы изменяются от столкновения к столкновению, но величины передаваемого импульса колеблются около некоторого среднего значения, приближенно равного импульсу  $p$  падающих фотонов. Именно этот процесс *скачкообразного* изменения импульса на величину порядка  $p$  и результирующего изменения  $\Delta\lambda$  мы можем сравнить с классическим механизмом *непрерывного* изменения величин (рис. 3).

Подобное сравнение имеет смысл, конечно, только в предельном случае, когда величина квантов энергии может считаться бесконечно малой, а число их — бесконечно большим, и мы рассматриваем результирующий средний эффект от очень большого числа последовательных столкновений. Поскольку

электрон при каждом столкновении получает импульс, по порядку величины равный  $p$ , и при большом числе столкновений флуктуационные отклонения от среднего значения компенсируются, то результирующий эффект будет таким, как если бы электрон при каждом столкновении получал в точности этот средний импульс  $p$ . Тогда импульс электрона  $P$  будет скачкообразно увеличиваться в направлении падающего излучения. Скачки импульса оказываются порядка величины кванта  $p = h\nu/c$ , и если величина  $p$  достаточно мала, то изменение импульса будет практически непрерывным. Таким образом, в указанном приближении можно рассматривать некоторый средний импульс  $\langle P \rangle$ , непрерывно изменяющийся с течением времени. Экспериментальное исследование, на деталях которого мы не будем здесь останавливаться, показывает, что изменение этого среднего импульса во времени оказывается именно таким, как это предсказывает классическая теория; иными словами, векторы  $\langle P \rangle$  и  $P_{\text{кл}}$  оказываются равными друг другу в любой

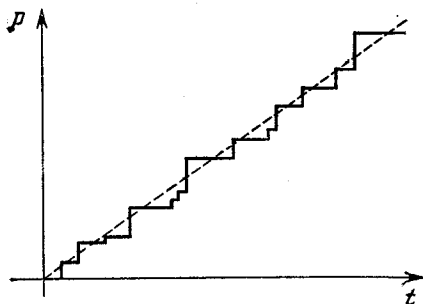


Рис. 3. Изменение во времени импульса  $P$  электрона под воздействием монохроматического излучения в результате последовательных столкновений Комптона (это крайне схематическая картина явления, границы которой будут обсуждаться в гл. IV в связи с соотношениями неопределенности). Пунктиром указана функция  $P_{\text{кл}}(t)$ , предсказываемая классической теорией.

момент времени. Кроме того, поскольку классическая величина  $P_{\text{кл}}$ , определяемая с точностью до  $p$ , в каждый момент времени равна среднему значению  $P$ , то смещение Комптона, предсказываемое классической теорией (уравнение (5)), в каждый момент времени равно усредненному значению действительно наблюдаемого смещения Комптона (уравнение (6)).

## § 6. Световые кванты и явления интерференции

Вся история развития оптики указывает, что классическая волновая теория правильно описывает опытные факты в макроскопических масштабах. В то же время, как мы видели, на микроскопическом уровне только корпускулярная теория может объяснить типичные явления поглощения и рассеяния света, которыми соответственно являются фотоэлектрический эффект и эффект Комптона. Следует поэтому выяснить, каким образом гипотеза фотонов может быть согласована с такими явлениями

как интерференция и дифракция света, которые имеют существенно волновой характер.

Рассмотрим для примера рассеяние пучка монохроматического света на параллельной дифракционной решетке (рис. 4). Подходящим образом расположенный экран позволяет выявить интерференционную картину. Количественное исследование явления может быть проведено разными способами — например,

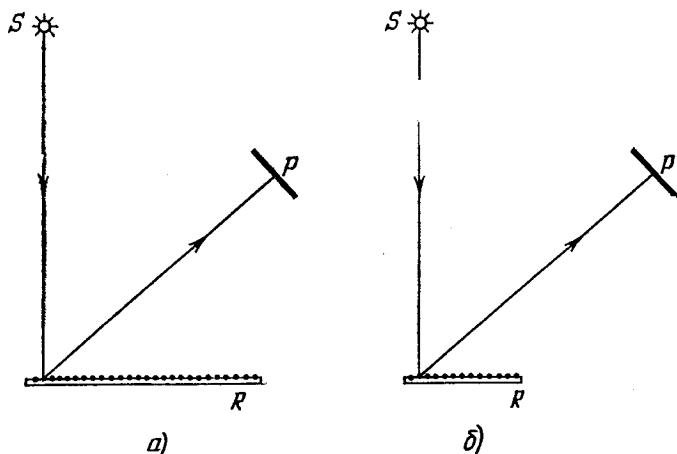


Рис. 4. Рассеяние света на решетке:  $S$  — источник света,  $R$  — дифракционная решетка,  $P$  — фотопластинка. В случае б) правая половина решетки  $R$  устранена.

можно поместить на место экрана фотографическую пластинку и проявить ее после некоторого заданного времени облучения. В этом случае интерференционная картина на негативе проявится как потемнение отдельных участков пластинки, причем это потемнение пропорционально количеству падающего на эти участки света. В действительности поглощение света пластинкой происходит отдельными квантами: каждый фотон, проникая в пластинку, возбуждает светочувствительный микрокристалл, который при проявлении дает черную точку<sup>10)</sup>. Невооруженным

<sup>10)</sup> Описание явления здесь предельно упрощено. В действительности падение одного фотона может возбудить микрокристалл только, если энергия фотона достаточно велика (далекий ультрафиолет или рентгеновские лучи). Но даже в этом случае нужны специальные условия опыта, чтобы быть уверенным, что каждый фотон, падающий на пластинку, возбуждает один и только один микрокристалл (нужны микрокристаллы достаточной величины, достаточно толстый слой эмульсии и т. д.). Однако все эти тонкости эксперимента можно не учитывать, так как они не влияют на существо явления, которое мы рассматриваем.



глазом нельзя разрешить отдельные точки, и мы наблюдаем более или менее темные области в зависимости от числа столкновений фотонов с пластинкой на единицу площади. Однако существование отдельных столкновений может быть выявлено, если рассматривать пластинку с помощью достаточно мощного микроскопа. В обычных условиях опыта число фотонов, падающих на пластинку, очень велико, так что квазипрерывное распределение сенсibilизированных микрокристаллов дает обычную картину интерференции, предсказываемую волновой теорией.

Основываясь только на экспериментальных результатах, можно *a priori* отбросить все попытки объяснить явление интерференции в рамках чисто корпускулярной теории. Заметим прежде всего, что фотоны движутся в пространстве независимо друг от друга, их взаимодействие пренебрежимо мало. Действительно, интерференционная картина не меняется, если уменьшить интенсивность источника света и, соответственно, увеличить продолжительность облучения так, чтобы количество света, падающее на решетку, оставалось постоянным. Иными словами, если мы посылаем некоторое (очень большое) число  $N$  фотонов на решетку, то распределение сенсibilизированных точек на пластинке не зависит от группировки падающих фотонов; это справедливо и в предельном случае очень слабых интенсивностей, когда фотоны падают на решетку «по одному». То же самое распределение мы получим, если пошлем на решетку *один-единственный* фотон, а затем повторим этот опыт  $N$  раз.

Рассмотрим теперь проблему рассеяния фотона на решетке. Поскольку в условиях нашего опыта начальное состояние системы (фотон + решетка) точно не известно, не может быть и речи о том, чтобы определить траекторию фотона и, следовательно, точку удара фотона на пластинке; можно найти только статистическое распределение возможных траекторий и, соответственно, статистическое распределение точек удара. Экспериментально мы действительно наблюдаем статистическое распределение точек удара: оно соответствует закону распределения интенсивности света в интерференционной картине. Хорошо известно, что разрешающая сила решетки зависит от числа линий, ее образующих, причем чем больше линий, тем более тонкими оказываются световые полосы интерференционной картины; если убрать половину решетки, интерференционная картина существенно изменится. Именно в этом пункте корпускулярная теория оказывается в резком противоречии с экспериментом. Действительно, какими бы ни были уравнения движения каждого фотона при взаимодействии с частицами, составляющими решетку, распределение траекторий фотонов, рас-

сеянных левой половиной решетки, не может зависеть от присутствия (рис. 4, а) или отсутствия (рис. 4, б) правой половины решетки, если только не приписывать фотону размеры порядка размеров решетки. Если, кроме того, источник света и чувствительная пластинка достаточно удалены, распределения точек ударов фотонов, рассеянных обеими половинами, должны быть одинаковыми. При устраниении, скажем, правой половины решетки измениться должна только интенсивность света, падающего на каждый участок пластинки, но не интерференционная картина. Опыт противоречит этим предсказаниям и заставляет нас признать, что в процессе рассеяния света принимает участие вся решетка целиком.

Гипотеза световых корпускул сталкивается с аналогичными трудностями во всех случаях интерференции или дифракции (задача 2). С помощью некоторого детектирующего прибора (экрана или фотографической пластинки) можно эффективно фиксировать прибытие фотонов одного за другим, но нельзя, не впадая в противоречие, приписать каждому фотону определенную траекторию. Таким образом, классическая доктрина, согласно которой всякая корпускула с течением времени непрерывно перемещается в пространстве, оказывается несостоятельной. На пути к детектирующему прибору свет распространяется как волна, корпускулярный аспект фотона проявляется только в момент детектирования.

## § 7. Заключение

Можно сделать ряд предварительных заключений, вытекающих из экспериментов, связанных со взаимодействием между веществом и светом на микроскопическом уровне.

Хотя наблюдаемые нарушения непрерывности могут быть объяснены только с помощью представления о световых корпускулах, не может быть и речи об отказе от понятия световой волны. Свет проявляет себя в двух аспектах: волновом и корпускулярном, в зависимости от того, какое явление мы изучаем. Соотношения (4) позволяют переходить от одного способа описания к другому. Тесная связь между двумя способами описания, как это показывает изучение опыта по рассеянию на решетке, имеет *статистическую природу*: вероятность локализации фотона в некоторой точке пропорциональна интенсивности световой волны в этой точке, вычисленной на основе методов волновой оптики. *Существование дуализма волна — корпускула несовместимо с классической доктриной*. Нельзя рассматривать свет ни как поток классических корпускул, ни как суперпозицию классических волн, не входя в противоречие с опытными данными.

Ввиду очевидной необходимости ревизии классических представлений, особенно важно подчеркнуть тот факт, что некоторые результаты классической волновой теории остаются справедливыми. В первую очередь следует отметить, что *законы сохранения энергии и импульса полностью сохраняют свою силу*. Кроме того, как мы видели на примере эффекта Комптона, *классическая теория правильно предсказывает усредненное поведение физических систем в «макроскопическом пределе», когда квантовые скачки можно считать пренебрежимо малыми*.

### Раздел III. КВАНТОВАНИЕ В АТОМНЫХ СИСТЕМАХ

#### § 8. Атомная спектроскопия и трудности классической модели Резерфорда

В предшествующем разделе мы познакомились с теми глубокими потрясениями классической теории света, которые были вызваны открытием нарушений непрерывности в механизме взаимодействия между веществом и излучением. Однако дело не ограничилось теорией света, не меньшие потрясения претерпела классическая корпускулярная теория вещества. Это становится очевидным, если попытаться согласовать между собой данные атомной спектроскопии и результаты, касающиеся структуры атома, полученные Резерфордом<sup>11)</sup>.

Одним из наиболее выдающихся фактов, обнаруженных в результате усовершенствования техники исследования спектров испускания и поглощения света веществом, явилось существование узких спектральных линий. Частоты испускаемого и поглощаемого излучения зависят от сорта изучаемых атомов; для атомов одного сорта спектры поглощения и излучения одинаковы. Каждый атом может быть идентифицирован по спектру; спектр дает важнейшую информацию относительно строения атома и механизма его взаимодействия с излучением.

Особого внимания заслуживает атом водорода, так как он является простейшим примером атомной системы (один протон + один электрон); все наблюдаемые частоты для атома водорода подчиняются эмпирической формуле Бальмера

$$\nu = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

<sup>11)</sup> Исторически первый аргумент в пользу необходимости «квантования» атомных систем был выдвинут Эйнштейном в его теории удельной теплоемкости твердых тел (1907 г.). Эта теория содержит довольно грубые приближения, неизбежные при рассмотрении столь сложных материальных систем как твердое тело. Кроме того, теория Эйнштейна использует результаты статистической термодинамики. По этим причинам мы не будем подробно рассматривать эту теорию и отсылаем читателя к другим книгам, например, книге М. Борна, цитированной на стр. 16.